

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка

На правах рукопису

МЕЙШ Володимир Федорович

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ
НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ ОБОЛОНОК
З ЛОКАЛЬНИМИ НЕОДНОРІДНОСТЯМИ
(КЛАСИЧНА І НЕКЛАСИЧНІ ТЕОРІЇ)

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

ВФМейш

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття вченого ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ 1996

539.3

№ 36: 246

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в

Наукові консультанти

Інституті механіки ім. С.П. Тимошенко

ЛННБ України ім. В. Стефаника



00757303 (P)

професор ШУЛЬГА Микола Олександрович.

Офіційні опоненти

- академік НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
професор ГРИГОРЕНКО Ярослав Михайлович.
- доктор фізико-математичних наук,
професор МОЛЬЧЕНКО Леонід Васильович.
- доктор технічних наук,
професор ПІСКУНОВ Вадим Георгійович.
- НДІ будівельної механіки
МО України при КДТУБА.

Провідна установа

Захист відбудеться "24" XII 1996 р. о 10 годині на засіданні спеціалізованої ради 01.03.03 Інституту механіки НАН України (252057, Київ-57, вул. Нестерова, 3).

З дисертацією можна ознайомитись в науковій бібліотеці Інституту механіки НАН України (вул. Нестерова, 3)

Автореферат розіслано "23" XI 1996 р.

Вчений секретар спеціалізованої ради
доктор фізико-математичних наук,
професор

Чернишенко І.С.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність проблеми. Дослідження вимушених коливань пружних елементів займає важливе місце в вивченні динамічних процесів деформованих систем, зокрема в динаміці оболонок і оболонкових конструкцій. Це зумовлено потребами як самої теорії, так і практичними потребами різних галузей машинобудування, приборобудування, будівництва і т.д.

Традиційний підхід до вказаних досліджень зв'язаний з розглядом однорідних оболонок канонічної конфігурації типу кругового циліндра, конуса, сфери і т.п. Основним засобом для розв'язку відповідних задач є використання аналітичних методів, які дозволяють виявити якісні і кількісні особливості динамічних характеристик оболонкових систем. Ці питання досить детально висвітлені в літературі.

Сучасний розвиток науки і техніки в багатьох випадках пов'язаний з дослідженням динамічних процесів в деформівних структурах з локальними неоднорідностями (дискретно підкріплені оболонки, оболонки з приєднаними і зосередженими масами, складові оболонки), які являються концентраторами напруг і приводять до неоднорідності фізико-механічних полів напруг і деформацій в конструкціях. Для розрахунку на міцність таких елементів конструкцій при динамічних навантаженнях треба визначати напружено-деформівний стан як в області різкої зміни геометрії конструкції, так і на значній віддалі від неоднорідності. При динамічному навантаженні тонкостінних пружних систем з різноманітними неоднорідностями основними особливостями являються хвильова природа процесу і розподіл фізично-механічних параметрів в області дискретних включень. Локальні збурення в пружній системі з дискретними включеннями визивають значний перерозподіл полів фізико-

механічних параметрів у всій системі. Пружна система в області дискретних включень характеризується явно вираженим тривимірним станом. Така ситуація приводить до побудови хвильової теорії оболонок і пластин, яка більш адекватно відображає розподіл полів деформацій і напруг по товщині досліджуваного об'єкта в порівнянні з існуючими теоріями. Складність процесів, що виникають при цьому, обумовлюють необхідність широкого застосування сучасних чисельних методів розв'язку динамічних задач поведінки складних пружних структур з локальними неоднорідностями. У зв'язку з цим, задачі визначення напружено - деформівного стану оболонкових структур з локальними неоднорідностями при нестационарному навантаженні і розвиток ефективних чисельних методів розв'язування задач даного класу являє собою актуальну проблему механіки деформівного твердого тіла.

Мета роботи полягає в дослідженні нестационарних коливань в рамках класичних і неklasичних теорій оболонок з дискретними включеннями, включаючи:

- 1). постановку і обґрунтування динамічних задач теорії дискретно підкріплених оболонок в рамках класичної і неklasичних теорій (рівняння оболонок з врахуванням поперечних нормальних і зсувних деформацій, рівняння оболонок типу Тимошенка, рівняння оболонок Кірхгофа - Лява, рівняння оболонок в рамках теорії пружності);
- 2). розвиток ефективного чисельного методу розв'язування задач даного класу і його обґрунтування; застосування теорії диференціальних наближень для побудови ефективних різницевих алгоритмів;
- 3). розв'язування на основі розвинутого методу задач динамічної поведінки підкріплених циліндричних, сферичних і конічних оболонок при нестационарному навантаженні і нестационарних задач складних оболонкових структур (складові оболонки, дискретно - неоднорідні оболонки з зосередженими масами);

4). виявленя нових властивостей, закономірностей та механічних ефектів, характерних для хвильових процесів, що розглянуті і обумовлені неоднорідністю фізико – механічних полів напруг і деформацій.

Наукова новизна і значимість роботи полягає:

– у постановці двовимірних динамічних задач теорії дискретно підкріплених оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій при прийнятті незалежних апроксимацій переміщень і напруг по товщині досліджуваного об'єкта;

– в отриманні дисперсійних співвідношень і проведенні порівняльного аналізу коливань гладких циліндричних оболонок стосовно до різних теорій (рівняння оболонок з врахуванням поперечних нормальних і зсувних деформацій, рівняння оболонок типу Тимошенка, рівняння оболонок Кірхгофа – Лява, рівняння оболонок в рамках теорії пружності);

– в розвитку ефективного чисельного методу розв'язку задач нестационарної поведінки задач теорії оболонок стосовно різних теорій з локальними неоднорідностями;

– в теоретичному обґрунтуванні чисельних алгоритмів, що застосовуються для розв'язку задач даного класу; в підвищенні ефективності чисельних алгоритмів за рахунок теоретичного дослідження різницевих схем за допомогою теорії диференціальних наближень;

– у розробці алгоритмів і програм, що дозволяють реалізувати розв'язування досліджуваних хвильових задач на ЕОМ і ПК, а також у доведенні розв'язків до одержання конкретних числових результатів у широкому діапазоні зміни геометричних, фізико – механічних та амплітудно – частотних параметрів конструкцій;

– у чисельному розв'язуванні розглянутих основних класів хвильових задач на ЕОМ та ПК, а також виявленні нових властивостей, закономірностей і механічних ефектів, зумовлених неоднорідністю

ми конструкцій;

- в отриманні інформації кількісного та якісного характеру, яка дозволяє знаходити похибки, що вносяться при використанні прикладних теорій гладких і дискретно неоднорідних оболонок, а також оцінювати межі застосування результатів, які отримані з залученням прикладних теорій.

Наукове значення досліджень, які виконані в дисертації, полягає в створенні загального підходу до розв'язання нових задач про нестационарні коливання оболонок з локальними неоднорідностями, які мають значний теоретичний інтерес і широке застосування в практичних задачах.

Достовірність одержаних у роботі результатів та висновків визначається строгістю і коректністю постановок задач; теоретичною обгрунтованістю чисельних алгоритмів, заданою і контрольованою високою точністю числових розрахунків; апробацією запропонованих підходів на модельних задачах, які мають точний аналітичний розв'язок; перевіркою практичної збіжності числових результатів для конкретних досліджуваних задач; незаперечністю встановлених закономірностей якісного характеру загальним поглядом фізичної природи.

