

ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
"ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

*На правах рукопису  
УДК 528.21/22*

СОГОР Андрій Романович

**УЗГОДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РЕФЕРЕНЦ-ЕЛІПСОІДА  
З ДАНИМИ ПРО РЕГІОНАЛЬНЕ ГРАВІТАЦІЙНЕ  
ПОЛЕ**

Спеціальність 05.24.01 - геодезія

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Львів 1996

528  
Дисертацією є рукопис.

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00757133 (Q)

Робота виконана в Державному університеті "Львівська політехніка".

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук,  
професор О.М.МАРЧЕНКО.

Науковий консультант - кандидат технічних наук  
О.А.АБРИКОСОВ.

Офіційні опоненти - доктор технічних наук, професор  
І.Ф.Монін.

- кандидат фізико-математичних наук  
К.Х.НУРУТДИНОВ.

Провідна організація - Українське аерокоосмічне підприємство (УкрАГП), м.Київ.

Захист відбудеться "27" чудня 1996 р. о 14 годин  
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 04.06.14 в Державному  
університеті "Львівська політехніка" за адресою: м. Львів, вул. Ст.  
Бандери, 12.

З дисертацією можна ознайомитись в науково-технічній  
бібліотеці університету (м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розісланий "26" листопада 1996 р.

Вчений секретар Ради

кандидат технічних наук, доцент

Ф.Д.Заблоцький

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** При математичній обробці результатів класичних геодезичних вимірів використовується поверхня еліпсоїда, який описується досить простим рівнянням. Довгий час за такий еліпсоїд приймався деякий референц-еліпсоїд, виведений за результатами геодезичних робіт на якійсь території (чи в регіоні). Причому даний референц-еліпсоїд розміщений в тілі Землі таким чином, що його поверхня є близькою до поверхні геоїда на цій території. З появою штучних супутників Землі з'явилась можливість виконання геодезичних вимірів на всій поверхні Землі. Супутникові виміри дали можливість одержати такий референц-еліпсоїд, який найкращим чином представляє Землю в планетарному масштабі. Одним з найбільш точних на теперішній час є, наприклад, загальноземний еліпсоїд системи GRS80.

Незважаючи на високу точність GRS80 та її широке використання в глобальних геодезичних дослідженнях, останнім часом все більш широко починають застосовуватись регіональні (локальні) геодезичні системи. Поява останніх спричинена необхідністю розв'язування регіональних задач фізичної геодезії для детального вивчення геометричних і гравіметричних (фізичних) властивостей досліджуваного регіону. Саме тому в теперішній час для обробки геодезичних даних в регіональних масштабах (наприклад, - для якоїсь конкретної країни) приймаються регіональні референц-еліпсоїди, а для глобальних досліджень - загальний земний референц-еліпсоїд GRS80 (при обробці даних GPS - загальний земний референц-еліпсоїд WGS84).

Враховуючи вище сказане, а також *з огляду на те, що Україна стала незалежною державою, виникло питання про національну референц-систему координат, оскільки така система має*

деякі переваги перед загальноземною системою в процесі практичної обробки масових геодезичних вимірів, особливо лінійних". Отже, питання побудови національної референц-системи є важливими і актуальними. Основними складовими частинами такої системи є регіональний референц-еліпсоїд та нормальна формула сили ваги.

Дана дисертаційна робота якраз і присвячена дослідженням по визначенню параметрів регіонального референц-еліпсоїда та нормальної формули сили ваги за даними про гравітаційне поле на території України.

**Мета роботи** полягала:

- в **обґрунтуванні вибору** алгоритму та методики побудови регіонального референц-еліпсоїда та регіональної нормальної формули сили ваги;
- в **обчисленні** параметрів регіонального еліпсоїда за висотами квазігеоїда на території України та за даними супутникової альтиметрії на акваторії Чорного та Азовського морів;
- в **обчисленні** параметрів регіональної нормальної формули сили ваги за аномаліями сили ваги на території України.

В дисертаційній роботі одержані такі найбільш вагомі **наукові результати**.

