

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ІМ. С.П.ТИМОШЕНКА

На правах рукопису  
УДК 539.3

БАБИЧ Дмитро Васильович

СТІЙКІСТЬ І ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ  
ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ З НЕОДНОРІДНИМИ  
ГЕОМЕТРИЧНИМИ ТА МЕХАНІЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

05.02.07. – механіка деформівного твердого тіла

А в т о р е ф е р а т  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
доктора технічних наук



Київ - 1996

39.3



00373806 (R)

Дисертація в рукопис.  
Робота виконана в Інституті механіки  
НАН України.

Науковий консультант – доктор фізико-математичних наук,  
професор Хорошун Леонід Петрович

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, про-  
фесор Василенко Анатолія Тихонович

доктор технічних наук, професор  
Рассказов Олександр Олегович

доктор технічних наук, професор  
Сахаров Олександр Сергієвич

Провідна організація – Київський Національний університет  
ім. Т.Шевченка

Захист дисертації відбудеться " 10 " 12 1996р.

о 10 годині на засіданні спеціалізованої ради Д 01.03.03  
при Інституті механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України за ад-  
ресом: 252057, м.Київ-57, вул.Нестерова,3; факс:(044) 446-03-19.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту  
механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України.

Автореферат розіслано " 6 " 11 1996р.

Вчений секретар спеціалізованої ради,  
доктор технічних наук, професор *Л.І.С.Чернишенко*

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність і ступінь дослідженості тематики дисертації. Тонкостінні оболонки використовуються як несучі елементи в конструкціях відповідального призначення. Несуча здатність їх найчастіше висчерпується при втраті стійкості основної форми рівноваги. Тому, з погляду надійності і економічності, вибір конструктивних параметрів оболонкових конструкцій з умов стійкості являється вирішальним. З явищем біфуркаційної втрати стійкості оболонок тісно пов'язані вільні коливання оболонок, дослідження яких викликається необхідністю відстройки оболонкових конструкцій від частот зовнішнього збудження, ліквідації не бажаних вібрацій та розробки вібраційних методів неруйнівного контролю стійкості оболонок.

До недавнього часу наукове обґрунтування проектів оболонкових конструкцій з позицій механіки провадилось на основі надзвичайно ідеалізованих моделей явищ і об'єктів дослідження, що часто-густо призводило до незадовільного узгодження результатів теоретичного прогнозування з результатами експериментального дослідження.

Важливі досягнення в теоретичному дослідженні стійкості і вільних коливань оболонок пов'язані з уточненням моделей об'єктів дослідження з врахуванням їх дійсної форми, властивостей реального матеріалу та умов їх експлуатації і розвитком метода розв'язку відповідних задач на власні значення.

Разом з тим багато питань, пов'язаних з розрахунком критичних навантажень і частот вільних коливань, розглянути в наближеній постановці або взагалі не попали в поле зору дослідників.

Зокрема, не достатньо вивчено вплив на власні значення оболонок залежності пружних властивостей матеріалу від характеру зовнішнього навантаження і напружено-деформованого стану основної форми рівноваги як це має місце у випадку термочутливих матеріалів та матеріалів з розсіяним порушенням суцільності.

Не досліджувався вплив конструктивних, природних і набутих неоднорідностей геометричного і механічного характеру на критичні значення навантаження і частоти вільних коливань при їх комплексному врахуванні.

Оскільки розбіжності в геометричній формі і параметрах пружних властивостей в реальних оболонках і розрахункових моделях завжди мають місце, то теоре-

ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

тичне дослідження їх впливу на стійкість і власні коливання має сенс як з погляду оцінки залишкового ресурсу несучої здатності оболонок при набутті ними недоскона- лостей в процесі виготовлення чи експлуатації, так і з позиції керування визначальни- ми механічними і геометричними параметрами на стадії проектування оболонкових конструкцій.

Природно, що уточнення постановок задач на власні значення по лінії більш адекватного опису реальних оболонкових конструкцій призводить до ускладнення розрахункових моделей, які математично описуються системами диференціальних рів- нянь в часткових похідних із змінними коефіцієнтами складного виду. Це викликає не- обхідність вдосконалення і розвитку методів розв'язання задач на власні значення для оболонок із змінними геометричними і механічними параметрами.

Розробка ефективних чисельних методів розв'язку задач на власні значення та вивчення впливу неоднорідностей різного характеру при їх роздільному і сумісному врахуванні на стійкість і власні коливання оболонок, таким чином, своєчасні і прак- тично важливі.

Дослідження в цих напрямках зумовлені потребами внутрішнього розвитку ме- ханіки оболонок та необхідністю наукового обґрунтування проєктів перспективних оболонкових конструкцій з позицій надійності та економічності.

Робота присвячена дослідженню якості і ступені впливу конструк- тивних, природних і набутих неоднорідностей геометричного і механічного характеру при їх роздільному і комплексному врахуванні на критичні значення навантажень і частоти власних коливань оболонок обертання з метою виявлення загальних підходів до керування геометричними і механічними параметрами з точки зору вибору найбільш прийнятної форми оболонки і доцільного розміщення матеріалу в тілі обо- лонки по умовам стійкості та вимогам до частотних характеристик оболонок.

Наукова новизна та значущість результатів роботи полягають в тому, що на основі класичних підходів

дано постановку і розв'язано нові задачі на власні значення для оболонок обертання з неоднорідними геометричними і механічними параметрами з врахуванням їх комплексного впливу на критичні значення навантаження і частоти власних коли- вень;

- вперше дана постановка і розв'язані задачі про стійкість оболонок із пошкоджених матеріалів з врахуванням залежності ефективних пружних сталей матеріалу від характеру основного напруженого стану;

- виявлені загальні тенденції впливу неоднорідностей геометричного і механічного характеру, а також недосконалостей фізичного і геометричного типу на власні значення оболонок обертаючись.

Вірогідність отриманих в роботі результатів забезпечується:

- використанням обґрунтованих і раніше апробованих постановок задач на власні значення на основі варіаційних принципів пружної стійкості і Остроградського-Гамільтона в поєднанні з методом зведення тривимірних задач до двовимірних на основі кінематичних гіпотез С.П.Тимошенка;

- застосуванням для розрахунків апробованого, стійкого збіжного варіаційно-різницьового методу з використанням скінченно-різницьових співвідношень високого порядку точності;

і підтверджується

- співпадінням числових результатів з результатами, одержаними іншими методами, на тестових прикладах задач на власні значення;

- контролем практичної збіжності в кожному конкретному випадку розв'язку задач на власні значення;

- узгодженням одержаних результатів з міркуваннями фізичного характеру.

Теоретичне значення та практична цінність полягають

- у встановленні можливості побудови еквівалентних дискретних аналогів задач на власні значення шляхом традиційного скінченно-різницьового підходу та варіаційно-різницьовим методом;

- у виявленні загальних тенденцій впливу особливостей геометричної форми і параметрів жорсткості неоднорідних оболонок на їх власні значення, які дозволяють вести цілеспрямований пошук найбільш прийнятних варіантів форми і структури матеріалу оболонок на стадії проєктування тонкостінних конструкцій, проводити оцінку впливу на ресурс оболонок конструкцій набутих недосконалостей геометричного і механічного характеру;

- в одержанні конкретних результатів по визначенню критичних значень навантажень і частот власних коливань оболонок традиційних і нетрадиційних форм із композитних матеріалів;

докази - в створенні ефективного чисельного алгоритму розрахунку власних значень для оболонки з неоднорідними геометричними і механічними параметрами.

Апробація роботи. Результати роботи доповідалися на V-ій Всесоюзній конференції по проблемам стійкості в будівельній механіці (Ленінград, 1977), Республіканській науково-технічній конференції "Підвищення якості виробів із полімерних матеріалів" (Івано-Франківськ, 1977), Всесоюзному симпозіумі по механіці конструкцій із композитних матеріалів (Канев, 1977), Міжгалузевому семінарі по механіці композитів з металічною матрицею (Черногоровка Московської області, 1978), IV-ій Всесоюзній конференції по статичі і динаміці просторових конструкцій (Київ, 1978), I-ю - IV-ю Науково-технічних конференціях "Вдосконалення експлуатації і ремонту корпусів суден" (Калінінград, 1978, 1981, 1984, 1986), XV-ю Науковій нараді по тепловим напруженням в елементах конструкцій (Канев, 1980), Науково-технічній конференції "Застосування композиційних матеріалів на основі полімерів в народному господарстві" (Мінськ, 1980), Всесоюзному симпозіумі по стійкості в механіці твердого деформованого тіла (Калінін, 1981), VII-ю Всесоюзній конференції по чисельним методам розв'язку задач теорії пружності і пластичності (Міас, 1982), I-ю Всесоюзній науково-технічній конференції "Міцність, жорсткість і технологічність виробів із композитних матеріалів" (Кам'янець-Подільський, 1982), III-ю Республіканській конференції "Обчислювальна математика в сучасному науково-технічному прогресі" (Канев, 1982), Всесоюзній науково-технічній конференції "Проблеми міцності і зниження металомісткості корпусних конструкцій транспортних суден і плаваючих споруд" (Ленінград, 1982), V-му Радянсько-Польському симпозіумі по неklasичним проблемам товстостінних конструкцій (Київ, 1982), I-ю, III-ю Всесоюзних конференціях "Механіка неоднорідних структур" (Львів, 1983, 1991), Всесоюзній конференції "Чисельна реалізація фізико-математичних задач міцності" (Горький, 1983), V-ю Всесоюзній конференції по статичі і динаміці просторових конструкцій (Київ, 1985), I-ому Всесоюзному науково-технічному семінарі "Застосування полімерних композиційних матеріалів в машинобудуванні" (Ворошиловград, 1987), VI-ю, VII-ю Українських конференціях "Моделювання і дослідження стійкості систем" (Київ, 1995, 1996).

В новому об'ємі дисертаційна робота обговорювалась на семінарі відділу механіки стохастично неоднорідних середовищ Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України (1995, 1996), на загально-інститутському семінарі "Механіка деформів-

них систем і загальна механіка" Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України (1995).

Публікації. Основні результати, викладені в дисертації, опубліковані в 36 наукових працях. Науковий внесок дисертанта у праці, що написані в співавторстві, такий: в розділі 15 монографії [33] дисертанту належать постановки задач про стійкість оболонок, побудова методик розв'язку задач, проведення розрахунків, аналіз результатів, співавтору - загальна постановка проблеми; в [23-32] дисертанту належать постановки задач, розробка методики розв'язку задач, аналіз результатів, співавтори приймали участь в програмній реалізації методики розв'язку задач і проведенні розрахунків; в [22, 34-36] дисертанту належать постановки задач, розв'язок задач, співавторам - загальна задумка роботи.

Структура та об'єм дисертації. Дисертація складається з вступу, восьми розділів, загальних висновків та списку літератури, що містить 240 найменувань. Загальний об'єм роботи 289 сторінок, в тому числі 31 малюнок, та 49 таблиць.