Теоретичне значення та практична цінність одержаних в роботі результатів полягає:

- у розвитку узагальненої теорії дискретно підкріплених оболонок (з врахуванням поперечних, лінійних і кутових деформацій) стосовно розв'язання динамічних задач неоднорідних пружних структур з локальними неоднорідностями;

- в розвитку ефективного чисельного методу розв'язку задач нестационарної поведінки задач теорії оболонок стосовно різних теорій з локальними неоднорідностями;

- в теоретичному обгрунтуванні чисельних алгоритмів, що засто-

совуються для розв'язку задач даного класу; в підвищенні ефективності чисельних алгоритмів за рахунок теоретичного дослідження різнцевих схем за допомогою теорії диференційних наближень;

– у розв'язанні конкретних хвильових задач нестационарної поведінки неоднорідних конструкцій;

– в отриманні інформації кількісного та якісного характеру, яка дозволяє знаходити похибки, що вносяться при використанні прикладних теорій гладких і дискретно неоднорідних оболонок, а також оцінювати межі застосування результатів, які отримані з залученням прикладних теорій;

– у розробці алгоритмів і програм, що дозволяють реалізувати розв'язування досліджуваних хвильових задач на ЕОМ і ПК, а також у доведенні розв'язків до одержання конкретних числових результатів у широкому діапазоні зміни геометричних, фізико – механічних та амплітудно – частотних параметрів конструкцій.

Отримані результати про закономірності розповсюдження пружних хвиль в конструкціях з локальними неоднорідностями і розроблені алгоритми розв'язку розглядаємих класів задач можуть знайти застосування при проектуванні і розрахунковій практиці конструкторських бюро підприємств різного напрямку.

Апробація роботи. Викладені в роботі результати були обговорені в різний час на таких наукових конференціях і семінарах: X наукова конференція молодих вчених Інститута механіки АН України (Київ, 1984); семінар молодих вчених Інститута механіки АН України "Некласичні змішані задачі механіки деформованого тіла" (Київ, 1985); V Всесоюзна конференція "Получение и обработка материалов высоким давлением" (Мінськ, 1987); VII Всесоюзна нарада по зварюванню и різанню вибухом (Київ, 1987); VII Міжнародний сімпозіум "Использование энергии взрыва для производства металлических материалов с новыми свойствами" (Пар-

дубіне, ЧССР, 1988); Всесоюзна школа молодих вчених по чисельним методам суцільного середовища (Абакан, 1989); III Всесоюзна конференція по нелінійній теорії пружності (Сиктивкар, 1989); X Міжнародна конференція "HERE" (Любляна, Югославія, 1989); конференція "Прочность и формоизменение конструкций при воздействии динамических физико-механических полей" (Київ, 1990); III Всесоюзна конференція по чисельным методам суцільного середовища (Абрау-Дюрсо, 1991); 1st European Solid Mechanics Conference (Munche, FRG, 1991); Республіканський семінар "Динамическая прочность и трещиностойкость в конструкционных материалах при однократном импульсном нагружении" (Київ, 1991); I Всесоюзна нарада "Технологические проблемы прочности несущих конструкций" (Запоріжжя, 1991); наукова нарада "Термовязкоупругопластические процессы деформирования в элементах конструкций" (Київ, 1992); V науково - технічна конференція "Электрический разряд в жидкости и его применение" (Миколаїв, 1992); XV конференція по теорії пластин і оболонок (Казань, 1990); Europech-Colloquium N314 "Effectiveness of shell-theory formulations of numerical Solution" (Munche, FRG, 1993); IX Міжнародна конференція по механіці композитних матеріалів (Латвія, 1995); VII Всеукраїнська конференція "Моделирование и исследование устойчивости систем" (Київ, 1996); IV міжнародний семінар "Инженерно-физические проблемы новой техники" (Москва, 1996).

Окремі положення дисертації, а також дисертаційна робота в цілому доповідались і обговорювалися на семінарах відділів гідродинаміки вибухових процесів і динаміки деформівного твердого тіла Відділення геодинаміки вибуху Інституту геофізики НАН України (Київ, 1986 - 1990); на семінарах відділу динаміки і стійкості суцільних середовищ Інституту механіки НАН України (Київ, 1986 - 1996); на семінарах відділу електропружності Інституту механіки НАН

України (Київ, 1990 - 1996); на семінарі механіки зв'язаних полів Інституту механіки НАН України (Київ, 1996); на загальноінститутському семінарі з механіки деформівних систем і загальної механіки Інституту механіки НАН України. (Київ, 1996); на семінарі кафедри суцільних середовищ механіко - математичного факультету Київського університету (Київ, 1996); на семінарі кафедри опору матеріалів і будівельної механіки Українського транспортного університету (Київ, 1996); на семінарі по направлею Інституту будівельної механіки при Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури (Київ, 1996).

Публікації. По результатам дисертації опубліковано 63 наукові праці. Основний зміст роботи відображено в публікаціях [1 - 34].

Особистий внесок дисертанта. В роботі, що реферується, особисто автору належать постановка задач, розробка методів їх розв'язання, створення алгоритмів і програм, проведення чисельних експериментів на ЕОМ і ПК, аналіз закономірностей і виявлення нових механічних ефектів. Науковим консультантам, академіку НАН України О.М.Гузю і член - кореспонденту НАН України М.О.Шульзі, належать загальній задум проведення досліджень і загальна постановка проблеми [25, 29 - 31, 34]. В монографії [1] автором написані параграфи 1, 2 глави 2; параграф 2 глави 3; глава 4; параграфи 1, 2 глави 6. В роботах [8, 15] автору належить постановка і розв'язок задач нестационарної поведінки конструкцій з локальними неоднорідностями. В інших роботах, написаних з співавторами, співавторам належать обговорення отриманих результатів.

Структура роботи. Дисертаційна робота складається з вступу, шести глав, висновку і списку літератури. Загальний об'єм дисертації містить 349 сторінок, 32 рисунка і 9 таблиць, список літератури із 225 назв.

Автор виражає щирю подяку своїм науковим консультантам ака-

деміку НАН України О.М.Гузя і член – кореспонденту НАН України М.О.Шульзі за постійну увагу до роботи та корисні поради при її написанні.

ОСНОВНОЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі сформульована мета роботи, відзначено актуальність, новизну, теоретичне значення і практичну цінність роботи. Сформульовані положення, що виносяться на захист. Коротко подається зміст роботи за розділами.

В першій главі розглянуто сучасний стан проблеми теорії і чисельного дослідження нестационарних коливань оболонок з локальними неоднорідностями.

Теорії коливань і поширення хвиль в пружних тонкостінних структурах присвячені дослідження А.Л.Айноли, Н.А.Алумає, А.Е.Бабаєва, В.А.Баженова, В.Г.Баженова, В.В.Болотіна, Л.М.Бреховських, В.М.Буйвола, Н.Д.Векслера, О.С.Вольміра, Ш.У.Галієва, А.Г.Горшкова, Е.І.Григолюка, Я.М.Григоренка, О.М.Гузя, В.І.Гуляєва, Є.С.Дехтерюка, Н.А.Кільчевського, В.Д.Кубенка, І.О.Луковського, Л.В.Мольченка, Є.Н.Мньова, У.К.Нігула, А.К.Перцева, Я.С.Підстригача, В.Г.Піскунова, О.О.Расказова, П.П.Сабодаша, Е.А.Сагомоняна, Л.І.Слепяна, І.Т.Селезова, А.Ф.Улітка, І.Т.Філіпова, М.О.Шульги, J.Micklowitz, R.D.Mindlin та інших дослідників.Цей обширний напрям механіки включає різні класи хвильових задач, серед яких особливе місце займають задачі динамічної поведінки конструкцій при нестационарних навантаженнях. На даний час по вказаній тематиці виконано великий цикл досліджень і виявлено багато закономірностей перехідних процесів роботи конструкцій. Найбільш повно сучасний стан досліджень по проблемі нестационарної поведінки тонкостінних конструкцій виконано в монографіях і оглядах

А.А.Айноли і У.К.Нігула; Ш.У.Галієва; О.Н.Гузія і В.Д.Кубенка; Е.І.Григолюка і І.Т.Селєзова; А.А.Вестьяка, А.Т.Горшкова і Д.В.Тарлаковського; Е.І.Григолюка і В.І.Мамаєва; П.З.Лугового; А.К.Перцева і Е.Г.Платонова.