1. **Отримані** параметри регіонального референц-еліпсоїда.
2. **Одержані** параметри регіональної нормальної формули сили ваги у двох варіантах: а) для строгої (замкненої) формули; б) для наближеної формули.
3. **Виведені** - на основі стандартних формул перетворення Молоденського - параметричні рівняння для побудови референц-еліпсоїда.

\* Бондар, А.Л., Островський, А.Л., Філіпов, А.Є. Про зміни просторових координат пунктів при переході України на національний референц-еліпсоїд та нові геодезичні дати. - "Вісник геодезії та картографії", 1994, № 2, с.19-27.

4. **Виведені** - на основі замкненої формули Сомільяна - параметричні рівняння для визначення нормальної формули сили ваги.

5. **Виведені** формули для отримання оцінки точності при розв'язуванні систем рівнянь з використанням сингулярного розкладу матриці коефіцієнтів параметричних рівнянь.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в тому, що за даними про регіональне гравітаційне поле: висотами квазігеоїда та аномаліями сили ваги - були вперше одержані стійкі розв'язки таких задач:

- спільного визначення великої півосі  $a$ , стиснення  $\alpha$  та лінійних елементів внутрішнього орієнтування  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  референц-еліпсоїда;
- спільного визначення параметрів нормальної формули сили ваги.

**Достовірність і обґрунтованість** наукових положень, висновків і рекомендацій дисертації підтверджується:

- порівнянням якісних характеристик одержаних результатів із результатами встановлення регіональних геодезичних референц-систем, які отримані в ряді країн Європи;
- фактом використання одержаних результатів в процесі розробки ряду госпдоговірних науково-дослідних тем галузевої науково-дослідної лабораторії "Теоретичної геодезії і обробки вимірів" (ГНДІ-97) Державного університету "Львівська політехніка".

**Практична цінність.** Результати побудови регіонального еліпсоїда можуть бути використані при розв'язуванні ряду теоретичних і практичних задач геодезії, зокрема, при редукції лінійних вимірів на поверхню цього еліпсоїда, редукції сили ваги, а також при обчисленні збурюючого потенціалу та ін.

**Апробація роботи.** Основні положення і результати приведених в дисертації досліджень доповідались і обговорювались на наукових семінарах кафедри Теорії математичної обробки геодезичних вимірів Державного університету "Львівська політехніка"; на науково-технічних конференціях Державного університету "Львівська політехніка"; на Першій Українській науковій конференції "Комплексні дослідження сучасної геодинаміки земної кори" (Алушта, 1993 р.); на Міжнародному симпозиумі "Геодинаміка гірських систем Європи" (Яремче, 1994 р.); на Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission "Gravity and Geoid" (Graz, Austria, September 11-17, 1994); на науково-технічній конференції "Геодезична освіта та наука в Україні" (Славське, 1995 р.).

**Публікації.** Основний зміст дисертаційної роботи опублікований в 7 наукових статтях.

**Структура дисертації.** Дисертація на 133 сторінках складається із вступу, трьох розділів, основних висновків та рекомендацій, списку літератури, проілюстрована 10 рисунками і містить 13 таблиць. Список літератури включає 98 найменувань.

**Положення, що виносяться на захист.** Автор захищає:

1) доцільність використання сингулярного розкладу матриці коефіцієнтів параметричних рівнянь для одержання стійких розв'язків задачі визначення параметрів регіонального еліпсоїда та регіональної нормальної формули сили ваги за методом найменших квадратів (МНК);

2) вивід формул для отримання оцінки точності результатів, одержаних методом найменших квадратів з використанням сингулярного розкладу;

3) результати визначення параметрів референц-еліпсоїда та нормальної формули за даними про регіональне гравітаційне поле на території України.

## ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обґрунтована доцільність виконання досліджень, викладені їх мета і суть, а також дана коротка характеристика дисертаційної роботи.

В першому розділі на основі апріорної інформації про висоти геоїда - одержаної із розкладу потенціалу сили ваги в ряд сферичних функцій за глобальною моделлю GEMT1 ( $n=m=36$ ) - для вершин та центра сфероїдальної трапеції, в яку вписується територія України, виконані попередні визначення регіонального еліпсоїда для України. В результаті порівняння одержаних параметрів цього референц-еліпсоїда з'явилась необхідність дослідження даної задачі на стійкість.