Особистий внесок автора полягає в побудові вибіркової методики розв'язку задач на власні значення для оболонок обертання з неоднорідними геометричними і механічними параметрами, в постановці і розв'язку нових задач для оболонок обертання з комплексним врахуванням неоднорідностей геометричного і механічного характеру та виявленню загальних тенденцій впливу неоднорідностей на стійкість і власні коливання оболонок.

Робота виконана у відділі механіки стохастично неоднорідних середовищ Інституту механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України. Автор висловлює глибоку вдячність керівнику відділу, науковому консультанту професору Л.П.Хорошуну за увагу і корисні поради в процесі виконання роботи.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі провадиться огляд робіт, які мають відношення до теми дисертації, визначається місце та доцільність розвитку біфуркаційної стійкості і малих власних коливань деформівних тіл, формулюється мета роботи, її наукова новизна, відповідність та практичне значення.

2-6-3693

Теорія біфуркаційної стійкості була започаткована експериментальними і теоретичними дослідженнями Фейеборна, Ліллі, Меллока, Грасгофа, Бресса, Брайана, Лоренца, С.П.Тимошенка, Саутуєла, П.Ф.Папковича та інш.

Подальші дослідження в теорії стійкості оболонок були викликані незадовільною кореляцією результатів теоретичного і експериментального визначення критичних значень навантаження, що спонукало до уточнення постановки задач стійкості, обґрунтування їх коректності та розробки методів розв'язку.

Уточнення постановки задач стійкості оболонок провадилось в напрямках вдосконалення двовимірної моделі деформування оболонки як тривимірного тіла, математичної інтерпретації реальних умов опирання оболонок, адекватного представлення в розрахункових схемах особливостей геометрії і основного напруженого стану оболонок. Досягнення в розробці загальних питань теорії оболонок і, зокрема, теорії стійкості пов'язані з іменами відомих вчених: Амбарцум'яна О.С., Болотіна В.В., Власова В.З., Вольміра А.С., Ворочича І.І., Галімова К.З., Григолюка Е.І., Григоренка Я.М., Гузя О.М., Ільїшина О.А., Кільчевського О.М., Коваленка А.Д., Коїгера В.Т., Муштарі Х.М., Новожилова В.В., Савіна Г.М., Феодосьєва В.І., Флюгге В., Шевченка Ю.М. та інш. Окремі питання, пов'язані з уточненням постановки задач рівноваги однорідних і неоднорідних оболонок в пружній і пружно-пластичній областях лінійного і нелінійного деформування знайшли відображення в роботах Альмрота Б.Л., Арбома І., Джонса, Донелла Л.Г., Вана К., Ваніна Г.А., Васильєва В.В., Зінгера Дж., Корольова В.І., Образцова І.Ф., Куршина Л.М., Муштарі Х.М., М'яченкова В.І., Немировського Ю.В., Новічкова Ю.Н., Паймушина В.Н., Работнова Ю.М., Рікардса Р.Б., Томашевського В.Т., Тетерса Г.А., Срубчика Л.С., Шалашіліна В.І., Хатчінсона Ж.В. та інш.

Окремо слід відзначити роботи українських вчених-механіків, з іменами яких пов'язані вагомі внески в пріоритетні напрями розвитку теорії оболонок і, зокрема, в розвиток методів розв'язання задач про рівновагу і стійкість оболонок з неоднорідними геометричними і механічними параметрами. Це - роботи Аміро І.Я., Андрєєва Л.В., Бабенка В.І., Бабича І.Ю., Башенова В.А., Беспалової О.І., Бурака Я.Я., Василенка А.Т., Гавриленка Г.Д., Горюшка О.О., Гоцуляка С.О., Григоренка Я.М., Гудрамовича В.С., Гузя О.М., Гуляєва В.І., Длугача М.И., Заруцького В.О., Кантора Б.Я., Карпова М.І., Кашка Я.Ф., Кільчевського О.М., Коханенка Ю.В., Крикова М.М., Макаренкова А.Г., Маневича А.І., Мосаковського В.І., Ободан Н.І., Пелєха Б.А., Піскунова В.Г., Погорєлова А.В., Приварнікова Ю.К., Прусакова А.П., Семенюка М.П., Рассказова О.О., Рябова А.Ф., Сахарова О.С., Хоми І.Ю., Хорошуна Л.П., Чернищенко І.С., Чехова В.М., Чібірякова В.К., Шульги М.О., Шнеренка К.І. та інш.

В силу аналогії в математичному опису явищ біфуркаційної стійкості та власних коливань і існуванням між ними фізичного зв'язку, який визначається динамічним критерієм стійкості стиснутих тіл, шляхи розвитку теорії коливань тонкостінних пружних тіл багато в чому споріднені з розвитком теорії стійкості деформівних тіл. Взаємодія ідей і методів цих розділів механіки деформівного тіла благотворно відобразилось на їх досягненнях. Дослідження в області загальної теорії коливань деформівних тіл, і, зокрема, в аспекті їх зв'язку з теорією біфуркаційної стійкості, відображені в роботах Аміро І.Я., Грінченка В.Т., Гузя О.М., Заруцького В.О., Карнаухова В.Г., Ковальчука П.С., Кубенка В.Д., Мольченка Л.В., Проценко О.П., Рассказова О.О., Селсзова І.Т., Улітко А.Т. та інші.

Зусиллями кількох поколінь вчених-механіків були створені передумови, в плані уточнення постановок задач про стійкість і вільні коливання тонкостінних деформівних тіл і розвитку методів їх розв'язку, для більш глибокого вивчення явищ втрати стійкості і власних коливань реальних оболонкових конструкцій на основі уточнених розрахункових моделей.

Найважливішим результатом виконаних досліджень було встановлення причини розбіжності в теоретичних і експериментальних значеннях критичного навантаження і частот власних коливань, яка криється в неточності математичного моделювання досліджуваних явищ і об'єктів. При цьому найбільший вплив на відхилення в теоретичних і експериментальних значеннях критичного навантаження і частот вільних коливань пов'язують з відхиленнями в формі оболонок від даних, які закладаються в розрахункову модель.

Разом з геометричними недосконаlostями реальним оболонковим конструкціям властиві також недосканалості в структурі пакетів, матеріалі і т.і. Різноманітні відхилення від ідеальної моделі оболонок пов'язані з неоднорідністю її будови, що призводить при математичному моделюванні задач на власні значення до диференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами, розв'язок яких можливий з допомогою чисельних методів.

Розробка чисельного алгоритму розв'язку задач на власні значення для оболонок з неоднорідними геометричними і механічними параметрами та вивчення впливу неоднорідностей на власні значення і складають предмет дослідження в дисертаційній роботі.

В першому розділі, який має допоміжне значення, на основі співвідношень нелінійної теорії пружності у відповідності з роботами Болотіна В.В., Новожилова В.В. та інші. формулюється загальний варіаційний принцип пружної стійкості та

принцип Остроградського - Гамільтона для тривимірного тіла в триортogonalній кри-  
вотвірній системі координат

$$\delta(I_1 + I_2) = 0; \quad (1)$$

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (I_1 + I_2 - T) dt = 0. \quad (2)$$

В (1), (2) позначено

$$I_1 = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{11} e_{11} + \sigma_{22} e_{22} + \sigma_{33} e_{33} + \sigma_{12} e_{12} + \sigma_{13} e_{13} + \sigma_{23} e_{23}) \times \\ \times H_1 H_2 H_3 d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3$$

- складова енергії деформування, яка визначається лише збуреннями основного стану  
рівноваги;

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_V [\sigma_{110} \bar{\omega}_2^2 + \sigma_{220} \bar{\omega}_1^2 + 2\sigma_{11} (\bar{\omega}_2 \bar{\omega}_{20}) + 2\sigma_{22} (\bar{\omega}_1 \bar{\omega}_{10})] \times \\ \times H_1 H_2 H_3 d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3$$

складова енергії деформування, яка визначається напружено-деформівним станом  
основної форми рівноваги і її збуреннями;

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho (U_{1,t} + U_{2,t} + U_{3,t}) H_1 H_2 H_3 d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3$$

кінетична енергія збуреного стану статичної рівноваги попередньо навантаженого  
тіла;  $\sigma_{ij}$  -  $e_{ij}$  - компоненти тензора напружень і тензори малих деформацій три-  
вимірного тіла в збуреному стані;  $\sigma_{ij0}$  - компоненти тензора напружень основного ста-  
ну рівноваги;

$$\bar{\omega}_{10} = \frac{1}{2} e_{230} + \omega_{10}; \quad \bar{\omega}_1 = \frac{1}{2} e_{23} + \omega_1;$$

$$\bar{\omega}_{20} = \frac{1}{2} e_{130} - \omega_{20}; \quad \bar{\omega}_2 = \frac{1}{2} e_{13} - \omega_2;$$

$\omega_{10}, \omega_1, \omega_2$  - кути малого повороту в докритичному і збуреному станах,  $H_i$  - ко-  
фіцієнти Ламе;  $\alpha_i$  - змінні системи координат,  $U_{i,t}$  - компоненти вектора швидкості  
зміщення точок тривимірного тіла;  $\rho$  - густина матеріалу.

Функціонали варіаційних принципів (1), (2) складені за умов малості докритичних деформацій і консервативності зовнішніх дій.

Зведення тривимірних задач на власні значення до двовимірних провадиться на основі кінематичних гіпотез типу зсувної моделі Тимошенка С.П.

$$U_1 = U(x_1, x_2) + Z\varphi_1(x_1, x_2); U_2 = V(x_1, x_2) + Z\varphi_2(x_1, x_2); U_3 = W(x_1, x_2) \quad (3)$$

де  $U, V, W$  - зміщення точок середньої поверхні оболонки;  $\varphi_1, \varphi_2$  - кути повороту прямолинійного поперечного елемента оболонки;  $x_1, x_2$  - змінні координати, які відповідно вимірюються довжиною вздовж твірної і центральним кутом в коловому напрямку;  $Z$  - відраховується в напрямку зовнішньої нормалі до середньої поверхні.

Одержані таким чином варіаційні рівняння біфуркаційної стійкості і малих власних коливань попередньо навантажених оболонок справедливі для однорідних по товщині і шаруватих оболонок середньої товщини, коли відмінність пружних характеристик шарів не перевищує порядку.

Осереднення характеристик жорсткості шаруватих оболонок в цьому випадку відповідає схемі осереднення по Фойгту.