Аналіз цих праць свідчить, що найбільш глибоко досліджені хвильові процеси в пружних гладких тілах на основі використання двовимірних прикладних теорій та тривимірної класичної теорії пружності. Разом з тим, на практиці використовуються складені конструкції з включеннями різної жорсткості (підкріплюючі ребра жорсткості, приєднані і зосереджені маси, перехідні елементи спряженя складених конструкцій). Питанням дослідження динамічної поведінки таких неоднорідних конструкцій при навантаженнях різноманітної природи присвячено ряд публікацій і монографій. В роботах В.І.Мяченкова і І.В.Григор'єва розглянуті задачі розрахунку складених оболонкових структур, спряжені через кільцеві перехідні елементи. Питання нестационарної аеропружності тонкостінних однорідних і конструктивно - неоднорідних конструкцій (оболонки з набором підкріплень, оболонки з приєднаними масами) розглядаються в монографіях А.В.Кармішина, Е.Д.Скурлатова, В.Г.Старцева, В.А.Фельдштейна. Нестационарні хвилі в складених оболонкових конструкціях з приєднаними масами розглянуті в роботах І.К.Навала, В.І.Пацюка, В.К.Римського. Теоретичні і експериментальні дослідження власних характеристик і динамічної міцності пластин і оболонок з зосередженими масами розглянуті в роботах Л.В.Андрєєва, О.Л.Дишка, І.Д.Павленка.

Серед досліджень динамічної поведінки неоднорідних оболонкових структур окреме місце займають задачі динамічної поведінки дискретно підкріплених оболонок. Найбільш повно сучасний стан досліджень в області динаміки підкріплених оболонок викладено в монографіях і оглядових роботах І.Я.Аміро, В.О.Заруцького, В.Г.Пала-

марчука; Ю.П.Жигалко, Л.М.Дмитресвої. Згідно цих оглядових робіт, практична більшість досліджень виконано з використанням розрахункової схеми, що ґрунтується на рівняннях прикладної теорії оболонок Кірхгофа-Лява і теорії стержнів Кірхгофа-Клебша. Рівняння руху отримуються на основі використання варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського.

В рамках цієї теорії і її модифікації отримані основні результати в області теорії підкріплених оболонок. Більшість опублікованих робіт присвячено вивченню власних частот коливань, причому найбільш детально розглянуті шарнірно-оперті по краях підкріплені оболонки. Вимушені коливання підкріплених оболонок розглядаються в основному при гармонічних навантаженнях. Задачі динамічної поведінки підкріплених оболонок в рамках класичної теорії при імпульсному навантаженні розглянуті в роботах А.Е.Богдановича, Т.Б.Кошкіної; О.К.Мишонкова.

Наступним кроком розвитку теорії дискретно підкріплених оболонок є модель з врахуванням деформацій зсуву і інерції обертання нормального елемента для оболонки і підкріплюючих елементів (розрахункова модель, що базується на рівняннях типу Тимошенка). Рівняння руху підкріплених оболонок типу Тимошенка мають більш широкую область використання. Ці рівняння являються гіперболічними, що дозволяє більш точно досліджувати хвильові процеси при короткочасових навантаженнях і наявності просторових розривів. Рівняння типу Тимошенка також дозволяють працювати у більш широкому діапазоні геометричних (h/R) і фізико-механічних параметрів (G_{13}/E_{11}) конструкцій, в порівнянні з класичною теорією оболонок. В рамках цієї теорії досліджувалося питання динамічної поведінки підкріплених циліндричних і сферичних оболонок при імпульсному навантаженні в роботах П.З.Лугового; Л.Г.Ромашенко, І.Т.Філіпова, Е.Т.Янютіна. Рівняння руху підкріплених оболонок в

цих роботах отримувались з використанням варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського.

При динамічному навантаженні тонкостінних пружних систем з різноманітними неоднорідностями основними особливостями являються хвильова природа процесу і розподіл фізично-механічних параметрів в області дискретних включень. Локальні збурення в пружній системі з дискретними включеннями визивають значний перерозподіл полів фізико-механічних параметрів у всій системі. Пружна система в області дискретних включень характеризується явно вираженим тривимірним станом. Така ситуація приводить до побудови хвильової теорії оболонок і пластин, яка більш адекватно відображає розподіл полів деформацій і напруг по товщині досліджуваного об'єкта в порівнянні з існуючими теоріями. В літературі практично відсутні роботи по дослідженню і проведенню порівняльного аналізу динамічної поведінки тонкостінних конструкцій з локальними неоднорідностями в рамках теорії з врахуванням нормальних поперечних напруг.

Вибір методу розв'язку задач теорії неоднорідних оболонок залежить від конкретної постановки (розрахункова схема, граничні умови, природа навантаження). Використання класичної теорії оболонок дозволило отримати точні аналітичні розв'язки (у вигляді рядів) для циліндричних оболонок підкріплених в одному напрямі при спрощених постановках задач. Використання варіаційних методів дозволило розширити клас досліджуваних задач. Але, як випливає з літературних даних, отримання розв'язку задач нестационарної поведінки складених конструкцій (дискретно підкріплені оболонки, складені конструкції, оболонки з приєднаними і зосередженими масами) неможливе без застосування чисельних методів. В основному застосовуються різницевий метод розв'язку і метод скінчених елементів для задач динаміки неоднорідних оболонок при не-

стаціонарних навантаженнях. В силу хвильової природи явищ в оболонках з локальними неоднорідностями метод скінчених елементів не отримав широкого застосування для розв'язку задач даного класу. Чисельні розв'язки задач динамічної поведінки конструкцій з локальними неоднорідностями отримані в основному методом скінчених різниць (МСР). МСР являється більш алгоритмічним і простим при розв'язку вказаних задач. Але відомо, що застосування МСР приводить до ряду особливостей в залежності від розрахункової схеми (моделі оболонок) і геометричних та фізико-механічних параметрів конструкції. Це питання умовної стійкості різницевих рівнянь, переродження типу рівнянь на різницевому рівні, залежність різницевих кроків різницевих схем від геометричних параметрів конструкції (явище "заклинювання"), збіжність чисельних результатів.

Таким чином, наведений вище аналіз сучасного стану проблеми теорії і чисельного дослідження нестаціонарних коливань оболонок з локальними неоднорідностями характеризує стан та ступень дослідженості тематики дисертації.

Тема дисертаційної роботи, що присвячена проблемі дослідження хвильових процесів в оболонках з локальними неоднорідностями, як з теоретичної так і з прикладної точок зору, являється актуальною.

В другій главі викладені рівняння руху дискретно підкріплених оболонок з врахуванням поп речних лінійних і кутових деформацій. При виводі рівнянь руху дискретно підкріплених оболонок приймаються незалежні апроксимації напруг і перемішень по товщині оболонки і підкріплюючих елементів. Щоб позбутися протиріч в узагальненому законі Гука при такому підході, використовується варіаційний принцип Рейсснера.

В основу побудови математичної теорії гладких оболонок покладені наступні кінематичні і статичні гіпотези.

1. Закон зміни переміщень по товщині оболонки приймається згідно наступної апроксимації

$$U_i^z(\alpha_1, \alpha_2, z) = U_i(\alpha_1, \alpha_2) + z\Phi_i(\alpha_1, \alpha_2), i = \overline{1, 3}. \quad (1)$$

2. Зсувні поперечні напруги змінюються по товщині оболонки згідно закону

$$\sigma_{i3}(\alpha_1, \alpha_2, z) = f_i(z)\sigma_{i3}^0(\alpha_1, \alpha_2), i = 1, 2, \quad (2)$$

причому функції $f_i(z)$ вибираються таким чином, щоб $\sigma_{i3}(z = \pm h/2) = 0$, при відсутності поверхневих зсувних поперечних напруг.