Проведено практичне дослідження стійкості задач:

- спільного визначення п'яти параметрів  $\Delta a$ ,  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  регіонального еліпсоїда;
  - визначення лінійних елементів внутрішнього орієнтування  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  регіонального еліпсоїда при умові, що  $\Delta a$  та  $\Delta \alpha$  відомі.
- На основі аналізу одержаних результатів показано, що задача спільного знаходження всіх п'яти параметрів референц-еліпсоїда для досліджуваного регіону не має стійкого розв'язку. В той же час, задача визначення лише трьох параметрів  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  при заданих  $\Delta a$ ,  $\Delta \alpha$  має стійкий розв'язок.

Виведені та обчислені коефіцієнти зменшення величини редукції - зокрема, редукції горизонтальних напрямків та редукції лінійних вимірів для строгого методу проєктування, а також редукцій за непаралельність рівневих поверхонь поля сили ваги,

редукції сили ваги, обчислення збурюючого потенціалу  $\epsilon$  при розв'язуванні деяких практичних та теоретичних задач геодезії на поверхні регіонального еліпсоїда. Одержані значення коефіцієнтів ефективності показали, що найкращим чином підібраний регіональний еліпсоїд буде мати значні переваги по відношенню, наприклад, до загального земного еліпсоїда GRS80 при розв'язуванні ряду геодезичних задач, пов'язаних з редукціями на поверхню цього еліпсоїда.

В другому розділі дисертації виконаний аналіз вихідних даних. Здійснений вибір формул зв'язку вихідних даних в рамках традиційного модельного підходу. Отримані параметричні рівняння для знаходження: величин  $a$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  регіонального еліпсоїда; коефіцієнтів  $\gamma$ , та  $\beta$  строгої нормальної формули Сомільяна; коефіцієнтів  $\gamma_0$ ,  $\beta$ ,  $\beta_1$  наближеної нормальної формули Клеро. Виконаний вибір методики розв'язування цих задач.

На основі відомого представлення

$$\left. \begin{aligned} \Delta g &= \Delta g^0 + e^2 \Delta g^1; \\ \bar{N} &= N^0 + e^2 N^1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

були проведені експериментальні обчислення сферичних та еліпсоїдальних гармонік першого і другого степеня. Як показали результати обчислень, крім традиційно прийнятих в теоретичній геодезії зв'язків вихідних даних  $\Delta g$ ,  $\bar{N}$  відповідно із сферичними гармоніками нульового  $\Delta g_0^0$ ,  $N_0^0$  та другого  $\Delta g_2^0$ ,  $N_2^0$  степенів, а також висот квазігеоїда  $\bar{N}$  із сферичною гармонікою першого степеня  $N_1^0$ , величина  $\bar{N}$  описуватиметься ще еліпсоїдальною поправкою першого степеня  $e^2 N_1^1$ . Величина цієї поправки характеризується значеннями, які співрозмірні з точністю сучасних альтиметричних вимірів.

Використовуючи ці залежності, здійснений вибір формул зв'язку вихідних даних  $\Delta g$  та  $\bar{N}$  з відповідними параметрами.

Виведені параметричні рівняння для знаходження величин  $a$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  регіонального еліпсоїда. Для  $i$ -того пункту з відомими геодезичними координатами  $\overline{B}_i$ ,  $\overline{L}_i$  та висотою квазігеоїда  $\overline{N}_i$  відносно загального земного еліпсоїда таке параметричне рівняння має вигляд:

$$m_{11}u_1 + m_{12}u_2 + m_{13}u_3 + m_{14}u_4 + m_{15}u_5 + \overline{N}_i = N_i, \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} m_{11} &= -\left(\cos^2 \overline{B}_i + (1-\alpha)^2 \sin^2 \overline{B}_i\right)^{1/2}; & u_1 &= \Delta a; \\ m_{12} &= \frac{(1-\alpha) \sin^2 \overline{B}_i}{\left(\cos^2 \overline{B}_i + (1-\alpha)^2 \sin^2 \overline{B}_i\right)^{1/2}}; & u_2 &= \overline{a} \Delta \alpha; \\ m_{13} &= -\cos \overline{B}_i \cos \overline{L}_i (1+k_i^{el}); & u_3 &= \Delta x; \\ m_{14} &= -\cos \overline{B}_i \sin \overline{L}_i (1+k_i^{el}); & u_4 &= \Delta y; \\ m_{15} &= -\sin \overline{B}_i (1+k_i^{el}); & u_5 &= \Delta z. \end{aligned}$$

