

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ

На правах рукопису

Дзюбак Лариса Петрівна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА СПОСОБИ ДОСЛІДЖЕННЯ
НЕСТАЦІОНАРНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПРУЖНИХ ТІЛ
ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні
методи в наукових дослідженнях

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Л. Дзюбак

Харків - 1996

19.6
9.3

№. 36.435

Дисертацією є рукопис
Роботу виконано у відділі
Інституту проблем механіки та машинобудування НАН України

ЛННБ України ім.В.Стефаніка



00760703 (N)

Науковий керівник:

провідний науковий співробітник
Янютін Євген Григорович

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук,
провідний науковий співробітник
Бабенко Володимир Іванович;
кандидат технічних наук, доцент
Мордовцев Сергій Михайлович

Провідна організація: Харківський державний технічний
університет будівництва та
архітектури (м. Харків)

Захист відбудеться "15" січня 1997 р. о 14 годині
в аудиторії XI поверху на засіданні спеціалізованої вченої
ради Д 02.18.02 в Інституті проблем машинобудування НАН
України (310046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10)

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту
проблем машинобудування НАН України за адресою: 310046,
м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10

Автореферат розісланий "5" грудня 1996 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради *Веретельник* Веретельник В.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Проектування нової техніки, створення прогресивних технологій, сучасних машин і обладнання пов'язано з необхідністю математичного моделювання та розробок високоефективних методів аналізу фізичних і технологічних процесів. Зокрема, до числа таких досліджень можна віднести моделювання технологічних процесів формоутворення деталей з використанням імпульсних джерел енергії, прогнозування динамічної міцності елементів машинобудівних конструкцій, які перебувають в умовах нестационарного навантаження, дослідження напруженого стану з урахуванням дійсних несталих навантажень різної фізичної природи багатшарових склюбок, які використовуються в авіабудуванні та суднобудуванні, та ін.

У таких задачах важливе місце займає аналіз хвильових процесів у пружних тілах циліндричної форми. Через те що сучасна теорія далеко не повністю дає відповіді на численні питання, які виникають у різних реальних випадках імпульсного навантаження циліндричних тіл, розробка методів розрахунку деформаційних полів у них є актуальною.

За теперішнього часу зростає інтерес до задач визначення силових навантажень, які діють на деформівне тіло, коли відомі закони змінення деформаційних характеристик у деяких його точках. Розв'язки цих задач виявляють умови здійснення руху механічних систем з заданими властивостями, встановлюють необхідні для цього сили і, таким чином, є вихідною базою для аналітичної побудови систем управління.

Метод роботи є розробка математичних моделей та

розвиток чисельно-аналітичного методу дослідження нестационарного осесиметричного деформування пружних товстостінних циліндричних тіл скінченних розмірів, вирішення на їх основі ряду нових задач, в тому числі оберненої нестационарної хвильової задачі механіки деформівного твердого тіла.

Основні завдання полягають у теоретичних дослідженнях нестационарних хвильових процесів у товстостінних тілах циліндричної форми, створенні, обґрунтуванні та апробації комплексу програм, який дозволяє реалізувати на ПЕОМ чисельно-аналітичний метод розв'язання нестационарних задач теорії пружності.

Методологія дослідження. В роботі розвинено чисельно-аналітичний метод моделювання і вивчення механічних явищ, що відбуваються в циліндричних тілах в умовах нестационарних навантажень. За допомогою аналітичних прийомів - теорії рядів Фур'є, інтегрального перетворення Лапласа, теорії циліндричних функцій - задачі зводяться до розв'язання систем інтегральних рівнянь Вольтерра, які витікають з граничних умов. Аналіз інтегральних рівнянь, які можуть мати неперервні ядра або ядра з особливостями, що інтегруються, здійснюється за допомогою розробленого чисельного методу. Цей метод базується на заміні інтеграла по скінченному часовому проміжку сумов інтегралів по малих часових інтервалах та апроксимації невідомих функцій їх кусково-постійними або кусково-лінійними аналогами.

Наукова новизна полягає ось в чому:

- на основі рівнянь динамічної теорії пружності побудовано двовимірні математичні моделі, які описують хвильові процеси у циліндричних тілах скінченних розмірів

при імпульсному навантаженні;

- розроблено чисельно-аналітичний метод дослідження нестационарних хвильових процесів у товстостінних тілах циліндричної форми;

- на основі розроблених моделей

- вирішено задачу про імпульсне деформування пружного суцільного циліндра скінченної довжини;

- проведено дослідження нестационарних хвильових процесів у пружному порожнистому циліндрі скінченної довжини у випадку завдання на його боковій поверхні граничних переміщень;

- вирішено задачу про нестационарне деформування багат шарового циліндра у припущенні, що контакт між шарами протягом усього часу деформування не порушується;

- вирішено обернену задачу механіки деформівного твердого тіла у випадку нестационарного деформування пружного простору з циліндричною порожниною та у випадку порожнистого циліндра;

- розроблено ефективні алгоритми та створено комплекси програм, які дозволяють реалізувати на ПЕОМ чисельно-аналітичний метод вирішення нестационарних задач теорії пружності.