3. Поперечна нормальна напруга σ_{33} задається у вигляді

$$\sigma_{33}(\alpha_1, \alpha_2, z) = \frac{h/2 - z}{h} P_3^+(\alpha_1, \alpha_2) + \frac{h/2 + z}{h} P_3^-(\alpha_1, \alpha_2) + f_3(z)\sigma_{33}^0(\alpha_1, \alpha_2), \quad (3)$$

де $P_3^\pm(\alpha_1, \alpha_2)$ - нормальне навантаження; функція $f_3(z)$ вибирається із умов $\sigma_{33}(z = \pm h/2) = P_3^\pm$.

4. Компоненти тензора деформацій визначаються в рамках найпростішого нелінійного варіанту теорії оболонок в квадратичному наближенні.

Основні положення теорії криволінійних стержнів приймаються згідно гіпотези недеформованості поперечного перерізу криволінійного стержня (відповідно якої $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = \varepsilon_{23} = 0$) з врахуванням поперечних зсувних деформацій, що дозволяє виразити компоненти вектора переміщень поперечного перерізу у вигляді

$$U_1^{yz}(\alpha_1, y, z) = U_1(\alpha_1) + y\gamma_1(\alpha_1) + z\gamma_2(\alpha_1), \quad (4)$$

$$U_2^{yz}(\alpha_1, y, z) = U_2(\alpha_1) + z\psi_2(\alpha_1),$$

$$U_3^{yz}(\alpha_1, y, z) = U_3(\alpha_1) - y\psi_2(\alpha_1)$$

Деформаційні співвідношення приймаються згідно найпростішого геометрично нелінійного варіанту теорії стержнів.

Підкріплена оболонка розглядається як система, що складається з гладкої оболонки (обшивки) і з'єднаних з нею жорстко по лініям контакту ребер. Умови жорсткого з'єднання обшивки і ребер дозволяють встановити залежності між їх компонентами векторів переміщень. В центрі ваги поперечного зрізу ребра (нехай направлено вздовж осі α_1) вводиться локальна система координат $\alpha_1 y' z'$. Лінія центра ваги проектується на середину поверхність обшивки в системі координат α_1, α_2, z . Виходячи з рівності переміщень на зовнішній поверхні обшивки і внутрішній грані ребра запишемо умови контакту між компонентами узагальнених векторів середньої поверхні обшивки і центра ваги поперечного зрізу

$$U_{ki}^{yz}(\alpha_1, 0, -h_{pi}/2) = U_k^z(\alpha_1, \alpha_{2i}, h/2), k = \overline{1, 3}, \quad (5)$$

де h_{pi} - висота i -го підкріплюючого ребра; α_{2i} - координата лінії проектування центра ваги поперечного зрізу ребра направлено вздовж осі α_1 на координатну середину поверхність обшивки. Відповідно запишуться умови контакту між компонентами узагальнених векторів переміщень середньої поверхні обшивки і центра ваги поперечного зрізу ребра, направлено вздовж осі α_2 .

Рівняння руху для підкріпленої оболонки і співвідношення пружності, що визначають компоненти напруженого стану через компоненти деформацій для обшивки і відповідних підкріплюючих ребер, будемо знаходити використовуючи варіаційний принцип Рейсснера для динамічних задач. Варіаційне рівняння Рейсснера у випадку динамічного процесу для оболонки з поєдздовжньо-поперечним дискретним підкріпленням в напрямках α_1 і α_2 відповідно, представимо у вигляді

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(R - T) + \delta A] dt = 0, \quad (6)$$

де R - функціонал Рейсснера, T - кінетична енергія системи, A - робота зовнішніх сил.

Співвідношення пружності, що виражають зв'язок між поперечними нормальними і зсувними напруженнями $\sigma_{33}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{12}^{yz}, \sigma_{13}^{yz}, \sigma_{21}^{xz}, \sigma_{23}^{xz}$ і величинами $\varepsilon_{33}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{12}^{yz}, \varepsilon_{13}^{yz}, \varepsilon_{21}^{xz}, \varepsilon_{23}^{xz}$, згідно (6) виконується інтегрально по товщині обшивки і поперечному зрізу i -го ребра, що направлено вздовж осі α_1 (або j -го підкріплюючого ребра направлено вздовж осі α_2 з відповідними ваговими функціями).

На основі рівнянь (6), з врахуванням (1)-(5) з умови стаціонарності після виконання варіювання, інтегрування з використанням теореми Гауса-Остроградського і прирівнюючи до нуля вирази при незалежних варіаціях $\delta U_i, \delta \Phi_i (i = \overline{1, 3})$, з врахуванням умов контакту обшивка-ребра вигляду отримуємо рівняння руху дискретно підкріплених оболонок з відповідними крайовими і початковими умовами.

Як частинний випадок з цих рівнянь отримуємо варіанти рівнянь руху теорії підкріплених оболонок типу Тимошенка і теорії Кірхгофа - Лява з відповідними граничними і початковими умовами.

В третій главі проводиться дисперсійний аналіз рівнянь коливань гладких оболонок стосовно різних теорій. Аналіз розповсюдження пружних хвиль в циліндричних оболонках стосовно різних теорій і порівняльний аналіз з результатами згідно тривимірних рівнянь пружності є основою для визначення областей використання прикладних теорій. Дана глава складається з двох частин.

В першій частині розглядається процес розповсюдження осесиметричних хвиль на основі різних прикладних теорій (теорія оболонок з врахуванням нормальних лінійних і кутових деформацій, теорія оболонок типу Тимошенка, теорія оболонок Кірхгофа - Лява). Приводяться відповідні рівняння осесиметричних коливань циліндричних оболонок.

Нехай вздовж циліндра товщиною h і радіусом середньої поверхні R , бокові поверхні якого вільні від напруг згідно вихідних положень (2), поширюється деяка осесиметрична хвиля. У випадку

рівнянь теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій осесиметричну хвилю задаємо у вигляді

$$[U_1, U_3, \Phi_1, \Phi_3] = \text{Re}[A, iB, C, iD]e^{i(\xi x - \Omega t)}, \quad (7)$$

де $\xi = kh$, k - хвильове число; Ω - колова частота; A, B, C, D - невідомі сталі; $i^2 = -1$.

Підставляючи розв'язок типу (7) в рівняння руху, одержуємо систему чотирьох рівнянь відносно невідомих A, B, C, D . Умова існування нетривіального розв'язку такої системи приводить до дисперсійного рівняння

$$\det\{m_{kl}(\varepsilon, \xi, \Omega)\} = 0, \quad \varepsilon = h/R \quad (8)$$

з відповідними коефіцієнтами m_{kl} . В коефіцієнти m_{kl} входять величини K_1^2, K_2^2 , які були задані в другій главі при виводі рівнянь руху і мають наступний вигляд

$$K_1^2 = \frac{I_{11}^2}{I_{13}h}, \quad K_2^2 = \frac{I_{31}^2}{I_{33}h}, \quad (9)$$

$$I_{11} = \int_{-h/2}^{h/2} f_1(z) dz, \quad I_{13} = \int_{-h/2}^{h/2} f_1^2(z) dz,$$

$$I_{31} = \int_{-h/2}^{h/2} f_3(z) dz, \quad I_{33} = \int_{-h/2}^{h/2} f_3^2(z) dz,$$

де функції $f_1(z), f_3(z)$ вводяться згідно співвідношень (2), (3). Величини K_1^2, K_2^2 - це коефіцієнти поперечного зсуву і обтиску в теорії оболонок і пластин і відповідають інтегральній оцінці функцій розподілу поперечних напруг по товщині об'єкта.