Причому величина  $k_i^{el}$

$$k_i^{el} = e^{-2} \left( \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \sin^2 \overline{B}_i \right) \quad (3)$$

- це еліпсоїдальний коефіцієнт, спричинений врахуванням зазначеної вище еліпсоїдальної поправки  $e^2 N_i^1$ . Виконана оцінка впливу кожного члена цього рівняння.

Були виведені параметричні рівняння для знаходження коефіцієнтів  $\gamma_i$  та  $\beta$  нормальної формули Сом'яляна. Для  $i$ -того пункту з відомою геодезичною широтою  $\overline{B}_i$  та аномалією  $\Delta g_i$  відносно загального земного еліпсоїда таке параметричне рівняння має вигляд:

$$-\frac{\partial \overline{\gamma}_i}{\partial \gamma_i} \Delta \gamma_i - \frac{\partial \overline{\gamma}_i}{\partial \beta} \Delta \beta + \Delta g_i = \delta g_i, \quad (4)$$

де часткові похідні  $\frac{\partial \overline{\gamma}_i}{\partial \gamma_i}$  та  $\frac{\partial \overline{\gamma}_i}{\partial \beta}$  дорівнюють

$$\frac{\partial \overline{\gamma}_i}{\partial \gamma_i} = \frac{1 + \overline{k} \sin^2 \overline{B}_i}{\left(\cos^2 \overline{B}_i + (1-\alpha)^2 \sin^2 \overline{B}_i\right)^{1/2}};$$

$$\frac{\partial \bar{\gamma}_i}{\partial \bar{\beta}} = \frac{\bar{\gamma}_c}{\gamma_c} \cdot \frac{(1-\bar{\alpha}) \sin^2 \bar{B}_i}{(\cos^2 \bar{B}_i + (1-\bar{\alpha})^2 \sin^2 \bar{B}_i)^{1/2}}$$

Також виконана оцінка впливу кожного члена цього рівняння.

Розглянуто розклад строгої формули Сомільяна. Обґрунтовано вибір наближеної формули Клеро, включаючи члени другого порядку малості, на основі оцінок точності кожного члена розкладу. Використовуючи формулу Клеро а також припускаючи залежність сили ваги від лінійного зміщення регіональної системи, були виведені параметричні рівняння для визначення коефіцієнтів  $\gamma_s, \beta, \beta_1$ . Для  $i$ -того пункту таке рівняння запишеться:

$$n_{11}t_1 + n_{12}t_2 + n_{13}t_3 + \Delta\gamma_i + \Delta g_i = \delta g_i, \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} n_{11} &= -(1 + \bar{\beta} \sin^2 \bar{B}_i - \bar{\beta}_1 \sin^2 2\bar{B}_i); & t_1 &= \Delta\gamma_s; \\ n_{12} &= -\bar{\gamma}_s \sin^2 \bar{B}_i; & t_2 &= \Delta\beta; \\ n_{13} &= \bar{\gamma}_s \sin^2 2\bar{B}_i; & t_3 &= \Delta\beta_1, \end{aligned}$$

а  $\Delta\gamma_i = \Delta\gamma_i(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  - член, який характеризує залежність нормальної сили ваги від прямокутних координат зміщення референц-системи. Дослідження впливу  $\Delta\gamma$  на результати обчислення нормальної сили ваги  $\gamma$  показали, що при визначенні нормальної формули сили ваги таким членом, а значить і лінійним зміщенням регіональної системи, можна нехтувати (тобто у формулі (5) приймають  $\Delta\gamma_i = 0$ ), оскільки його величина значно менша за точність відносних гравіметричних вимірів.