Другий розділ присвячений розробці чисельного алгоритму розв'язку задач на власні значення для оболонок з неоднорідними геометричними і механічними параметрами. Алгоритм орієнтований на розв'язання задач на власні значення для оболонок обертання осесиметричної будови при осесиметричних навантаженнях. В основному напрямку оболонки можуть бути неоднорідними як неперервно, так і дискретної структури, включаючи локалізовані конструктивні особливості типу кільцевих підсилюючих наборів і т.і. У відповідності з викладеними передумовами задачі про неосесиметричну біфуркаційну стійкість і власні коливання допускають розділення змінних шляхом представлення кінематичних параметрів рядами Фур'є:

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(x_1) \sin nx_2; \quad V = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(x_1) \cos nx_2; \\ \varphi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{1n}(x_1) \sin nx_2; \quad \varphi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{2n}(x_1) \cos nx_2; \quad (4)$$

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(x_1) \sin nx_2.$$

В результаті розділення змінних варіаційне рівняння стійкості (1) розпадається на систему незалежних одноцимірних рівнянь однакового виду, пов'язаних з  $n$ -ою формою деформування

$$\delta \left[ \int_0^L (I_1' + I_2') dx_1 \right] = 0. \quad (5)$$

Після розділення змінних по просторовим і часовій координатам аналітичний вираз принципу Остроградського-Гамільтона являється виду

$$\delta \left[ \int_0^L (I_1^* + I_2^* - T^*) dx_1 \right] = 0. \quad (6)$$

В (5), (6)  $I_1^*$ ,  $I_2^*$ ,  $T^*$  - густини енергії деформування і кінетичної енергії в збуреному стані, які представляють собою одновимірні квадратичні форми компонентів вектора зміщень точок координатної поверхні, кутів повороту і їх перших похідних по поздовжній координаті  $x_1$ . Коефіцієнти квадратичних форм в загальному випадку являються довільними функціями координати  $x_1$ , які визначаються характером залежності геометричних параметрів координатної поверхні, приведених параметрів жорсткості і густини від поздовжньої координати  $x_1$ .

Задачі на власні значення неоднорідних оболонок розв'язуються з використанням процедури дискретної апроксимації функціоналів по змінній  $x_1$  варіаційних рівнянь (5), (6) на основі представлення інтегралів квадратурною формулою трапецій, а похідних - центральними скінченно-різницеви співвідношеннями другого і шостого порядків точності

$$(y'_{,i}) = \frac{1}{2t} (y_{k+1}^i - y_{k-1}^i); \quad (7)$$

$$(y''_{,i}) = \frac{1}{60t} (y_{k+3}^i - 9y_{k+2}^i + 45y_{k+1}^i - 45y_{k-1}^i + 9y_{k-2}^i - y_{k-3}^i), \quad (i = 1, 5), \quad (8)$$

де  $y_k^i$  - значення кінематичних змінних в  $K$ -ому вузлі, індексам 1,2,3,4,5 відповідають змінні  $U, V, W, \varphi_1, \varphi_2$ ;  $t$  - крок скінченно-різницевої апроксимації.

Рівняння типу Рітца, які визначають розв'язки, що доставляють стаціонарні значення функціоналам рівнянь (5), (6) складаються шляхом прирівнювання нулеві результатів диференціювання дискретних значень функціоналів вказаних рівнянь по невідомим в усіх вузлах, які вводяться для апроксимації варіаційних рівнянь. При цьому у випадку використання скінченно-різницеви співвідношень (7) для складання рівнянь типу Рітца в  $K$ -ому вузлі використовуються густини функціоналів в трьох вузлах ( $K-1$ ;  $K$ ;  $K+1$ ). У випадку скінченно-різницеви співвідношень (8) - сім складових, зв'язаних з густиною енергії в  $K$ -ому вузлі і трьох вузлах зліва і справа від нього. У відповідності з

вказаною процедурою в залежності від виду скінченно-різницевої співвідношень рівняння типу Рітца задачі стійкості в К-ому вузлі будуть визначатися формулами

$$\frac{\partial}{\partial y'_k} \left[ \sum_{j=K-1}^{K+1} \alpha_j t(l'_{1j} + l'_{2j}) \right] = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial y'_k} \left[ \sum_{j=K-3}^{K+3} \alpha_j t(l'_{1j} + l'_{2j}) \right] = 0. \quad (l = 1, 2, 3, 4, 5), \quad (10)$$

де  $\alpha_j$  - ваговий множник, що визначає ступінь заповнення розрахункової області тілом неоднорідної оболонки.

Аналітично складаються скінченно - різницеві рівняння і у випадку власних коливань оболонок.

Використання центральних різниць призводить до появи фіктивних вузлів, які знаходяться зовні контурів оболонки. Тому при замкненні скінченно-різницевого аналогу варіаційних рівнянь системи рівнянь типу Рітца, сформульованих у внутрішніх вузлах, необхідно доповнити рівняннями, які складаються з врахуванням фізичного до визначення розглядуваних граничних задач. Суть фізичного до визначення задач зводиться до прирівнювання нулеві кінематичних або статичних змінних в законтурних вузлах залежно від обмежень, які накладаються на зміщення і кути повороту граничних елементів оболонки. Зокрема, у випадку обмежень, які накладаються в певному напрямку на зміщення і повороти торцевих елементів оболонок, в граничних і законтурних вузлах обнулюються відповідні кінематичні параметри. У випадку опор, які дозволяють зміщення або повороти торцевих перерізів в певних напрямках, в граничних і законтурних вузлах складаються рівняння типу (9), (10), тобто прирівнюються нулеві узагальнені сили. Такі операції логічно виправдані, оскільки вказаним випадкам обмежень ступенів вільності переміщень відповідає опирання торців оболонки на абсолютно жорсткі або абсолютно податливі опори.

На відміну від варіаційно-різницевого підходу традиційний скінченно-різницевий метод, пов'язаний з апроксимацією диференціальних рівнянь, сам по собі не дає однозначного способу замикавання дискретних аналогів задач на власні значення. Використання варіаційно-різницевого методу дозволяє вказати процедуру побудови скінченно-різницевого аналогу диференціального формулювання задач на власні значення, еквівалентного варіаційно-різницевому аналогу, яка зводиться до певної послідовності заміни похідних скінченно-різницеви співвідношеннями в рівняннях рівноваги, записаних через моменти і зусилля, і до визначення з фізичних міркувань кінема-

тичних і статичних параметрів в законтурних вузлах. Одержані скінченно-різницеві аналогі варіаційних рівнянь стійкості і власних коливань оболонки представляють собою симетричні системи однорідних алгебраїчних рівнянь з матрицями стрічкового виду з шириною 13 у випадку використання скінченно-різницевого співвідношень другого порядку і 31 - при використанні співвідношень шостого порядку. Порядки систем визначаються кількістю внутрішніх  $(N+1)$  і законтурних вузлів різницевої сітки і у відповідності до використаних різницевого співвідношень складають  $5(N+3)$  і  $5(N+7)$ . В матричному запису вказані системи рівнянь мають вигляди

$$\|A + \lambda B\| Y = 0, \quad (11)$$

$$\|A' + \omega^2 B'\| Y = 0, \quad (12)$$

де матриці  $A, B$  визначаються квадратичними формами  $I_1', I_2'$ ;  $\lambda$  - параметр навантаження,  $A' = A + \bar{\lambda} B$ ;  $\bar{\lambda}$  - постійна, яка визначає рівень навантаження в статичному стані рівноваги;  $B$  - матриця коефіцієнтів, які визначаються кінетичною енергією;  $\omega^2$  - квадрат кругової частоти;  $Y$  - вектор, компонентами якого являються переміщення точок координатної поверхні і кути повороту поперечного прямолінійного елемента оболонки.

Умовою існування нетривіального розв'язку систем (11), (12) являється рівність нулю їх визначників

$$\|A + \lambda B\| = 0 \quad (13)$$

$$\|A' + \omega^2 B'\| = 0 \quad (14)$$

Визначення власних значень на основі (13), (14) проводиться стандартним методом виключення Гауса з допомогою прямого ходу і використанням теореми Сільвестра про інерцію, яка дозволяє обійтись без обчислення визначників систем рівнянь, оскільки з цієї теореми слідує, що число від'ємних головних елементів трикутної матриці, одержаної методом виключення Гауса із самоспржених додатньо визначених матриць типу (13), (14), дорівнює числу власних значень, менших випробовуваних значень  $\lambda$  і  $\omega^2$ . Власні вектори визначаються з допомогою прямого і оберненого ходів методу виключення Гауса. При цьому згідно теореми Сільвестра однозначно відшукуються лінійно-залежні рівняння дискретних аналогів стійкості і власних коливань, яким відповідають рядки матриць з від'ємними діагональними елементами матриць трикутного виду.

В заключному параграфі другого розділу приведені загальні міркування відносно обумовленості і збіжності варіаційно-різницевого методу розв'язку задач на

власні значення. Зокрема, поліпшення обумовленості варіаційно-різницевої аналогії задач на власні значення пов'язується з використанням скінченно-різницевої співвідношень високого порядку точності безвідносно щодо порядку точності квадратурних формул, які використовуються для апроксимації функціонала варіаційних рівнянь.

Достовірність результатів, одержаних варіаційно-різницевою методом з використанням скінченно-різницевої співвідношень шостого порядку, підтверджується шляхом порівняння одержаних критичних значень навантаження і частот вільних коливань для циліндричних, конічних і сферичних оболонок з результатами, одержаними іншими авторами шляхом аналітичних і чисельних методів. При розв'язку конкретних нових задач збіжність обчислювального процесу контролювалась шляхом співставлення результатів розрахунку при різних значеннях кроків скінченно-різницевої апроксимації. Як правило, на різницевої сітках з кількістю вузлів, більше 60-ти уточнення власних значень торкалось третьої-четвертої значущих цифр.

В третьому розділі роботи розглядається стійкість оболонок обертання при обтисненні їх всесічним рівномірним зовнішнім тиском інтенсивністю  $q$ . Дослідження провадились з метою виявлення особливостей впливу параметра зовнішньої геометрії оболонок на критичні значення інтенсивності зовнішнього тиску. Розглядались ортотропні оживальні, ізотенсодні та ізотропні оболонки тину шкаралупи, окреслені по двофокусних поверхнях.

Вплив кривини твірної на критичні значення інтенсивності рівномірного зовнішнього тиску вивчався на прикладі оживальних оболонок. Середина поверхні оживальних оболонок створюється шляхом обертання дуги кола відносно осі, зміщеної на деяку відстань  $C$  від центра цього кола. Геометрія оживальних оболонок визначається параметрами

$$r = R_1 \sin k_1 (x_{10} + x_1) - C ;$$

$$k_1 = \frac{1}{R_1} ; \quad k_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{\sin k_1 (x_{10} + x_1)}{r} ;$$

де  $r$  - радіус паралелі;  $R_1, R_2$  - радіуси кривини твірної і в коловому напрямку;  $x_{10}$  - відстань по дузі твірної від точки її перетину з діаметром, паралельним осі обертання. Докритичний напружений стан вважався безмоментним і визначався співвідношеннями

$$T_{110} = -\frac{q}{2k_2} ; \quad T_{220} = -\frac{q}{2k_2} \left( 2 - \frac{k_1}{k_2} \right) ;$$

В табл. 1 приведені розрахункові дані для оживальних оболонок із ортотропно-го матеріалу типу склопластика, армованого в двох власних перпендикулярних напрямках. Оболонки були симетричні відносно екваторіального перетину, мали однако-ву осьову довжину, однакові товщини та радіуси торцевих перетинів. Варьювався лише параметр  $C$ . В табл. 1 позначено:  $r_1, r_2$  - радіуси торцевого і екваторіального перетинів;  $h$  - товщина оболонок;  $E_1$  - модуль пружності в напрямку твірної;  $n$  - кількість хвиць в колесовому напрямку форми втрати стійкості. Граничним випадком ( $C = 0$  і  $C = \infty$ ) від-повідали сферична і циліндрична оболонки. При монотонному збільшенні кривини твірної критичні значення інтенсивності тиску також ростуть, досягаючи найбільшого значення для сферичної оболонки. При цьому критичні значення тиску корелюють із величиною відношення внутрішнього об'єму ( $V$ ) і площі середньої поверхні оболонки ( $S$ ).