Існує ряд методів визначення коефіцієнтів K_1^2, K_2^2 : метод завдання виду функцій $f_1(z), f_3(z)$; метод порівняння швидкостей розповсюдження пружних хвиль на основі прикладних теорій і відповідної швидкості, знайденої за допомогою тривимірних рівнянь теорії пружності; метод порівняння частот коливань пластин, знайдених по тривимірній теорії і відповідній прикладній теорії; та інші.

В даній роботі величини K_1^2, K_2^2 визначаються шляхом порівняння відповідних частот запирання ($\xi = 0$) в рамках тривимірної теорії пружності і теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій. Частоти запирання згідно теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій визначаються по формулам (8) при $\varepsilon = 0$. Аналітичні вирази для знаходження відповідних частот запирання в рамках тривимірної теорії пружності визначаються згідно відомих робіт по цій тематиці.

Чисельний аналіз дисперсійних рівнянь (8) проводився за допомогою програми знаходження власних значень квадратної матриці: для кожного дискретного значення хвильового числа розв'язується задача на власні значення і таким чином будується залежність $\Omega - \xi$. Аналогічним чином були проведені розрахунки в рамках моделей оболонок типу Тимошенка і Кірхгофа - Лява і проведено порівняльний аналіз частотних кривих згідно теорії пружності. Порівняльний аналіз проводився на відрізку $\xi \in [0; 0, 5]$. Чисельні розрахунки і порівняльний аналіз згідно теорії пружності показали наступне ($\varepsilon = 0, 5; \nu = 0, 3$): результати по рівнянням теорії оболонок Кірхгофа - Лява практично співпадають з результатами по теорії пружності (дві дисперсійні криві); результати по рівнянням теорії оболонок типу Тимошенка (три дисперсійні криві) відрізняються від результатів по теорії пружності по третій дисперсійній кривій починаючи з $\xi > 0, 4$ і максимальне розходження сягає 6%; результати по рівнянням теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій (чотири дисперсійні криві) відрізняються від результатів по теорії пружності по третій дисперсійній кривій починаючи з $\xi > 0, 4$ (максимальне розходження сягає 6%) і по четвертій дисперсійній кривій починаючи з $\xi > 0, 3$ (максимальне розходження сягає 8%).

В другій частині цієї глави розглядалося поширення неосесимет-

ричних хвиль в циліндричних оболонках. Приводяться рівняння несесиметричних коливань циліндричних оболонок згідно теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій; згідно теорії оболонок типу Тимошенка і теорії оболонок Кірхгофа – Лява. Для кожної гармоніки по окружній координаті будується дисперсійне рівняння відповідно досліджуваній теорії і отримуються дисперсійні криві згідно методики викладеної вище. По теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій отримуємо шість дисперсійних кривих для кожної гармоніки ($n=0,1,2,\dots$), по теорії оболонок типу Тимошенка – п'ять дисперсійних кривих, по теорії оболонок Кірхгофа – Лява – три дисперсійні залежності. Порівняльний аналіз згідно рівнянь теорії пружності показав (розглядалися випадки $\varepsilon = 1/30$ і $\varepsilon = 1, \nu = 0,34$): результати згідно теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій практично співпадають з результатами по теорії пружності по першим п'яти дисперсійним залежностям, по шостій дисперсійній кривій різниця в результатах досягає 8% – 10% в діапазоні $0,4 \leq \xi \leq 0,5$ ($n=0, n=1$); результати згідно теорії оболонок типу Тимошенка практично співпадають по першим трьом дисперсійним кривим, по четвертій і п'ятій кривій різниця спостерігається починаючи з $\xi = 0,2$ і кількісна різниця досягає до 20% при $\xi \approx 0,5$.

В четвертій главі розглядаються чисельні алгоритми розв'язування нестационарних динамічних задач для підкріплених оболонок та питання їх обґрунтування.

Чисельний алгоритм розв'язування нестационарних задач теорії дискретно підкріплених оболонок ґрунтується на одному з варіантів різницевої апроксимації вихідного варіаційного функціоналу (6). При використанні принципу Рейсснера незалежному варіюванню підлягають як напруги, так і переміщення. В силу довільності варіа-

цій цих величин, після стандартних перетворень отримуємо дві групи рівнянь. Одна з них представляє рівняння руху підкріплених оболонок, друга – співвідношення узагальненого закону Гука. В основі чисельного алгоритму лежить явна кінцево – різницева схема типу "хрест". Перехід від неперервної системи рівнянь до кінцево – різницевої виконується в два етапи. Перший етап полягає в кінцево – різницевої апроксимації дивергентних рівнянь руху в зусиллях – моментах, що еквівалентно використанню інтегро – інтерполяційного метода апроксимації рівнянь руху. Другий етап апроксимації рівнянь полягає в виборі енергетично погоджених кінцево – різницевої апроксимації величин зусиль – моментів і відповідних деформацій, щоб виконувався кінцево – різницевої аналог енергетичного рівняння.

Побудова чисельного алгоритму розв'язування динамічних осесиметричних задач теорії підкріплених оболонок розглядається на прикладі циліндричних підкріплених оболонок стосовно різних теорій (теорія оболонок з врахуванням поперечних нормальних і зсувних деформацій, теорія оболонок типу Тимошенка, теорія оболонок Кірхгофа – Лява). Однією з складностей розв'язування крайових задач теорії дискретно підкріплених оболонок являється наявність розривних коефіцієнтів в рівняннях руху. В даному алгоритмі шукається розв'язок в гладкій області і "склеюється" на лініях розривів. В досліджуваних задачах лініями розривів являються лінії проектування центрів ваги поперечного зрізу підкріплюючих ребер на середину поверхні оболонки. Для інтегрування рівнянь руху використовується явна різницева схема типу "хрест", яка являється умовно стійкою, тому при обчисленнях користуємося необхідною умовою стійкості різницевої рівнянь, згідно якої

$$\tau \leq 2/\Omega_{\max},$$

де Ω_{max} – максимальна частота власних коливань дискретної системи. В роботі отримані значення Ω_{max} відповідно до різницевих рівнянь кожної теорії оболонок, що розглядалися.

Особливості побудови різницевих рівнянь для уточнюючих теорій розглядалися на прикладі рівнянь пластини типу Тимошенка. Розглядалися різницеві рівняння що отримані при використанні формальної апроксимації вихідних рівнянь і різницеві рівняння, що отримані при апроксимації з використанням інтегро – інтерполяційного методу. Дослідження проводилися за допомогою теорії диференціальних наближень різницевих рівнянь. Порівняльний аналіз різницевих рівнянь показує, що різницеві схеми які отримані за допомогою інтегро – інтерполяційного методу являються більш ефективними в порівнянні з різницевиими схемами формальної апроксимації (ці схеми менш чутливі до залежності від величини $\Delta x/h$; не відбувається переродження рівнянь на різницевому рівні до іншого типу рівнянь). Як показали теоретичні дослідження за допомогою теорії диференціальних наближень, в різницевих рівняннях, що отримані інтегро – інтерполяційним методом можливе введення коректуючого множника при деформації поперечного зсуву. Замість модуля зсуву G_{13} вводиться

$$\tilde{G}_{13} = G_{13}r^{-1}, r = \left[1 + K_1^2 \frac{G_{13}(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{E_1} \left(\frac{\Delta x}{h} \right)^2 \right],$$

що дозволяє значно зменшити залежність рівнянь від величини $\Delta x/h$ і підвищити ефективність різницевих рівнянь.