Розв'язати параметричні рівняння (2), (4), (5), які в матричній формі (з врахуванням точності вихідних даних) мають вигляд

$$\underline{A}X + \underline{L} = \underline{V}, \quad (6)$$

можна під умовою принципу найменших квадратів:

$$\underline{V}^T \underline{V} = \min. \quad (7)$$

Але, як показали результати досліджень, метод послідовного виключення невідомих (метод Гауса) не дає стійких розв'язків цих

задач. В зв'язку з цим запропоновано використовувати сингулярний розклад матриці  $\underline{A}$

$$\underline{A} = \underline{U}\underline{\Sigma}\underline{W}^T, \quad (8)$$

який дає можливість одержувати стійкі розв'язки задач за рахунок врахування апріорної інформації про точність висот квазігеоїда та аномалій сили ваги.

Обернену коваріаційну матрицю  $C_{nn}^{-1}$  помилок вимірів враховано на основі відомої в алгебрі матриць **теорема**: для дійсної симетричної додатньо визначеної матриці  $C_{nn}^{-1}$  існує така додатньо визначена матриця  $C_{nn}^{-1/2}$ , що  $(C_{nn}^{-1/2})^2 = C_{nn}^{-1}$ . Причому  $(C_{nn}^{-1/2})^2 = Y\Lambda^{1/2}Y^T \cdot Y\Lambda^{1/2}Y^T = Y\Lambda Y^T = C_{nn}^{-1}$ , де  $\Lambda^{1/2} = \text{diag}\{\lambda_1^{1/2}, \lambda_2^{1/2}, \dots, \lambda_m^{1/2}\}$  - діагональна матриця власних чисел матриці  $C_{nn}^{-1/2}$ , а стовпці матриці  $Y$  - власні вектори  $C_{nn}^{-1/2}$ .

Отже

$$\left. \begin{aligned} \underline{A} &= C_{nn}^{-1/2} \underline{A}; & \underline{L} &= C_{nn}^{-1/2} \underline{L}; & \underline{V} &= C_{nn}^{-1/2} \underline{V}; \\ \underline{A}^T &= \underline{A}^T C_{nn}^{-1/2}; & \underline{L}^T &= \underline{L}^T C_{nn}^{-1/2}; & \underline{V}^T &= \underline{V}^T C_{nn}^{-1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Де  $\underline{A}$  - матриця коефіцієнтів параметричних рівнянь (2), (4), (5);  $\underline{L}$  - вектор вихідних даних. Таким чином, у формулі (6) ми приймаємо величини  $\underline{A}$ ,  $\underline{L}$ ,  $\underline{V}$  із (9).

Виведені формули для отримання оцінки точності при використанні сингулярного розкладу матриці  $\underline{A}$ . Квадрат середньої квадратичної помилки  $\mu$  одиниці ваги представлений у вигляді співвідношення:

$$\mu^2 = \frac{1}{m-n} \cdot (\underline{L}^T \underline{L} - \underline{L}^T \underline{U} \underline{U}^T \underline{L}). \quad (10)$$

Обернена вага  $Q = P^{-1}$  оцінюваної величини рівна:

$$Q = \underline{W} \underline{\Sigma}^{-1} \underline{\Sigma}^{-1} \underline{W}^T. \quad (11)$$

В цих формулах:  $m$  - кількість результатів вимірів;  $n$  - кількість невідомих;  $\underline{\Sigma}$  - діагональна  $n \times n$ -матриця сингулярних чисел;  $\underline{U}$  -

$m \times n$ -матриця з ортогональними стовпцями;  $W$  - ортогональна  $n \times n$ -матриця.

Третій розділ дисертації присвячений аналізу результатів обчислень параметрів регіонального референц-еліпсоїда та нормальної формули сили ваги за даними на територію України.

Виконано обчислення параметрів  $\gamma_e, \beta$  нормальної формули Сомільяна та  $\gamma_e, \beta, \beta_1$  нормальної формули Клеро - за даними аномалій сили ваги  $\Delta g$  на територію України - методом найменших квадратів як без використання сингулярного розкладу, так і з використанням сингулярного розкладу вихідної матриці  $A$ . Порівняння відповідних параметрів (тобто  $\gamma_e, \beta$ ), отриманих кожним з двох методів, показали їх досить добру збіжність саме за допомогою МНК з використанням сингулярного розкладу.