У випадку оболонок від'ємної гаусової кривини, твірні яких є дзеркальним відображенням твірних оживальних оболонок, критичні значення інтенсивності тиску значно менші в порівнянні з оживальними оболонками додатньої гаусової кривини (табл. 2).

Математичне моделювання оболонок біоформ типу шкаралупи проводиться з використанням поверхень обертання, твірні яких являють собою багатофокусні алгебраїчні криві. Розглядалися оболонки-шкаралупи, окреслені по двофокусних поверх-нях обертання, рівняння твірної яких мало вигляд

$$\bar{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\bar{x}(2-\bar{x}) \left[ 1 - \frac{\beta^2}{(1-\bar{x})^2} \right]}, \quad (17)$$

де  $\bar{x} = \frac{x}{a}$ ,  $\bar{r} = \frac{r}{a}$  - декартові безрозмірні координати, які визначають віддаль відвісної точки на середній поверхні оболонки від полюсу поверхні обертання в напрямку осі обертання і перпендикулярно до неї,  $a$  - напіввісь поверхні обертання,  $\beta$  - параметр плоскої кривої, який змінюється в границях  $0 \leq \beta \leq 1$ .

В табл. 3 приведені дані розрахунку критичних значень інтенсивностей ( $q^* = q_{cr} a^2 / Eh^2$ ) всебічного тиску для оболонок-шкаралуп в залежності від па-раметра  $\beta$  і відносної довжини оболонки ( $L/a$ ). Через  $\bar{x}_0, \bar{x}_N$  позначені коорди-нати жорстко закріплених торців оболонок в системі координат з початком в одному з полюсів замкненої поверхні обертання.

Таблица 1

$$C/h : r_0/R_1 : n : q^* = \frac{q_0 r_0^2}{E_1 h^3} : V/S$$

$\infty$	0	6	0,100	3,500
$10^4$	0,07	6	0,120	3,508
$10^3$	0,45	10	0,225	3,900
$10^2$	0,90	12	0,416	4,123
0	1	12	0,424	4,153

Таблица 2

$$C/h : r_0/R_1 : n : q^* : V/S$$

$10^4$	$0,631 \cdot 10^{-1}$	5	0,0724	3,409
$10^2$	0,519	5	0,1809	1,632
0	0,401	5	0,1949	1,336

Таблица 3

$$\beta : \bar{x}_0 : \bar{x}_N : L/a : q^*$$

0,00	$0,5 \cdot 10^{-3}$	1,9995	2,905	0,991
	0,5	1,9995	1,996	1,005
	1,0	1,9995	1,444	1,075
0,50	$0,5 \cdot 10^{-3}$	1,9995	2,885	1,015
	0,5	1,9995	1,955	1,050
	1,0	1,9995	1,405	1,103
0,75	$0,5 \cdot 10^{-3}$	1,9995	2,789	1,025
	0,5	1,9995	1,944	1,065
	1,0	1,9995	1,395	1,225
1,00	$0,5 \cdot 10^{-3}$	1,9995	2,693	1,035
	0,5	1,9995	1,933	1,125
	1,0	1,9995	1,389	1,355

Слабка залежність критичних значень навантаження від довжини оболонок вказує на те, що оболонкам з випадною конфігурацією властива місцева втрата стійкості, яка супроводиться утворенням коротких хвиль з довжиною порядку  $\sqrt{Rh}$ . Одержані числові результати добре узгоджуються з аналітичними результатами теорії локальної стійкості оболонок, започаткованої роботами О.М.Работнова.

Як і у випадку оживальних, для оболонок-шкарапуп має місце пропорційний зв'язок критичних значень навантаження з відношенням внутрішньоболонкового об'єму і площі середньої поверхні оболонок.

В заключному параграфі третього розділу розглянуто стійкість ізотенсоїдних оболонок, які виготовляються неперервним намотуванням волокон по геодезичних лініях, яке забезпечує рівнонапруженість армуючих елементів при дії на оболонку внутрішнього тиску. Умовою рівнонапруженості армуючих елементів є аналітичний вираз теореми Клеро про поведіння геодезичних ліній на поверхні обертання

$$r \sin \gamma = r_3 \sin \gamma_3, \quad (18)$$

де  $r$  - радіус паралелі;  $\gamma$  - кут між напрямком твірної оболонки і напрямком укладки волокон в довільній точці поверхні оболонки;  $r_3$  - радіус екватора;  $\gamma_3$  - кут намотки на екваторі.

Особливістю ізотенсоїдних оболонок, форма яких визначається умовами рівноваги волокон однакового натягу внутрішнім тиском, є складна геометрія, змінна товщина і змінні характеристики пружких властивостей, які описуються тригонометричними функціями, тобто таким оболонкам властиві неоднорідності геометричного і механічного характеру в комплексі. Оскільки стійкість оболонок такого типу не розглядалась, то доцільно було вяснити, чи зберігаються оптимальні, з точки зору опору внутрішньому тиску, властивості такої форми при умові втрати стійкості оболонок при всебічному стисненні. Проведені розрахунки свідчать, що при всіх інших рівних умовах з оболонками сферичної форми, ізотенсоїдні оболонки втрачають стійкість при більш високих значеннях інтенсивностей зовнішнього тиску.

При заданому радіусі екваторіального перетину визначальними характеристиками стійкості ізотенсоїдних оболонок являються товщина і кут намотування на екваторі.

В четвертому розділі викладені результати дослідження впливу малих асиметричних відхилень від заданої форми твірної оболонок на критичні значення навантаження оболонок обертання додільної і від'ємної тисової кривини. Особливістю проведених досліджень являється більш точне врахування геометричних недосконалостей оболонок в розрахунковій схемі стійкості в порівнянні з традиційною постановкою задач стійкості оболонок з початковим погином, який, як правило, сумується з погином при збуренні основного напруженого стану. При такому підході накладаються обмеження на величину початкового погину, не враховується його вплив на основний напружений стан і вклад його відбувається лише на складових рівнянь стійкості, пов'язаних із зміною кривини середньої поверхні. Врахування відхилень від заданої форми оболонок через геометричні параметри (кривини і коефіцієнти Ламе) дозволяє позбутись від акцентованих вище недоліків при постановці задач стійкості для геометрично недосконалих оболонок.

Відхилення від заданої форми оболонок формується шляхом певного виду малих збурень радіуса паралелі вихідної оболонки

$$r = \Phi(x_1) + \varphi(x_1), \quad (19)$$

де  $\Phi(x_1)$ ,  $\varphi(x_1)$  - радіус паралелі вихідної оболонки та збурення радіуса паралелі.

Геометричні параметри середньої поверхні оболонки у відповідності з диференціальною геометрією поверхень визначаються співвідношеннями

$$k_1 = -\frac{\Phi_{,11} + \varphi_{,11}}{\sqrt{1 - (\Phi_{,1} + \varphi_{,1})^2}}; \quad k_2 = \frac{\sqrt{1 - (\Phi_{,1} + \varphi_{,1})^2}}{A_1}; \quad (20)$$

$$A_2 = 1; \quad A_1 = \Phi + \varphi,$$

де  $k_1, k_2$  - кривини середньої поверхні оболонки;  $A_1, A_2$  - коефіцієнти Ламе.

Основний напружений стан оболонок при заданих схемах навантаження визначається наближено з рівнянь безмоментної рівноваги при умові, що амплітуди збурення радіуса паралелі мають порядок товщини оболонок.

На основі такого підходу розглядалися синусоїдальні збурення радіуса паралелі оболонок виду

$$\varphi_1(x_1) = ah \sin \lambda_m x_1, \quad (21)$$

де  $\lambda_m = \frac{m\pi}{l}$  - хвилеве число збурення;  $l$  - довжина оболонки по твірній;  $a$  - параметр вирівнювання амплітуди збурення.

Предметом дослідження були ізотропні і ортотропні циліндричні і оживальні оболонки, а також оболонки від'ємної гаусової кривини, твірна яких являла собою дзеркальне відображення твірної оживальної оболонки додатньої гаусової кривини.

На рис.1, рис.2 показана залежність відношень критичних значень осьового

$$\left( P^* = \frac{P_{KF,m}}{P_{KF,0}} \right) \text{ і рідіального } \left( q^* = \frac{q_{KF,m}}{q_{KF,0}} \right) \text{ тисків з врахуванням збурень форми}$$

оболонки до таких для ідеальної циліндричної оболонки в залежності від амплітуди збурення і його розподілу по довжині оболонки. Характерною є якісна залежність впливу геометричних недосконалостей оболонки на критичні значення навантаження від характеру розподілу початкових погнів по довжині оболонок і їх відносною амплітудою, яка проявляється в немонотонній залежності критичних значень навантажень від вказаних факторів. Аналогічні результати спостерігаються для ортотропних циліндричних оболонок типу склопластикових оболонок, армованих в одному напрямку. В цьому випадку загальної закономірності зниження впливу, обумовленого викривленням твірної, на критичні значення навантаження для ортотропних оболонок, як це підкреслюється в багатьох публікаціях, в порівнянні з ізотропними оболонками не спостерігається.

Вказаний ефект має місце для стиснутих в осьовому напрямку перехресно армованих жорстко закріплених циліндричних оболонок із боропластики в діапазоні зміни кута армування ( $30^\circ < \gamma < 60^\circ$ ). Зниження чутливості критичних значень навантажень до початкових геометричних недосконалостей для таких оболонок корелює з високими значеннями модуля зсуву в площині армування. При цьому втрача стійкості відбувається по осесиметричним формам.

На рис.3 - рис.5 зображено вплив на критичні значення інтенсивності зовнішнього тиску довгохвильових ( $m = 1, 2, 3$ ) сімусоїдальних форм збурення твірних для ортотропних оживальних оболонок додатньої гаусової кривини, яким відповідають значення параметра  $C/h = 0; 10; 10^3$ .

Аналогічні результати для оболонок від'ємної гаусової кривини приведені на рис.6 - рис.8. Критичні значення навантаження для оболонок з гаусовими кривими

обертених знаків по-різному реагують на збурення вихідної форми. Зокрема, оболонки від'ємної гаусової кривини ( $C/h=0$ ;  $C/h=10$ ) значно менше чутливі до відхилень від вихідної форми твірної в порівнянні з оболонками додатньої гаусової кривини. При  $C/h=10^3$  вплив геометричних недосконалостей на критичні значення тиску для розглянутих оболонок схожий з таким для циліндричних оболонок в зв'язку з тим, що із збільшенням параметра  $C$  криволінійні твірні оболонок спрямляються і наближаються до прямолінійної форми. Спостерігається також схожість залежності критичних значень осового і зовнішніх тисків від геометричних неправильностей відповідно для циліндричної і сферичної оболонок, найбільш чутливих до початкових геометричних недосконалостей.