Викладений підхід побудови різницевих рівнянь використовується для побудови чисельних алгоритмів розв'язку задач теорії підкріплених оболонок обертання при осесиметричних навантаженнях та для задач теорії циліндричних оболонок з позадозовньо – поперечним дискретним підкріпленням. Проводиться теоретичне дослідження умов стійкості отриманих різницевих рівнянь.

Для можливості проведення порівняльного аналізу чисельних результатів згідно прикладних теорій з результатами в рамках теорії пружності розглядається алгоритм побудови різницевих рівнянь для рівнянь теорії пружності. Розглядається задача динамічної поведінки підкріпленого циліндра скінченної довжини. Циліндр розглядається в рамках рівнянь теорії пружності, підкріплюючий елемент на поверхні циліндру в рамках теорії криволінійних стержнів. Різницеві схеми отримані на основі використання викладеної вище методики. Проводиться теоретичне дослідження умов стійкості отриманих різницевих рівнянь.

Побудовані чисельні алгоритми розв'язку задач теорії оболонок з локальними неоднорідностями відпрацьовувалися на тестових розрахунках, а також перевірялися на практичну збіжність. Проводився порівняльний аналіз динамічної поведінки підкріплених оболонок (підкріплена циліндрична оболонка, підкріплена сферична оболонка) при короткочасному навантаженні згідно аналітичних розв'язків, відомих в літературі, і чисельних алгоритмів розв'язку рівнянь руху підкріплених оболонок, викладених в дисертації. Питання практичної збіжності чисельних алгоритмів відпрацьовувалися на задачі динамічної поведінки циліндричної оболонки при дії внутрішнього імпульса. Розглядалися моделі оболонок Кірхгофа-Лява, оболонки типу Тимошенка, оболонки з врахуванням нормальних і зсувних поперечних деформацій, оболонки в рамках теорії пружності.

В п'ятій главі досліджується поведінка циліндричних, конічних і сферичних підкріплених оболонок при нестационарному навантаженні. Розглядаються підкріплені циліндричні оболонки з врахуванням поперечних лінійних і зсувних деформацій при осесиметричному нестационарному навантаженні. Проводився порівняльний аналіз з результатами згідно прикладних теорій (теорія підкріплених циліндричних оболонок типу Тимошенка, теорія підкріплених оболонок

Кірхгофа – Лява) і згідно рівнянь теорії пружності. Розглядалася задача динамічної поведінки підкріпленої циліндричної оболонки ($x_j = 0, 5$) з жорстким закріпленням на торцях при дії раптово прикладеного навантаження. Розрахунки проводилися згідно чисельної методики, викладеної в четвертій главі дисертації. Розглядалися варіанти задач при $\epsilon \in [1/20; 1/3]$. При аналізі залежностей величини U_3 по просторовій координаті отримуємо, що результати розрахунків згідно досліджуваних теорій практично співпадають в усій досліджуваній просторовій області. Расходження з результатами згідно теорії пружності спостерігаються в області підкріплення. Інша картина спостерігається відносно величин напруг σ_{22} . В області підкріплення величини напруг згідно теорії оболонок з врахуванням поперечних і кутових деформацій найкраще узгоджуються з відповідними величинами по теорії пружності (максимальне розходження сягає 8% – 12%) в порівнянні з іншими прикладними теоріями (максимальне розходження сягає 40% – 50%).

В рамках теорії типу Тимошенка розглядалися задачі динамічної поведінки дискретно підкріплених циліндричних, сферичних і конічних оболонок при осесиметричних нестационарних навантаженнях. В результаті розв'язку вказаних задач отримані числові дані, які дозволяють проводити кількісний і якісний аналіз динамічної поведінки конструкцій. Зокрема, при повздовжньому імпульсному навантаженні підкріпленої циліндричної оболонки спостерігається ефект запізнювання проходження хвилі деформації по довжині конструкції, чого не спостерігається в рамках конструктивно – ортотропної моделі підкріплених оболонок.

Нелінійна деформація повздовжньо підкріплених циліндричних ортотропних оболонок розглядалася при вибуховому навантаженні. Для обґрунтування достовірності і точності чисельної методики розв'язку рівнянь руху підкріплених оболонок при вибуховому наван-

таженні проводилося побічне порівняння чисельних результатів з відомими експериментальними даними. Були проведені чисельні розрахунки для циліндричної підкріпленої конструкції, виготовленої з углепластика з епоксидним зв'язуючим, при вибуховому навантаженні. Отримані результати дозволяють оцінювати вплив дискретного підкріплення на кінематичні і силові параметри досліджуваної конструкції. Зокрема, в точках середини панелі між ребрами по твірній спостерігається ефект немонотонної поведінки величини прогину.

В шостій главі розглядалася динамічна реакція оболонок комбінованої структури при нестационарних навантаженнях. Зокрема, досліджувалось нестационарна поведінка комбінованої структури півсфера – циліндр – півсфера при вибуховому навантаженні. Складова конструкція розглядалась як система, що складається із оболонкових елементів і підкріплюючих ребер в місцях спряження цих елементів. Рівняння руху складової конструкції записуються по аналогії з рівняннями теорії підкріплених оболонок обертання з відповідними крайовими і початковими умовами. Чисельний алгоритм розв'язку рівнянь руху, що описують динамічну поведінку досліджуваної конструкції викладено в главі 4. Для обґрунтування достовірності і точності викладеної методики проводилося побічне порівняння чисельних результатів згідно викладених рівнянь з відомими експериментальними даними по динамічному деформуванню замкнених сталевих оболонок з напівсферичними днищами при внутрішньому вибуху сферичного заряду вибухової речовини. Були проведені чисельні розрахунки по визначенню напружено – деформованого стану конструкції півсфера – ребро – циліндр – ребро – півсфера при внутрішньому вибуховому навантаженні, які дозволили виявити особливості динамічної поведінки такої конструкції. Зокрема, починаючи з другого півперіода радіальних коливань, проявляється

ефект немонотонної поведінки прогину в точках полюсів напівсферичних днищ в часи досягнення прогином максимального значення.

Розглядалися хвильові процеси в складовій тонкостінній конструкції, що представляє собою пружну циліндричну оболонку з пружними плоскими перегородками. Перегородка представляє собою круглу пластину, що прикріплюється жорстко до внутрішньої поверхні оболонки. Досліджувана конструкція описується геометрично нелінійними рівняннями теорії оболонок і пластин типу Тимошенка. В основу побудови чисельного алгоритму покладена кінцево-різницєва апроксимація вихідних рівнянь по просторовій і часовій координатам. Шукається розв'язок на гладкій частині і "зклеюється" на лініях розриву. В даній задачі лініями розриву являються лінії перетину серединної поверхні циліндричної оболонки з середньою поверхнею відповідної пластини. Для обґрунтування достовірності і точності викладеної методики проводилося побічне порівняння чисельних результатів згідно викладених рівнянь з відомими експериментальними даними по динамічному деформуванню замкнених сталевих циліндричних оболонок з плоскими днищами при внутрішньому вибуху сферичного заряду вибухової речовини. Були проведені чисельні розрахунки динамічної поведінки складеної конструкції (циліндрична ізотропна оболонка з внутрішньою круглою пластинію, що стикнується в точці $x = 0,5L$) при повздовжньому імпульсному крайовому навантаженні. Отримані чисельні результати дозволяють відслідковувати закономірності розповсюдження хвиль в досліджуваній конструкції. Спостерігається ефект квазі-запирання хвиль прогину в тій частині циліндричної оболонки, що знаходиться за лінією контакту оболонка - пластина.