Здійснено обчислення параметрів  $a, \alpha, \Delta x, \Delta y, \Delta z$  регіонального еліпсоїда - за даними висот квазігеоїда  $\bar{N}$  на територію України та на акваторії Чорного і Азовського морів - методом найменших квадратів без використання сингулярного розкладу та з використанням сингулярного розкладу матриці коефіцієнтів параметричних рівнянь. Аналіз результатів обчислень для різних регіонів України та їх оцінок точності показав, що за допомогою МНК з використанням сингулярного розкладу вдається одержати стійкі розв'язки цієї задачі.

Розглянуто обчислення параметрів  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  при заданих  $a$  і  $\alpha$  (прийнятих відповідно до Європейської регіональної референц-системи 1950 р.) за методом найменших квадратів без використання сингулярного розкладу  $A$  для цих же висот квазігеоїда  $\bar{N}$ . Отримані результати є стійкими.

В результаті проведених обчислень було одержано нормальну формулу сили ваги у формі Сомільяна та нормальну формулу сили ваги у формі Клеро для регіону України. А також запропо-

новано два варіанти параметрів референц-еліпсоїда для регіону України. На основі отриманих варіантів параметрів побудовані карти висот квазігеоїда відносно кожного референц-еліпсоїда.

**Основні висновки та рекомендації.** Виконані в дисертаційній роботі дослідження дали можливість прийти до таких основних результатів, висновків і рекомендацій.

1. Задача спільного визначення п'яти параметрів - великої півосі  $a$ , стиснення  $\alpha$ , лінійних елементів внутрішнього орієнтування  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  - регіонального еліпсоїда на таку локальну територію як Україна має нестійкий характер. Експериментально доведено, що при розв'язуванні даної задачі за МНК доцільно використовувати сингулярний розклад вихідної матриці  $A$ . Визначення методом найменших квадратів без застосування сингулярного розкладу лише трьох параметрів  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  дає стійкий розв'язок. В цьому випадку крім висот квазігеоїда треба фіксувати ще параметри  $a$  та  $\alpha$  деякого еліпсоїда, який би найкраще характеризував досліджуваний регіон.

2. Проведені дослідження ефективності регіональної референц-системи для території України підтвердили її значні переваги по відношенню до загальноземної системи при розв'язуванні деяких практичних та теоретичних задач геодезії. Для таких задач строгого методу проєктування, як редукція горизонтальних напрямків, редукція лінійних вимірів, введення поправки за непаралельність рівневих поверхонь, редукція сили ваги, обчислення збурюючого потенціалу, були виведені коефіцієнти ефективності такої регіональної системи та проведені їх попередні обчислення. Показано, що при заміні загального земного еліпсоїда регіональним, наприклад, величина основного члена редукції сили ваги та збурюючого потенціалу зменшиться в 15 разів, а величини їх за-

лишкових членів, відповідно, - більш, ніж в 200 разів та більш, ніж в 3000 разів.

3. Для розв'язування задачі побудови регіонального еліпсоїда виведено параметричне рівняння (2) зв'язку вихідної інформації про висоти квазігеоїда  $\bar{N}$  із параметрами цього еліпсоїда.

4. Для визначення регіональної нормальної формули сили ваги

а) на основі строгої формули Сомільяна було одержано параметричне рівняння (4), яке виражає вихідні аномалії сили ваги  $\Delta g$  через коефіцієнти  $\gamma_*$ ,  $\beta$  нормальної формули;

б) на основі наближеної формули Клеро отримано параметричне рівняння (5) зв'язку аномалій сили ваги  $\Delta g$  із коефіцієнтами  $\gamma_*$ ,  $\beta$ , цієї формули.

5. Отримані формули для оцінки точності результатів врівноваження за методом найменших квадратів з використанням сингулярного розкладу матриці коефіцієнтів параметричних рівнянь.