В заключному параграфі четвертого розділу провадиться оцінка впливу врахування моментності основного напруженого стану на критичні значення осового тиску для жорстко закріплених циліндричних оболонок з викривленою твірною. На основі розв'язку моментних рівнянь рівноваги, одержаного асимптотичним методом, показано, що для перекресно армованих композитних оболонок довжина крайового ефекту не перевищує  $1/10$  довжини оболонки ( $\gamma=0^0$ ), а поправка в згинних складових тангенціальних зусиль, що пов'язана з викривленням твірної, має порядок відносної амплітуди викривлення ( $ah/R_2$ ).

Оцінки впливу моментності основного напруженого стану на критичні значення навантаження, одержані для ортотропних і ізотропних оболонок на основі класичних рівнянь, являються верхніми для оболонок з скінченною зсувною жорсткістю.

В п'ятому розділі розглянуті задачі стійкості оболонок обертання неоднорідної будови по товщині і в напрямку твірної оболонок. Існують різні способи підвищення критичного навантаження для оболонок із традиційних конструкційних і композитних матеріалів. Одними із найбільш привабливих шляхів досягнення цієї мети є використання шаруватої структури пакету оболонки і нерівномірного розміщення матеріалу в тілі оболонки. У випадку використання композитних матеріалів з'являється можливість підвищення характеристик жорсткості оболонки шляхом підбору раціональних кутів армування. Крім вказаних можливостей підвищення критичних значень навантаження для композитних оболонок існує спосіб змінної структури композита в

певному напрямку, які формуються шляхом зміни від точки до точки об'ємного вмісту компонентів або кута армування.

В усіх випадках вибір раціональних параметрів структури оболонок зводиться до розв'язку задач стійкості оболонок з просторово неоднорідними механічними властивостями в поперечному або тангенціальних напрямках.

Особливості впливу неоднорідної структури по товщині на критичні навантаження розглядаються на прикладі циліндричних тришарових оболонок симетрично або несиметрично складених з шарів з великою відмінністю в жорсткостях або з волокнистих шарів з різними кутами армування. Деформування оболонок описується моделлю, складеною на основі формулювання кінематичних гіпотез С.П.Тимошенка для кожного шару окремо при умові неперервності переміщень на контактних поверхнях шарів.

Розрахунки показують, що у випадку шарнірно-опертих тришарових оболонок середньої довжини з несиметричною структурою критичні значення осевого і радіального тиску залежать від характеру розташування несучих шарів різної жорсткості, виявляючи тенденцію до підвищення при розташуванні більш жорсткого шару зовні. Цей ефект аналогічний ефекту ексцентриситету силового набору в теорії відкритих оболонок.

При одшорідному навантаженні для оболонок з несучими шарами із однакового матеріалу найбільш прийнятною, з точки зору стійкості, структурою пакету є симетрична.

У випадку осевого стиснення симетрично зібраних із моношарів з регульованою технологічною анізотропією тришарових оболонок, найбільш прийнятними є варіанти, коли в пакеті присутні шари, армовані під кутом  $45^\circ$  до твірної, оскільки наявність таких шарів призводить до великих значень в порівнянні з іншими кутами армування модуля зсуву в поверхнях, еквідистантних середній поверхні.

В практиці проєктування оболонкових елементів конструкцій з метою місцевого регулювання жорсткості використовується прийом, пов'язаний з неоднорідним розподілом конструкційного матеріалу по тілу оболонки, що приводить до дискретної або неперервної змінності товщини в певних напрямках.

В табл.4 представлено відношення критичних значень радіального тиску ( $\bar{q}$ ) і осевих зусиль ( $\bar{T}_{110}$ ) для жорстко закріплених поздовжньо - поперечно армованих склопластикових циліндричних оболонок змінної товщини до таких для оболонки по-

стійної середньої товщини ( $h_0 / R = 0,667 \cdot 10^{-2}$ ). Товщини оболонок змінювались у відповідності із співвідношенням

$$h = h_0 \left( 1 + \alpha \sin \frac{\pi x_1}{L} \right) \quad (22)$$

при умові рівності їх об'ємів об'єму оболонки середньої товщини. В табл.5 приведені дані для всебічно стиснутої конічної оболонки з навіакутом конусності  $\alpha = 30^\circ$ , товщина якої визначалась виразом

$$h = h_0 \left( 1 + \alpha \frac{x_1}{L} \right), \quad (23)$$

де  $h_0$  - товщина в меншій основі радіуса  $R_0$ .

В табл.4, табл.5 в дужках вказана кількість хвиль форми втраги стійкості в коловому напрямку.

Характер впливу на критичні значення радіального тиску регулярно і нерегулярно розташованих по довжині оболонок дискретних потовщень, симетричних відносно середньої поверхні, розглядався на прикладі ізотропних жорстко закріплених циліндричних оболонок. Проведені розрахунки показують, що вплив неоднорідності товщини на стійкість залежить від геометрії оболонок і характеру силової дії. Зокрема, при осьовому стисканні циліндричних оболонок найбільш прийнятними є оболонки з постійною товщиною, при радіальному обтискуванні - оболонки з потовщенням до середини, а у випадку дискретних потовщень - з більш потужними потовщеннями в середині оболонок.

У випадку оболонок із неоднорідними геометричними параметрами навіть при всебічному обтискуванні неоднорідне розподілення матеріалу по тілу оболонки може виявитись ідоціальним, як це проілюстровано на прикладі конічної оболонки.

Залежність критичних значень навантаження від неоднорідності пружних властивостей, зумовлених змінністю коефіцієнта армування, ілюструється на прикладі армованої в одному напрямку склопластикової жорстко закріпленої оболонки. Неоднорідність параметрів пружності композиту визначалась функцією зміни коефіцієнта армування

Таблиця 4

L:R:h <sub>0</sub>	α	$\bar{q}(n)$	$T_{110}^*(n)$
1,733:1:0,112 10 <sup>-1</sup>	-0,637	0,519(9)	0,627(17)
1,733:1:0,407 10 <sup>-2</sup>	1,000	1,167(7)	0,885(9)

Таблиця 5

L:R:h <sub>0</sub>	α	$\bar{q}(n)$
2:1:0,344 10 <sup>-2</sup>	1,500	0,862(10)
2:1:0,563 10 <sup>-2</sup>	0,111	0,997(11)
2:1:0,628 10 <sup>-2</sup>	-0,092	0,949(10)
2:1:0,736 10 <sup>-2</sup>	-0,375	0,884(11)

Таблиця 6

λ : η	Поздовжнє армування		Кільцеве армування	
	P <sup>*</sup> (n)	q <sup>*</sup> ·10 <sup>3</sup> (n)	P <sup>*</sup> (n)	q <sup>*</sup> ·10 <sup>3</sup> (n)
0,4 π / 4	0,125(8)	0,125(8)	0,107(8)	0,260(6)
0,6 0	0,125(9)	0,112(8)	0,122(9)	0,250(6)
0,7 -π / 14	0,116(9)	0,108(8)	0,111(9)	0,235(6)
0,8 -π / 8	0,107(9)	0,105(8)	0,101(8)	0,230(6)

$$\varphi(x_1) = \lambda \left( 1 + \eta \sin \frac{\pi x_1}{L} \right), \quad (24)$$

де значення  $\lambda$  і  $\eta$  вибирались із умови збереження частки наповнювача в загальному об'ємі оболонки

$$\int_0^L \lambda \left( 1 + \eta \sin \frac{\pi x_1}{L} \right) dx_1 = \varphi_0 L \quad (25)$$

Тут  $\varphi_0$  - коефіцієнт армивання при однорідному розподіленні наповнювача в оболонці.

В розглянутих прикладах  $\varphi_0 = 0.6$ .

В табл.6 приведені результати розрахунків критичних значень осьового  $\left( P^* = \frac{P_{KF,m}}{E_a h} \right)$  і радіального  $\left( q^* = \frac{q_{KF,m}}{E_a h} \right)$  тисків для армованих в поздовжньому і коловому напрямках оболонок з відносними розмірами  $L : R : h = 2:1:10^{-2}$ ,  $E_m = 0.73 \cdot 10^5$  МПа- модуль пружності скловолокна.

В заключному параграфі розділу розглянуто задачі стійкості ідеальних і неідеальних циліндричних оболонок з неоднорідними товщиною і пружними властивостями. Неоднорідність товщини і пружних властивостей визначалась співвідношеннями (22) і (24) при умові збереження незмінності об'єму оболонок, рівному об'єму оболонки середньої товщини ( $h_c/R = 10^{-2}$ ), і об'ємної частки наповнювача в загальному об'ємі оболонки.

Результати розрахунків критичних значень інтенсивності радіального тиску  $\left( q^* = \frac{q_{KF,m}}{E_a h_c} \right)$  і стискаючого осьового погонного зусилля  $\left( T_{110}^* = \frac{T_{110}}{E_a h_c} \right)$  для оболонок з відносними розмірами  $L : R : h_c = 2:1:10^{-2}$  приведені в табл.7 і табл.8.

Вплив відхилення твірної оболонки від прямолінійної форми на критичні значення осьового і радіального тисків для оболонок із змінними в осьовому напрямку товщиною і пружними властивостями розглянуто на прикладі циліндричної оболонки із збуреннями твірної виду (21) при  $m = 3$ . В конкретному розглянутому випадку якості

Таблица 7

$(h_0/R; \alpha)$	$q^* \cdot 10^3$		
	$\lambda = 0,4; \eta = \frac{\pi}{4}$	$\lambda = 0,6; \eta = 0$	$\lambda = 0,8; \eta = -\frac{\pi}{4}$
	0,132(7)	0,128(8)	0,120(8)
$(0,8 \cdot 10^{-2}; \frac{\pi}{8})$	0,284(5)	0,276(6)	0,268(6)
	0,120(7)	0,111(8)	0,105(7)
$(10^{-2}; 0)$	0,260(6)	0,246(6)	0,230(6)
	0,106(8)	0,098(8)	0,091(9)
$(0,12 \cdot 10^{-2}; -\frac{\pi}{12})$	0,222(6)	0,210(6)	0,195(6)

Таблица 8

$(h_0/R; \alpha)$	$T_{110}^* \cdot 10^2$		
	$\lambda = 0,4; \eta = \frac{\pi}{4}$	$\lambda = 0,6; \eta = 0$	$\lambda = 0,8; \eta = -\frac{\pi}{4}$
	0,103(9)	0,122(9)	0,124(8)
$(0,8 \cdot 10^{-2}; \frac{\pi}{8})$	0,083(8)	0,104(9)	0,121(9)
	0,125(8)	0,125(9)	0,107(9)
$(10^{-2}; 0)$	0,107(8)	0,122(9)	0,101(8)
	0,125(9)	0,105(9)	0,089(8)
$(0,12 \cdot 10^{-2}; -\frac{\pi}{12})$	0,123(9)	0,099(9)	0,080(9)

впливу недосконалостей в формі неоднорідних оболонок схожа з такою для однорідних оболонок.