Було проведено чисельний експеримент по дослідженню нестационарної поведінки підкріпленої циліндричної оболонки з зосередженими масами при повздовжньому імпульсному навантаженні. Напру-

жено – деформований стан оболонки і ребер визначався в рамках геометрично нелінійної теорії тонкої оболонок і стержнів типу Тимошенка. Для одержання рівнянь руху підкріпленої циліндричної оболонки з зосередженими масами використовувався варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона – Остроградського. Алгоритм розв'язку задачі подібний алгоритмам, що викладені в попередніх главах. Для знаходження розв'язку в точках контакту оболонка – зосереджена маса записуються відповідні рівняння рівноваги, що дозволяють детально досліджувати вплив зосередженої маси на динамічну поведінку конструкції. Було проведено порівняльний аналіз чисельних результатів з відповідними результатами, отриманими при розв'язку аналогічної задачі без зосереджених мас.

В включенні сформульовані основні результати теоретичного і прикладного характеру.

I. В цілому за своїми теоретичним та практичним значенням проведені дослідження можна кваліфікувати як новий науковий напрям в механіці деформівного твердого тіла, який полягає в здійсненні розробки в межах уточнюючих теорій оболонок з локальними неоднорідностями проблеми розповсюдження хвиль в неоднорідних конструкціях включаючи:

1. Постановку і обґрунтування двовимірних динамічних задач теорії дискретно підкріплених оболонок (теорії оболонок з врахуванням поперечних, лінійних і кутових деформацій при прийнятті незалежних апроксимацій переміщень і напруг по товщині досліджуваного об'єкта; теорія оболонок типу Тимошенка; теорія оболонок Кірхгофа – Лява).

2. Розвиток ефективного чисельного методу розв'язку задач нестационарної поведінки задач теорії оболонок стосовно різних теорій з локальними неоднорідностями; теоретичне обґрунтування чисельних алгоритмів, що застосовуються для розв'язку задач да-

ного класу; теоретичне дослідження різницевих схем за допомогою теорії диференційних наближень, що дозволяє підвищити ефективність чисельних алгоритмів.

3. Дослідження основних класів задач стосовно до різних теорій неоднорідних оболонок, аналіз числових результатів, виявлення нових властивостей, закономірностей та механічних ефектів, характерних для хвильових процесів, що вивчаються. Одержана інформація кількісного та якісного характеру дозволяє визначати похибки, що вносяться при використанні прикладних теорій гладких і дискретно неоднорідних оболонок, а також оцінювати межі застосування результатів, які отримані з залученням прикладних теорій.

II. Одержані основні наукові результати, які включають:

1. Розв'язання на основі розвинутого методу основних класів задач динамічної поведінки складових конструкцій з локальними неоднорідностями при нестационарних навантаженнях в конкретних постановках (циліндричні, сферичні і конічні дискретно підкріплені оболонки при різноманітних видах процесу навантаження; складені конструкції типу циліндр – півсфера, циліндр – кругла пластина, оболонкові елементи – перехідний кільцевий елемент спряження; дискретно неоднорідні оболонки з зосередженими масами).

2. Отримання дисперсійних співвідношень і проведення порівняльного аналізу коливань гладких циліндричних оболонок стосовно до різних теорій (рівняння оболонок з врахуванням поперечних нормальних і зсувних деформацій, рівняння оболонок типу Тимошенка, рівняння оболонок Кірхгофа – Лява, рівняння оболонок в рамках теорії пружності).

3. Розробку алгоритмів і програм, що дозволяють реалізувати розв'язування досліджуваних хвильових задач на ЕОМ і ПК, а також доведення розв'язків до одержання конкретних числових результатів у широкому діапазоні зміни геометричних, фізико – механіч-

них та амплітудно - частотних параметрів конструкцій.

4. Чисельне розв'язування розглянутих основних класів хвильових задач на ЕОМ та ПК, а також виявлення і дослідження нових властивостей, закономірностей і механічних ефектів, зумовлених дискретними неоднорідностями конструкцій.

III. При цьому виявлені нові механічні ефекти та закономірності, найбільш важливі і загальні з яких зводяться до таких:

1. При розгляданні процесу поширення осесиметричних і неосесиметричних хвиль в гладких оболонках по теорії оболонок з врахуванням поперечних лінійних і кутових деформацій отримуємо згідно дисперсійного аналізу чотири (осесиметричний випадок) і шість (для кожної гармоніки в неосиметричному випадку) дисперсійних залежностей, які дозволяють розширити область дослідження хвильових процесів якісно (збільшується число дисперсійних кривих по відношенню до теорії оболонок Кірхгофа - Лява і типу Тимошенка) і кількісно (розширюється частотний діапазон досліджуваної області в порівнянні з відповідним діапазоном по прикладним теоріям).

2. При розгляданні задач динамічної поведінки циліндричних підкріплених оболонок стосовно різних теорій (теорія оболонок з врахуванням поперечних лінійних і зсувних деформацій, теорія оболонок типу Тимошенка, теорія оболонок Кірхгофа - Лява, теорія пружності) при нестационарному навантаженні виявлено: в області підкріплення величини напруг згідно теорії оболонок з врахуванням поперечних і кутових деформацій найкраще узгоджуються з відповідними величинами по теорії пружності в порівнянні з іншими прикладними теоріями.

3. При повздовжньому імпульсному навантаженні підкріпленої циліндричної оболонки спостерігається ефект запізнювання проходження хвилі деформації по довжині конструкції, чого не спостері-

гається в рамках конструктивно – ортотропної моделі підкріплених оболонок.

4. При розгляданні повздовжньо підкріплених циліндричних ортотропних оболонок при вибуховому навантаженні в точках середини панелі між ребрами по твірній спостерігається ефект немонотонної поведінки величини прогину.

5. При вивченні хвильових процесів в складовій тонкостінній конструкції, що представляє собою пружну циліндричну оболонку з пружними плоскими перегородками, при повздовжньому імпульсному навантаженні спостерігається ефект квазізапирання хвиль прогину в тій частині циліндричної оболонки, що знаходиться за лінією контакту оболонка – пластина.

6. При дослідженні нестационарної поведінки комбінованої структури півсфера – циліндр – півсфера при вибуховому навантаженні спостерігається ефект немонотонної поведінки величини прогину в точках полюсів напівсферичних дниць в часи досягнення прогином максимального значення.

Основні положення дисертації викладено в публікаціях:

Монографія

1. Луговой П.З., Мукоид В.П., Мейш В.Ф. Динамика оболочечных конструкций при взрывных нагрузках. - Киев: Наук.думка, 1991. - 280с.

Статті

2. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Об устойчивости разностных схем при исследовании динамики оболочек вращения // *Сопротивл. матер. и теория сооруж.* - Киев: Будівельник, - 1984, - Вып. 45.- С. 21 - 24.

3. * Луговой П.З., Мейш В.Ф. К решению осесимметричных задач динамики цилиндрических оболочек численными методами // Прикл.механика. - 1986. - 22, N2. - С.29-35.
4. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Математическое моделирование взрывных камер при импульсной обработке материалов // VII Международный симпозиум. Использование энергии взрыва для производства металлических материалов с новыми свойствами. Сб. докладов. - Пардубице, 1988. - С. 523 - 529.
5. * Мейш В.Ф., Луговой П.З. Динамика ребристой цилиндрической оболочки при действии кратковременной осесимметричной нагрузки // Прикл.механика. - 1989. - 25, N3. - С.21-24.
6. * Луговой П.З., Мейш В.Ф. Неосесимметричные колебания ребристой цилиндрической оболочки с учетом сдвиговых деформаций // Прикл.механика. - 1989. - 25, N5. - С.50-55.
7. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Исследование ребристых взрывных камер при импульсной обработке материалов // Сопротивл. матер. и теория сооруж. - Киев: Будівельник, 1989. - Вып. 54. - С. 79 - 82.
8. Луговой П.З., Мукоид В.П., Мейш В.Ф. Теоретические основы расчета взрывных камер (ВК) // Материалы X международной конференции "High Energy Rate Fabrication" - Любляна, 1989. - С. 581 - 590.
9. Мейш В.Ф. Нестационарная деформация ребристых труб при