6. Задача визначення параметрів нормальної формули сили ваги за даними аномалій  $\Delta g$  на територію України має нестійкий характер. Така нестійкість характеризується досить сильною відмінністю результатів обчислень - за методом найменших квадратів без використання сингулярного розкладу - гравіметричних параметрів  $\gamma_*$  та  $\beta$ , одержаних на основі строгої формули Сомільяна та відповідних їм параметрів, отриманих за наближеною формулою Клеро. Одержати стійкі розв'язки можна за допомогою МНК з використанням сингулярного розкладу. Значення параметрів  $\gamma_*$  та  $\beta$  нормальної формули сили ваги - отримані цим підходом - як у формі Сомільяна, так і у формі Клеро наочно демонструють таку стійкість розв'язків. В зв'язку з цим запропоновано два варіанти регіональної нормальної формули сили ваги, які представлені параметрами:

## У формі Сомільяна

## Варіант I

$$\gamma'_* = 978032.66 \pm 0.02 \text{ mGal};$$

$$\beta^I = (5301.55 \pm 1.37) \times 10^{-6};$$

$$1/\alpha^I = 298.18 \pm 0.11;$$

## У формі Клеро

## Варіант II

$$\gamma''_* = 978032.674 \pm 0.006 \text{ mGal};$$

$$\beta^{II} = (5302.26 \pm 0.36) \times 10^{-6};$$

$$\beta_1^{II} = (6.16 \pm 0.61) \times 10^{-6}.$$

На основі даних варіантів коефіцієнтів (параметрів) одержано:

- *регіональну нормальну формулу сили ваги для території України у формі Сомільяна (в числовому представленні)*

$$\gamma'_{Ukr} = 978032.66 (1 + 0.001930091317 \sin^2 B) / (1 - 0.006696110809 \sin^2 B)^{1/2} \text{ mGal};$$

- *регіональну нормальну формулу сили ваги для території України у формі Клеро*

$$\gamma''_{Ukr} = 978032.674 (1 + 0.00530226 \sin^2 B - 0.00000616 \sin^2 2B) \text{ mGal}.$$

7. Пропонується варіант побудови регіонального еліпсоїда на території України:

$$a = 6378388 \text{ m};$$

$$1/\alpha = 297.0;$$

$$\Delta x = -65.8 \pm 0.6 \text{ m};$$

$$\Delta y = -185.0 \pm 0.4 \text{ m};$$

$$\Delta z = -99.3 \pm 0.4 \text{ m},$$

параметри  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  якого - на основі висот квазігеоїда  $\bar{N}$  на територію України та на акваторії Чорного і Азовського морів - були одержані методом найменших квадратів без застосування сингулярного розкладу, а значення параметрів  $a$  і  $\alpha$  були прийняті із добре відомої Європейської регіональної геодезичної системи 1950 р.

Запропонований варіант побудови регіонального еліпсоїда для території України:

$$a = 6378154 \pm 1 \text{ m} ;$$

$$1/\alpha = 298.011 \pm 0.004 ;$$

$$\Delta x = 91.6 \pm 0.4 \text{ m} ;$$

$$\Delta y = -85.0 \pm 0.4 \text{ m} ;$$

$$\Delta z = -6.4 \pm 0.2 \text{ m}$$

- за дією ж сукупністю даних  $\bar{N}$ , отриманий на основі спільної обробки п'яти параметрів регіонального еліпсоїда з використанням сингулярного розкладу.

Основні положення дисертації опубліковані в наступних статтях:

1. Bondar A.L., Romanishin P.O., Evseeva E.M., Marchenko A.N., Sogor A.R. and P.M.Zazulyak. The West-Ukrainian Geoid Project (WUGP): Status Report. Proceeding of the 2nd International Seminar "GPS in Central Europe", Pecs, Hungary, April 27-29, 1993, pp.236-241 .

2. Bondar A.L., Romanishin P.O., Evseeva E.M., Marchenko A.N., Sogor A.R. and P.M.Zazulyak. The West Ukrainian Geoid Project (WUGP). Paper Presented at the EGS XVIII General Assembly (Session G3 "The European Geoid Determination"), Wiesbaden, May 3-7, 1993, p.62 .

3. Євсєєва Е.М., Марченко О.М., Абрикосов О.А., Йосипчук М.Д., Согор А.Р. Геоїд західної частини України та деякі питання геодинаміки регіону. Тези доповідей 1-шої Української наукової конференції "Комплексні дослідження сучасної геодинаміки земної кори". - Алушта, 1993, с.21-22 .