В ш о с т о м у розділі розглядається задача стійкості композитних циліндричних оболонок з врахуванням залежності термопружних властивостей від температури. Предметом дослідження були перехресно армовані оболонки, які мислились нагрітими до температури, що не перевищувала розм'ягчення і склування. В такому діапазоні нагрівання не спостерігаються значні пластичні деформації, що дає змогу скористатись при опису деформування композиту співвідношеннями лінійної теорії термопружності.

Для розв'язку конкретних задач про деформування термочутливих композитних оболонок необхідні значення ефективних термопружних характеристик шаруватих пакетів в залежності від температури. Найбільш надійним способом визначення таких характеристик являється експериментальний. Однак такий шлях не оперативний і дорогий. Для попередніх конструкторських проробок і розрахунків прийнятною являється інформація про ефективні термопружні характеристики пакетів, одержана шляхом теоретичних розрахунків.

При очевидних недоліках типу ігнорування впливу технологічних факторів на механічні властивості композитів вказаний підхід широко використовується з метою прогнозування фізико-механічних властивостей композитів різної структури, оскільки дозволяє уникнути великого об'єму експериментальних досліджень при аналізі схем армування в силу використання в якості основних більш простих елементів-моделей суцільного середовища наповнювача і зв'язуючого.

Ефективні термопружні характеристики шаруватого пакету оболонок знаходились з використанням формул Л.П.Хорожуна, одержаних методом умовних моментів з подальшим використанням формул перетворення при повороті системи координат.

Відмінність постановки задач стійкості термочутливих оболонок від традиційної постановки задач термостійкості полягає у врахуванні залежності жорсткості від температури нагрівання та в особливості визначення температурних зусиль і моментів основного напруженого стану. Ця особливість зумовлена залежністю коефіцієнтів лінійного розширення від температури, яка призводить до накопичення деформацій теплового розширення, в результаті чого в рівняннях стану темпера-

турні складові зусиль ( $T_{11T}$ ) і моментів ( $M_{11T}$ ) визначаються інтегралами виду:

$$\begin{aligned}
 T_{11T} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{T_0}^{T_k} \frac{E_1(T_k)}{1 - \nu_1(T_k)\nu_2(T_k)} [\alpha_1(T) + \nu_2(T_k)\alpha_2(T)] dT dZ; \\
 T_{22T} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{T_0}^{T_k} \frac{E_2(T_k)}{1 - \nu_1(T_k)\nu_2(T_k)} [\nu_1(T)\alpha_1(T_k) + \alpha_2(T)] dT dZ; \\
 M_{11T} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{T_0}^{T_k} \frac{E_1(T_k)}{1 - \nu_1(T_k)\nu_2(T_k)} [\alpha_1(T) + \nu_2(T_k)\alpha_2(T)] dT dZ; \\
 M_{22T} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{T_0}^{T_k} \frac{E_2(T_k)}{1 - \nu_1(T_k)\nu_2(T_k)} [\nu_1(T)\alpha_1(T_k) + \alpha_2(T)] dT dZ,
 \end{aligned} \quad (26)$$

де  $E_1, \nu_1$  - модулі пружності і коефіцієнти Пуассона;  $T_0, T_k$  - початкова і кінцева температури;  $T$  - поточне значення температури;  $h$  - товщина оболонки.

Особливості впливу термочугливості зв'язуючого матеріалу в залежності від кута армування на стійкість оболонок досліджувались на прикладі боропластикових шарнірно - рухомо і жорстко закріплених оболонок при термосилової дії за умов однорідного і неоднорідного по довжині нагрівання. У випадку шарнірно - рухомого опирання, коли осові переміщення торців не обмежуються, вплив нагрівання на критичні значення осового і радіального тисків проявляється лише через залежність ефективних термопружних характеристик від температури. При цьому характер залежності критичних значень навантажень від температури нагрівання якісно повторює такий для ефективних пружних характеристик (рис 9, рис 10).

$\left( P^* = \frac{P_{KP}(T)}{P_{KP}(T_0)} \right); \left( q^* = \frac{q_{KP}(T)}{q_{KP}(T_0)} \right); T$  - поточна температура;  $T_0$  - початкова температура).

Видна термочугливості на критичні значення осового і радіального тисків рівномірно нагрітих оболонок в залежності від кута армування  $\gamma$  ілюструється даними табл. 9

і табл. 10, на яких зображені результати розрахунку радіального  $\left( q^* = \frac{q_{KR} R}{a_1^2 h} \right)$  і осьово-

вого  $\left( P^* = \frac{P_{KR} R}{a_1^2 h} \right)$  тисків для жорстко закріплених боропексидних оболонок ( $a_1^1 =$

$4 \cdot 10^5$  МПа). В зв'язку з обмеженням температурного розширення в жорстко закріплених оболонках з'являються температурні зусилля ( $T_{11T}^* = T_{11T} / a_1^1 h$ ). Знак останніх може змінюватися в залежності від схем армування і тим самим здійснювати стабілізуючий ( $\gamma = 30^\circ$ ) або дестабілізуючий вплив на стійкість оболонок. Суть цього явища в даному випадку пов'язана з характером проявлення ефекту Пуассона в колесовому напрямку оболонки.

Розглянуто також задачі стійкості для циліндричної оболонки при осьовому і радіальному стисканні в лінійно-змінному по товщині температурному полі. Термоупливість матеріалу оболонки в неоднорідному температурному полі призводить до неспів-

метрії стінки оболонки. Розрахунки показують, що у випадку тонких  $\left( \frac{h}{R} < 10^{-2} \right)$

оболонок перепад температури по товщині ( $\Delta T = T_H - T_b$ ;  $T_H$ ,  $T_b$  - температура зовнішньої і внутрішньої поверхні оболонки) не істотно впливає на критичні значення навантаження. Визначальна роль нагрівання на стійкість оболонок пов'язана з середньою температурою стінки оболонок  $\left( T_0 = \frac{T_H + T_b}{2} \right)$ , з якою приведені жор-

сткості, а отже, і критичні значення навантаження оболонок пов'язані близько до лінійної залежності.

В сьомому розділі розглянуто задачі стійкості оболонок із матеріалів, пошкоджених системою розсіяних плоских і дископодібних тріщин. Особливістю деформування таких матеріалів є різний опір розтягу і стиску. Відмінність модулів пружності при розтягуванні і стисканні вносить певну специфіку в розв'язування задач про рівновагу конструкцій із пошкоджених матеріалів, оскільки значення ефективних характеристик пружності в точках тіла залежить від знаків і відношень діючих напру-

жень, визначення яких є проміжним або кінцевим етапом задач механіки деформівного твердого тіла.

В загальному випадку задачі про рівновагу і, зокрема, стійкість оболонок із пошкоджених матеріалів являються фізично нелінійними і розв'язуються методом послідовних наближень.

Дослідження впливу пошкоджень матеріалу на стійкість оболонок складається з двох етапів. На першому етапі у відповідності з роботами Ешелбі, Ірвіна, Р.Л. Саганіка та інш. знаходяться ефективні податливості пошкодженого матеріалу шляхом представлення густини енергії деформування пошкодженого матеріалу в параметрах суцільного середовища і характеристик, які визначають розміри, орієнтацію і концентрацію тріщин, у вигляді квадратичної форми відносно компонент тензора напружень, які наводяться в пошкодженому тілі

$$\Pi = \Pi_0 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N V_k \sigma_{ik} n_i, \quad (27)$$

де  $\Pi_0$  - густина енергії суцільного середовища; друга складова в (27) визначає звільнену енергію, пов'язану із появою  $N$  тріщин в одиничному об'ємі;  $V_k$  - інтеграл по поверхні тріщини від скачка  $K$ -ої компоненти вектора зміщення точок берегів тріщини, викликаними середніми по об'єму діючими напруженнями  $\sigma_{ik}$ ;  $n_i$  - проекції вектора нормалі до поверхні тріщини.

Звільнена енергія знаходиться на основі результатів розв'язку задач про напружено-деформівний стан в тілі з ізольованою тріщиною певної форми. З використанням апарату осереднення за розмірами і орієнтаціями тріщин у загальному випадку податливості ефективного середовища знаходяться як функції діючих напружень, які у випадку задач стійкості оболонок отожднюються з напруженнями основного стану рівноваги. Зокрема, при двовісному основному напруженому стані, який характеризується напруженнями  $\sigma_{11} < 0, \sigma_{22} > 0$  ( $|\sigma_{11}| \gg |\sigma_{22}|$ ) ефективні пружні стани для ізотропного середовища, пошкодженого системою кругових плоских мікротріщин статистично однорідно ізотропно розподілених по об'єму з концентрацією  $\epsilon = N \langle a^3 \rangle$  ( $\epsilon$  - малий параметр, який визначає відношення об'єму збурення  $\langle a^3 \rangle$ , що вносить тріщина, до об'єму матеріалу, який припадає на одну тріщину  $V = \frac{1}{N}$ ,  $a$  - радіус тріщини) мають вигляд

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_0 \left[ 1 - \frac{64}{35} (1 - 3f^2) \epsilon \right]; \\
 E_2 &= E_0 \left\{ 1 - \frac{64}{35} \left[ 1 - 3f^2 + \frac{4}{\pi} (6 - \nu_0) \lambda \right] \epsilon \right\}; \\
 \nu_2 &= \nu_0 + \frac{32}{45} \left[ 1 - 2\nu_0 + 2(1 + 3\nu_0) f^2 - \frac{8}{\pi} \nu_0 (6 - \nu_0) \lambda \right] \epsilon; \\
 G_{12} &= G_{13} = G_{23} = G_0 \left[ 1 - \frac{32}{45} \left( \frac{5 - \nu_0}{1 + \nu_0} \right) \epsilon \right],
 \end{aligned} \tag{28}$$

де  $f$  - коефіцієнт тертя ковзання, індексом 0 позначені пружні характеристики суцільного середовища:  $\lambda = \sqrt{|\sigma_{22}|/|\sigma_{11}|}$ . На прикладі (28) видно, що порушення суцільності ізотропного матеріалу системою ізотропно розподілених плоских мікротріщин при двовісному навантаженні тіла із стиском в одному з напрямків призводить до зміни пружної симетрії з фізичною нелінійністю. В таких випадках задачі стійкості оболонок розв'язуються методом послідовних наближень, який дозволяє корегувати структуру рівнянь стійкості на кожному кроці послідовного наближення по значенням і знакам напружень основного стану в припущенні незмінності зон розтягування і стискування при переході оболонки в нескінченно близький суміжний з основним станом рівноваги.