Зірочкою * відмічені статті, що перекладені на англійську мову і вийшли в журналах "International Applied Mechanics" і "Mechanics of Composite Materials" (Нью-Йорк)

- неосесимметричных нагрузках //Сб.: Горные породы при динамических нагрузках. - Киев: Наук.думка,1989. - С. 105 - 108.
10. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Исследование волновых процессов в дискретно подкрепленных оболочках //Доклады АН УССР. Сер. А. - 1990. - N6. - С. 51 -54.
 11. * Луговой П.З., Мейш В.Ф. Осесимметричные колебания ребристых сферических оболочек с отверстием при импульсных нагрузках // Прикл.механика. - 1990. - 26, N5. - С.51-56.
 12. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Поведение подкрепленной цилиндрической оболочки при действии подвижной нагрузки // Сопротивл.матер. и теория сооруж. - Киев: Будівельник, 1990. - Вып. 56. - С. 79 - 83.
 13. Мейш В.Ф. Нестационарна поведінка підкріпленої циліндричної оболонки з зосередженими масами при повздовжньому ударі //Доповіді АН України. - 1991. - С. 84 - 89.
 14. * Луговой П.З., Мейш В.Ф. Исследование нестационарных процессов деформирования дискретно подкрепленных пластин и оболочек в неклассической постановке // Прикл.механика. - 1991. - 27, N8. - С.88-94.
 15. Lugovoy P.Z., Meish V.F., Mukoid V.P. Nonstationary vibrations of inhomogeneous shell elements under impact loading //EUROMECH. 1st European Solid Mechanics Conference. Abstract. September. 9-13,1991. - Munchen, FRG. - p.141.
 16. Мейш В.Ф. Нестационарное поведение подкрепленной ортотропной конической оболочки при действии внезапно приложенной нагрузки //Труды I Всесоюз.конференции "Технологические

проблемы прочности несущих конструкций", Т.1. - Запорожье, 1991. - С. 149 - 154.

17. * Мейш В.Ф. Физически нелинейное деформирование подкрепленных цилиндрических оболочек при нестационарных нагружениях // Прикл.механика. - 1992. - 28, N2. - С.46-52.
18. * Мейш В.Ф. Неосесимметричные волновые процессы в подкрепленной цилиндрической оболочке при продольном ударе // Прикл.механика. - 1992. - 28, N9. - С.55-62.
19. * Луговой П.З., Мейш В.Ф. Численное моделирование динамического поведения подкрепленных оболочек вращения при нестационарном воздействии // Прикл.механика. - 1992. - 28, N11. - С.38-44.
20. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Богданов С.Ю. Численное решение задач динамики ребристых оболочек //Вычислительная и прикладная математика (Киев) - 1992. - Вып.74. - С. 45 - 48.
21. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Нестационарное поведение прямоугольных пластин с односторонним дискретным подкреплением // Сопротивл.матер. и теория сооруж. - Киев: Будівельник, 1992. - Вып. 60. - С. 109 - 110.
22. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Уточненная модель дискретно подкрепленных пластин и оболочек при нестационарных нагрузках //Исследования по теории пластин и оболочек (Казань). - 1992. - Вып.25. - С. 14 - 20.
23. * Мейш В.Ф. Нелинейное деформирование продольно подкрепленных ортотропных цилиндрических оболочек при нестационарных нагрузках //Механика композитных материалов. - 1993. - 29,N2. - С.184 - 190.

24. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Нелинейное деформирование составных подкрепленных конструкций при нестационарных нагрузках // Доклады АН Украины. - 1993. - N3. - С. 60 - 65.
25. Шульга М.О., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Про коливання циліндричних оболонок з ребрами жорсткості // Доповіді АН України. - 1994. - N2. - С. 56 - 61.
26. Мейш В.Ф. До теорії багатошарових оболонок з ребрами жорсткості // Доповіді АН України. - 1994. - N6. - С. 54 - 59.
27. * Луговой П.З., Мейш В.Ф., Черепина М.В. Динамическое поведение цилиндрической конструкции с деформируемыми перегородками при импульсных нагрузках // Прикл. механика. - 1994. - 30, N6. - С.25 - 32.
28. * Мейш В.Ф. Численное моделирование нелинейного деформирования двухслойных пластин и оболочек при нестационарных нагрузках // Прикл. механика. - 1994. - 30, N7. - С.46 - 52.
29. * Гузь А.Н., Шульга Н.А., Мейш В.Ф. К теории ортотропных оболочек и пластин, подкрепленных ребрами жесткости // Прикл. механика. - 1994. - 30, N11. - С.64 - 68.
30. Шульга М.О., Мейш В.Ф. По коливанням ізотропних циліндричних оболонок з врахуванням лінійних та кутових поперечних деформацій // Доповіді АН України. - 1994. - N12. - С. 70 - 73.
31. Шульга Н.А., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Об одном варианте уравнений движения дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек с учетом деформаций сдвига и обжатия // Приклад. проблемы прочности и пластичности: Численное моделирование физико-механических процессов. - Вып.53. - Москва. 1995. - С. 100 - 104.

32. * Мейш В.Ф. Исследование волновых процессов в оболочках и пластинах с учетом деформаций сдвига и обжатия // *Механика композитных материалов*. - 1995. - 31, N6. - С.816 - 823.
33. * Мейш В.Ф. Динамическое поведение ортотропной прямоугольной пластины при действии внезапно приложенной нагрузки // *Прикл. механика*. - 1996. - 32, N3. - С.73 - 79.
34. * Богданов С.Ю., Луговой П.З., Мейш В.Ф., Шульга Н.А. О численном решении динамических задач нелинейной теории подкрепленных оболочек // *Прикл. механика*. - 1996. - 32, N7. - С.46 - 51.

Мейш В.Ф. Численный анализ нестационарных колебаний оболочек с локальными неоднородностями (классическая и неклассические теории).

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, 1996.

Защищаются научные публикации, которые содержат теоретические исследования вопросов нестационарного поведения оболочечных структур с локальными неоднородностями. Приводятся постановка и обоснование динамических задач теории дискретно подкрепленных оболочек в рамках классической и неклассических теорий. Развита и теоретически обоснована эффективная численная методика решения задач данного класса, на основе которой решены новые задачи динамического поведения дискретно неоднородных упругих конструкций при нестационарных нагрузках. Получена информация количественного и качественного характера, позволяющая

щя определять особенности поведения, вносимые наличием дискретных включений в упругих конструкциях, а также оценивать пределы применимости результатов, получаемых с привлечением прикладных теорий оболочек.

Meish V.F. Numerical Analysis of Nonstationary Vibrations of Shell with Local Inhomogeneities (Classic and Nonclassic Theories).

Dissertation for the Doctor of Physical and Mathematical Degree in Speciality 01.02.04 - mechanics of deformable solid, S.P.Timoshenko Institute of Mechanics of National Academy of sciences of the Ukraine, Kiev, 1996.

Scientific publications which contain the theoretical investigations of the questions of nonstationary behaviour of shell structures with local inhomogeneities are presented for the defence. Formulation and substantiation of dynamical problems of the discrete reinforced shell theory in a frame of classic and nonclassic theories. Effective numerical method of the solving of given problem class has been developed and theoretically substantiated. New problems in dynamical behaviour of discrete inhomogeneous elastic structures under nonstationary loading have been solved on the basis of this method. Information of quantitative and qualitative character has been obtained which enables to determine behaviour peculiarities introduced by the availability of discrete inhomogeneities as well as to estimate the limits of applicability of results obtained with the employment of approximate applied shell theories.

Ключові слова: неklasичні теорії оболонок, локальні неоднорідності, хвильовий процес, чисельні методи, нестационарні навантаження.

438019

AB 36.246