4. Марченко О.М., Согор А.Р., Романишин П.О. Варіант визначення референц-еліпсоїда на регіон України за даними аномалій сили тяжіння. Тези доповідей Міжнародного симпозиуму "Геодинаміка гірських систем Європи". - Львів-Яремче, 1994, с.13-14 .

5. Марченко О.М., Согор А.Р. Попередній варіант нормальної формули сили тяжіння, побудованої для регіону країн Централь-

ної Європи. Тези доповідей Міжнародного симпозиуму "Геодинаміка гірських систем Європи". - Львів-Яремче, 1994, с.44 .

6. Marchenko A., Abrikosov O., Evseeva E., Sogor A., Zazulyak P., Bondar A., Romanishin P. The West Ukrainian Geoid Project: Status Report for the Period 1993/1994. Paper Presented at the Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission "Gravity and Geoid", Graz, Austria, September 11-17, 1994, pp.311-314 .

7. Согор А.Р. Визначення параметрів нормальної формули сили тяжіння і стиснення референц-еліпсоїда на регіон України. Львів. ун-т "Львівська політехніка". - Львів, 1994. - 16 с. - Деп. в ДНТБ України 25.11.94, № 2247 - Ук94 .

Особистий внесок автора. В публікаціях, написаних у спів-авторстві, автору належать: підготовка вихідних даних для одержання нормальної формули сили ваги; обчислення стиснення референц-еліпсоїда за даними аномалій сили ваги на територію України; визначення формули нормального розподілу сили ваги у формі Клеро; обчислення параметрів референц-еліпсоїда за даними висот квазігеоїда на Україну; обчислення параметрів нормальної формули сили ваги у формі Сомільяна.

#### Аннотация

Согор А.Р. Согласование параметров референц-эллипсоида с данными о региональном гравитационном поле.

Диссертация в виде рукописи на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 05.24.01-геодезия, Государственный университет "Львовская политехника", Львов, 1996.

Защищается рукопись, сущность которой отражена в 7 научных статьях, содержащих теоретические и экспериментальные ис-

следования задачи определения параметров референц-эллипсоида и нормальной формулы силы тяжести, наилучшим образом подходящих для региона Украины. Экспериментально доказана целесообразность использования сингулярного разложения матрицы коэффициентов параметрических уравнений для получения устойчивых решений поставленной задачи по методу наименьших квадратов (МНК). Получены формулы для оценки точности результатов уравнивания по МНК с использованием сингулярного разложения. По данным высот квазигеоида и аномалий силы тяжести на территорию Украины получены численные значения параметров регионального референц-эллипсоида и нормальной формулы силы тяжести.

#### Abstract

Sogor A.R. The reference ellipsoid parameters fitting to the regional gravitational field data.

The thesis is the manuscript for obtaining of the Candidate degree on the basis of the 05.24.01-geodesy speciality, the State University "Lviv Polytechnic", Lviv, 1996.

The manuscript, the essence of which is described in the seven scientific articles, is defended. The articles contain the teoretical and the experimental researches of the problem of the reference-ellipsoid and the normal gravity formula parameters determination (the best fit for the Ukraine). The expedience of the singular value decomposition in the frames of the least-squares adjustment was proved experimentally. Corresponding expressions for the accuracy estimates were derived. Numerical values for both the reference-ellipsoid and the normal gravity formula parameters were obtained on the basis of the gravity anomaly and the quasigeoid height data for the Ukraine area.

*Ключові слова:* референц-еліпсоїд, гравітаційне поле, нормальна формула сили ваги, сингулярний розклад, метод найменших квадратів.

*A. Селецький*

Здано до набору 05.11.96. Підписано до друку 12.11.96  
Формат 60x84 1/16. Папір офсетний №1.  
Гарнітура прагматика. Офсетний друк.  
Ум. друк. арк. 1. Ум. фарб.-відб. 1.  
Видання замовлене.  
Зам. 2209



Компанія "МАНУСКРИПТ"

435917

AB 36.135  
**AB 36.135**