У випадку циліндричних оболонок із пошкодженого матеріалу, твірні яких мають сінусоїдальні відхилення від прямої, знаки напружень основного стану залежать від знаку кривини твірної. При осьовому стиску на ділянках оболонки із від'ємною гаусовою кривиною осові і колісні напруження докритичного стану будуть стискаючими, на ділянках із додатною кривиною осові напруження-стискаючі, колісні - розтягуючі. В останньому випадку ефективні пружні сталі будуть визначатися формулами (28) при  $\lambda = \sqrt{|k_2|/|k_1|}$ , де  $k_1, k_2$  - головні кривини середньої поверхні оболонки. В областях із стиском в двох напрямках ефективні пружні сталі визначаються формулами

Таблица 9

T,	$\gamma = 0^\circ$		$\gamma = 30^\circ$		$\gamma = 45^\circ$		$\gamma = 60^\circ$	
C°	$T_{шт}^* 10^3$	$q^* 10^6$	$T_{шт}^* 10^3$	$q^* 10^6$	$T_{шт}^* 10^3$	$q^* 10^6$	$T_{шт}^* 10^3$	$q^* 10^6$
23	-0,068	0,372	-0,0101	0,962	-0,0935	0,141	-0,174	0,183
50	-0,153	0,273	-0,0081	0,962	-0,1670	0,139	-0,410	0,179
80	-0,252	0,131	0,0012	0,922	-0,1970	0,135	-0,686	0,171
96	-0,305	0,000	0,0297	0,922	-0,1890	0,116	-0,828	0,167
$23 + 73 \sin \frac{\pi x}{L}$	-0,214	0,178	0,0855	0,962	-0,1760	0,135	-0,598	0,171

Таблица 10

T,	$\gamma = 0^\circ$		$\gamma = 30^\circ$		$\gamma = 45^\circ$	
C°	$p^* \cdot 10$	$p^* \cdot 10$	$p^* \cdot 10$	$p^* \cdot 10$	$p^* \cdot 10$	$p^* \cdot 10$
23	0,287	0,557	0,475			
50	0,177	0,531	0,445			
96	0,000	0,520	0,393			
$23 + 73 \sin \frac{\pi x}{L}$	0,110	0,512	0,426			

Таблица 11

NN	m	a	n	$p^* = p_{кр,н} / p_{кр,0}$
n/n				
1	1	0,5	9	0,655
2	1	-0,5	9	0,861
3	3	0,5	9	0,853
4	3	-0,5	8	0,676
5	0	0,0	9	0,865
6	1	0,5	9	0,872
7	3	0,5	9	0,863
8	3	-0,5	8	0,861

$$E = E_0 \left[ 1 - \frac{64}{35} \left( 1 - 3f^2 \frac{1 - \nu_0^2}{2 - \nu_0} \right) \epsilon \right]; \quad (29)$$

$$\nu = \nu_0 + \frac{32}{45} \left[ 1 - 2\nu_0 + 2f^2 (3\nu_0 + 1) \frac{(1 - \nu_0^2)}{(2 - \nu_0)} \epsilon \right].$$

Оболонка з геометричними неправильностями у випадку пошкодження суцільності матеріалу веде себе як неоднорідна з різною симетрією пружних властивостей в областях із різними знаками гаусової кривини.

В табл.11 приведені результати розрахунку критичних значень осевого тиску для жорстко закріпленої циліндричної оболонки із пошкодженого матеріалу з характеристиками  $E_0 = 1,44 \cdot 10^4$  МПа;  $\nu_0 = 0,27$ ;  $\epsilon = 0,19$ ;  $f = 0,17$ . Вказані характеристики відносяться до чорних металів, яким властиві різномодульність. В рядках 1-4 табл.11 приведені відношення ( $P^*$ ) критичних значень інтенсивності осевого тиску ( $P_{кр.н}$ ) для геометрично недосконалих оболонок із тріщиновитого матеріалу до такого ( $P_{кр.0} = 0,865 \cdot 10^2$  МПа) для ідеальної циліндричної оболонки із суцільного матеріалу. В рядках 5-8 приведені критичні значення осевого тиску для однорідних оболонок з різними конфігураціями твірної, розраховані з використанням ефективних характеристик пружності (29).

Аналогічні дослідження проведені для геометрично недосконалих циліндричних оболонок із різномодульних матеріалів з використанням моделі С.О.Амбарцумяна.

У восьмому розділі викладено результати дослідження впливу неоднорідностей типу локальних і неперервних потовщень, пружних властивостей при їх роздільному і сумісному врахуванні на частоти власних коливань циліндричних оболонок. Розглядається вплив малих відхилень твірної оболонки на частоти власних коливань вільних і попередньо навантажених оболонок. В останніх, як і для ідеальних попередньо навантажених оболонок, зберігається лінійна залежність між квадратом частоти і інтенсивністю попереднього навантаження, що являється теоретичною передумовою розробки неруйнівного контролю стійкості оболонок на основі динамічного критерію.

В заключенні приведені основні результати виконаної роботи, які зводяться до наступного:

1. На основі загального варіаційного принципу пружної стійкості і принципу Остроградського - Гамільтона з використанням методу дискретної апроксимації функціоналів варіаційних рівнянь в поєднанні з фізичним довизначенням граничних задач побудовано алгоритм ледення тривимірних задач стійкості і власних коливань оболонок обертання до замкнених консервативних дискретних аналогів.

2. На основі варіаційно-різницевого методу з використанням скінченно-різницевого співвідношення високого порядку точності запропоновано алгоритм поліпшення обумовленості дискретних аналогів варіаційних рівнянь стійкості і власних коливань оболонок з неоднорідними геометричними і механічними параметрами.

3. Відкрито процедура побудови скінченно-різницевого аналогу диференціального формулювання задач на власні значення, еквівалентного варіаційно-різницевому аналогу, яка полягає в певній послідовності заміни похідних скінченно-різницевими співвідношеннями в рівняннях стійкості в зусиллях і моментах.

4. На основі класичних підходів дана постановка і розв'язані задачі про стійкість і власні коливання оболонок обертання з неоднорідними геометричними і механічними параметрами з врахуванням їх роздільного і сумісного впливу на критичні значення навантаження і частоти власних коливань. В тому числі:

- розв'язані задачі стійкості і власних коливань оболонок обертання із змінними в напрямку твірної товщиною і пружними властивостями;

- в уточненій постановці досліджено вплив малих сінусоїдальних викривлень твірної на критичні значення навантажень оболонок в залежності від вихідної форми і жорсткості оболонок;

- на прикладі оболонок нетрадиційних геометричних форм досліджено вплив параметрів зовнішньої геометрії на критичні значення інтенсивності всебічного рівномірного тиску.

5. Дана постановка і розв'язані задачі про стійкість і власні коливання оболонок з врахуванням обумовленої фізичною природою або пошкодженням матеріалу залежності ефективних пружних властивостей від характеру зовнішньої дії. В тому числі:

- розв'язані задачі на власні значення для перехресно армиованих оболонок з врахуванням залежності їх термопружних властивостей від температури;

- одержані нові співвідношення ефективних характеристик пружності пошкоджених матеріалів з врахуванням їх залежності від виду напруженого стану і на їх основі вивчені особливості впливу розсіяного порушення суцільності матеріалу на критичні

значення навантаження для кількох варіантів основного напруженого стану, параметрів мікропошкоджень і початкових викривлень твірної оболонки.

6. Виявлені загальні тенденції впливу геометричних і механічних неоднорідностей на критичні значення навантажень і частот власних коливань для оболонок середньої довжини, серед яких слід відмітити:

- при всіх інших рівних умовах серед оболонок додатньої гаусової кривини однакового внутрішньооболонкового об'єму найбільший запас стійкості при всебічному обтисканні має оболонка з найменшою площею середньої поверхні;

- якість і ступінь впливу осесиметричних відхилень від вихідної форми твірної на власні значення залежать від розподілу початкового погину по довжині оболонки, його амплітуди, ступені анізотропії пружних властивостей і виду навантаження;

- характер впливу початкових викривлень твірної на стійкість всебічно обтисненої сферичної оболонки співпадає з таким для стисненої в осьовому напрямку циліндричної оболонки;

- чутливість оболонок від'ємної гаусової кривини до початкових геометричних неоднорідностей, з точки зору стійкості, значно нижча такої для оболонок нульової і додатньої кривини;

- структура пакету несиметрично складених тришарових циліндричних оболонок середньої довжини з більш жорстким зовнішнім несучим шаром є найбільш прийнятною, з точки зору стійкості, при осьовому і радіальному обтисненні;

- у випадку несучих шарів із однакового матеріалу найбільшу перевагу має симетрична структура пакету;

- неоднорідний розподіл матеріалу в напрямку твірної не сприяє підвищенню критичних значень осьового стискувального зусилля для конічних і циліндричних оболонок;

- при радіальному обтисненні потовщення або підвищення жорсткості до середини оболонки сприяє підвищенню стійкості оболонок;

- при сумісному врахуванні неоднорідності товщини і коефіцієнта армування для композитних циліндричних оболонок сумарна зміна критичного значення радіального тиску для однорідної оболонки із середніми значеннями товщини і коефіцієнта армування оцінюється сумою поправок, обчислених при роздільному врахуванні вказаних факторів;

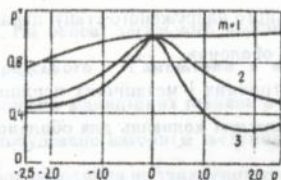


Рис. 1

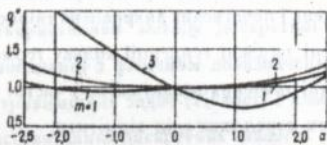


Рис. 2

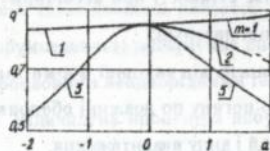


Рис. 3

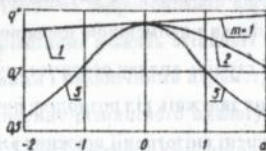


Рис. 4

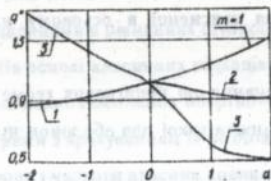


Рис. 5

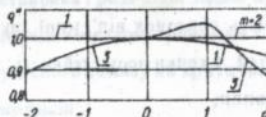


Рис. 6

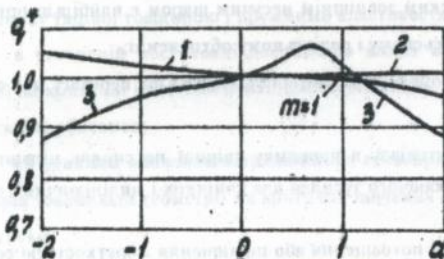


Рис. 7

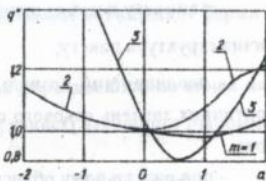


Рис. 8

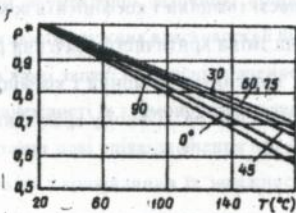


Рис. 9

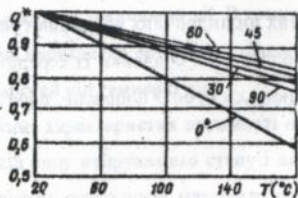


Рис. 10

- загальні тенденції впливу початкових викривлень твірної на критичні значення навантаження для циліндричних оболонок з неоднорідною товщиною і неоднорідними пружними властивостями подібні до таких для однорідних циліндричних оболонок;

- при неоднорідному поперечному нагріванні термочутливих циліндричних оболонок критичні значення навантаження близькі до таких для оболонок із середньою температурою нагрівання;

- в залежності від кута армування оболонок нагрівання оболонки може мати як дестабілізуючий, так і стабілізуючий вплив на стійкість термочутливих оболонок з жорстко зв'язаними торцями;

- в ізотропному пошкодженому матеріалі системою розсіяних плоских мікротріщин або мікропор при одноісному або складному напруженому стані, який супроводиться розтягом в одному із напрямків, виводиться анізотропія пружних властивостей з фізично нелінійною природою;

- в максимальній мірі вплив пошкодженості матеріалу на стійкість оболонок проявляється в сполучі з початковими геометричними недосконалостями в формі оболонок;

- із зменшенням відносної товщини оболонок ступінь впливу пошкодженості матеріалу на стійкість оболонок підвищується;

- характер сумісного впливу неоднорідності товщини і пружних властивостей на частоти власних коливань циліндричної оболонки середньої довжини обернений на низхідній і висхідній вітках основної частотної кривої;

- для попередньоустиснених оболонок з малими відхиленнями твірної від прямолинійної форми зберігається лінійна залежність квадрата частот власних коливань від величини стискаючих зусиль, що являється теоретичною передумовою розробки нерувиного вібраційного контролю стійкості геометрично недосконалих оболонок на основі динамічного критерію стійкості.

Одержані результати в цілому можна кваліфікувати як теоретичне узагальнення наукової проблеми механіки деформівного твердого тіла, яка полягає у виявленні загальних тенденцій впливу неоднорідностей механічного і геометричного характеру на стійкість і власні коливання оболонок, що мають важливе теоретичне і прикладне значення.

Основний зміст дисертації відображено в таких публікаціях:

1. Бабич Д.В. Метод дискретної апроксимації функціонала в задачах устойчивости оболочек вращения // Прикл. механика.-1983.-19, N 2.-С. 38-44.

2. Бабич Д.В. Устойчивость цилиндрических оболочек с изменяющимися вдоль образующей упругими свойствами // Прикл. механика.-1985.- 21, N3.-С. 36-39.

3. Бабич Д.В. Устойчивость ортотропных оболочек вращения с образующей, близкой к прямой // Прикл. механика.-1986.- 22, N7.- С. 113-116.

4. Бабич Д.В. Зависимость критических нагрузок для ортотропных оболочек от малых отклонения формы образующей // Прикл. механика - 1986.- 22, N 8.- С. 46-50.

5. Бабич Д.В. О численном решении задач на собственные значения для оболочек вращения.- Киев,1986.- 16 с. // Деп. в ВИНВТИ 10.02.86.- N 2855-B86.

6. Бабич Д.В. О влиянии коробления на устойчивость цилиндрических оболочек // Прикл. механика. - 1987. - 23, N 5. - С. 17-23.
7. Бабич Д.В. Устойчивость неидеальных цилиндрических оболочек переменной жесткости. - Киев, 1987. - 14 с // Доп. в ВПНИГП 23.04.87. - N 2855-B87.
8. Бабич Д.В. О совместном влиянии неоднородности толщины и модулей упругости на устойчивость неидеальных цилиндрических оболочек // Пробл. прочности. - 1988. - N12. - С. 76-80.
9. Бабич Д.В. О рациональном армировании работающих на сжатие оболочек // Механика композит. материалов. - 1991. - N1. - С. 157-160.
10. Бабич Д.В. Устойчивость неравномерно нагретых по толщине термочувствительных оболочек // Доклады АН УССР. - 1993. - N 4. - С. 41-45.
11. Бабич Д.В. Устойчивость оболочек вращения, очерченных по многофокусным по верхностям // Прикл. механика. - 1993. - 29, N 11. - С. 68-72.
12. Бабич Д.В. Учет поврежденности материала в задачах устойчивости оболочек // Прикл. механика. - 1994. - 31, N 1. - С. 63-67.
13. Бабич Д.В. Про особливості деформування пошкоджених матеріалів // Доповіді АН України. - 1994. - N 7. - С. 49-54.
14. Бабич Д.В. Про розв'язання задач про стійкість оболонок з дефектами в матеріалі // Доповіді АН України. - 1994. - N 9. - С. 59-63.
15. Бабич Д.В. Устойчивость равнонапряженных оболочек, находящихся под внешним давлением // Прикл. механика. - 1994. - 30, N 3. - С. 58-61.
16. Бабич Д.В. Приближенный учет поврежденности материала в задачах о равновесии упругих оболочек. // Пробл. прочности. - 1996. - N3. - С. 20-30.
17. Бабич Д.В. Влияние трещиноватости материала на устойчивость сжатых в осевом направлении цилиндрических оболочек // Прикл. механика. - 1995. - 31, N4. - С. 28-33.
18. Бабич Д.В. Влияние разномодульности материала на устойчивость оболочек со слабо искривленной образующей // Прикл. механика. - 1995. - 31, N 11. - С. 81-85.
19. Бабич Д.В. О частотном спектре колебаний неоднородных цилиндрических оболочек // Прикл. механика. - 1995. - 31, N 10. - С. 67-72.
20. Бабич Д.В. О собственных колебаниях и потере устойчивости сжатых оболочек // Прикл. механика. - 1996. - 32, N 5. - С. 45-50.
21. Бабич Д.В. О теоретических предпосылках вибрационного контроля устойчивости оболочек // Доклады НАН Украины. - 1996. - N1. - с. 34-37.
22. Бабич Д.В., Воробей В.В., Тарасюк В.Н., Хорошун Л.П. Собственные колебания оболочек вращения из термочувствительных композиционных материалов // Прикл. механика. - 1992. - 28, N 4. - С. 8-16.
23. Бабич Д.В., Дерезилова Л.А. Об устойчивости оболочек вращения с малыми отклонениями от цилиндрической формы // Прикл. механика. - 1984. - 20, N 12. - С. 106-108.
24. Бабич Д.В., Кошовой И.К. Собственные колебания и устойчивость трехслойных оболочек из композитных материалов // Прикл. механика. - 1978. - 14, N 7. - С. 49-54.

25. Бабич Д.В., Кошевой И.К. Устойчивость композитной цилиндрической оболочки с различными схемами армирования // Прикл. механика. - 1981. - 17, N 5. - С. 133-136.
26. Бабич Д.В., Кошевой И.К. О влиянии структуры пакета и углов армирования слоев на устойчивость цилиндрической оболочки. - Киев, 1985. - 10 с. // Деп. в ВИНТИ 31.07.85. - N 5652. - В85.
27. Бабич Д.В., Кошевой И.К. Устойчивость композитных оболочек с малыми искривлениями образующей. - Киев, 1986. - 14 с. // Деп. в ВИНТИ 25.04.86. N 3063. В86.
28. Бабич Д.В., Кошевой И.К. Об устойчивости перекрестно армированных идеальных и слабо искривленных цилиндрических оболочек // Прикл. механика. - 1988. - 24, N 6. - С. 114-118.
29. Бабич Д.В., Кошевой И.К., Шпакова С.Г. Об учете неоднородных свойств материала в задачах упругого равновесия и устойчивости оболочек // Пробл. прочности. - 1985. - N11. - С.99-102.
30. Бабич Д.В., Мартынова Н.Я. Вариационно-разностный метод расчета критических нагрузок для оболочек вращения // Пробл. прочности. - 1983. - N 6. - С. 55-57.
31. Бабич Д.В., Морозко А.И. Численное решение задач устойчивости для неидеальных оболочек вращения. - Киев, 1993. - 45 с. // Деп. в Укр. НИТЭИ 10.01.93. - N17-УК93.
32. Бабич Д.В., Стрельченко А.С. Устойчивость оболочек вращения с переменной толщиной. - Киев: Изд. Киев. нац.-стрит. ин-та. - 1978. - С. 48-51.
33. Бабич Д.В., Хорошун Л.П. Устойчивость оболочек вращения. В кн.: Механика элементов конструкций / Гузь А.Н., Григоренко Я.М. и др. - Киев: Наук. думка. - 1983. - С. 319-334. ( Механика композитивных материалов и элементов конструкций в 3-х т.; Т.2)
34. Хорошун Л.П., Бабич Д.В. Устойчивость оболочек из термочувствительных ком. полимеров // Прикл. механика. - 1992. - 28, N 10. - С. 52-57.
35. Хорошун Л.П., Бабич Д.В. Термоупругость слоистых пластин и оболочек с конечной сдвиговой жесткостью // Тепловые напряжения в элементах конструкций. Киев: Наук. думка. - 1980. - Вып. 29. - С. 10-15.
36. Хорошун Л.П., Бабич Д.В. Численный алгоритм расчета критических значений нагрузки для оболочек вращения переменной толщины // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы УП-ой Всесоюзной конференции. Новосибирск: Ин-т теоретической и прикл. механики. - 1982. - С. 205-210.

Ключові слова:

стійкість, власні коливання, неоднорідні оболонки обертання, термочутливість, тріщинчатість, варіаційно-різницький метод.

Babich D.V. Stability and vibrational eigenmodes of rotation shells with non-uniform geometrical and mechanical parameters. Thesis for the Doctor of Technical Sciences degree in the speciality 05.02.07 - mechanics of the deformed solid bodies, S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 1996.

Using variational methods with the general principle of elastic stability and Ostrogradski-Hamilton principle, trapezoid quadratures formulas and high-order finite difference relations combined with the original redefinition of specific boundary eigenmodes problems I have developed an approximate method for calculation of the critical load values and resonant frequencies for the rotational shells with non-uniform geometrical and mechanical parameters.

I have considered and solved new eigenmodes problems for the nonuniform shells taking into account the dependence of shell's rigidity properties on the character of the external influences and the type of the main stressed state.

I have discovered the general trend of the dependence of shell's critical load values and resonant frequencies on the natural, constructive or acquired non-uniformities.

Main results of this thesis were published by the author in 36 papers and 1 book.

Бабич Д.В. Устойчивость и собственные колебания оболочек вращения с неоднородными геометрическими и механическими параметрами.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.07 - механика деформируемого твердого тела, Институт механики им. С.П.Тимошенко Национальной академии наук Украины, Киев, 1996.

На основе вариационно - разностного метода с использованием общего принципа упругой устойчивости и принципа Остроградского-Гамильтона, квадратурных формул трапеции и конечно - разностных отношений высокого порядка точности в сочетании с физическим доопределением конкретных краевых задач на собственные значения разработан приближенный способ расчета критических значений нагрузок и частот собственных колебаний для оболочек вращения с переменными геометрическими и механическими параметрами.

Поставлены и решены новые задачи на собственные значения для неоднородных оболочек с учетом зависимости их жесткостных свойств от характера внешнего воздействия и вида основного напряженного состояния.

Выявлены общие тенденции влияния конструктивных, естественных либо приобретенных неоднородностей геометрического и механического характера на критические значения нагрузок и частот собственных колебаний оболочек.

Основное содержание диссертации изложено в 36 публикациях автора, в том числе 1 монографии.







Ar 36.012  
**AB 36.012**