Обґрунтування теоретичної та практичної цінності дослідження. Побудовані математичні моделі та розроблені способи, які реалізують розвинений в дисертаційній роботі чисельно-аналітичний метод, складають єдиний теоретичний комплекс, що дозволяє визначити характеристики напружено-деформованого стану одношарових та багат шарових циліндричних тіл скінченних розмірів. Цей комплекс має внутрішні

можливості для удосконалення вирішення широкого класу задач механіки деформізного твердого тіла. У розроблених обчислювальних програмах передбачається видача результатів, які відображують поля переміщень та напружень, що сприяє детальному аналізу напружено-деформованого стану тіл, що досліджуються.

Одержані результати можуть бути використані для прогнозування динамічної міцності елементів конструкцій циліндричної форми, які знаходяться в умовах нестационарного навантаження. До них відносяться, наприклад, товстостінні циліндричні панелі, матриці циліндричного обрису для вибухового штампування, обважені бурильні труби та елементи обсадних колон, що зазнають під час реалізації певних технологічних процесів вибухового навантаження.

Вірогідність теоретичних результатів ґрунтується на використанні фундаментальних положень математичної фізики, а також на застосуванні конкретних сучасних математично обґрунтованих методів. Вірогідність чисельних результатів підтверджується зіставленням з результатами, які одержано іншими способами, доброю погодженістю результатів, що отримано при розв'язанні тестових задач, аналізом збіжності чисельних алгоритмів при зростанні розмірності апроксимуючого простору, фізичністю одержаних результатів.

Реалізація наукових розробок. Розроблену в дисертаційній роботі методику дослідження осесиметричного деформування одношарових та багатшарових пружних циліндричних тіл скінченних розмірів було використано в процесі виконання планової тематики науково-дослідних робіт відділу нестационарних механічних процесів Інституту проблем машинобу-

дування НАН України в період з 1992 р. по 1996 р. у відповідності до держбюджетної теми "Створення методів і технічних засобів розв'язання проблем динамічної міцності та діагностики механічного стану елементів енергетичних установок" (Д.Р. № 0193U018312).

Апробація роботи. Основні положення дисертації доповідалися та обговорювалися під час роботи І наукової школи "Імпульсні процеси у механіці суцільних середовищ" (м. Миколаїв, 1994 р.), на семінарі "Проблеми вібраційних техніки, технологій і надійності" Харківської секції Наукової ради НАН України за проблемою "Кібернетика" (м. Харків, 1995 р.), на міжнародній конференції "Математичні моделі та чисельні методи механіки суцільних середовищ" (м. Новосибірськ, 1996 р.), на наукових семінарах, що проводились в ІПМаш НАНУ, з проблем динамічного навантаження елементів конструкцій (м. Харків, 1993-1996 рр.).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 4 наукових працях, серед них: стаття у збірнику наукових праць, депонований рукопис, дві тези доповідей.

Особистий внесок автора. Усі результати дисертаційної роботи отримано за особистою участю автора. В роботах [1-4] автору належить розробка математичних моделей і чисельно-аналітичного методу дослідження осесиметричного деформування одношарових та багатшарових пружних циліндричних тіл скінченних розмірів, чисельна реалізація цього методу, узагальнювання одержаних результатів і формулювання висновків.

Структура та обсяг роботи. Робота складається із .

вступу, п'яти розділів, висновку, списку літератури із 112 найменувань, містить 110 сторінок машинописного тексту, 15 малюнків, 1 таблицю, усього 121 сторінку.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано актуальність теми дисертації, її практичну та наукову цінність, сформульовано мету роботи.

У першому розділі проведено огляд літературних джерел, присвячених математичному моделюванню процесів деформування механічних систем, що зазнають впливу імпульсних навантажень. Відображено різноманітність підходів до вирішення різних динамічних задач теорії пружності. Серед таких підходів - чисельні, аналітичні, чисельно-аналітичні методи вирішення.

Питання дифракції пружних хвиль у просторі, що містить циліндричні порожнини або вклучення, за допомогою різних аналітичних методів досліджувались в роботах Барона, О.М. Гузя, А.М. Ковшова, А.С. Космодам'янського, Мет'єва, Д.Н. Подільчука, П.К.Рубцова, В.І. Смирнова та ін.

Дослідження нестационарного деформування одношарових та багатшарових циліндрів під впливом різних імпульсних навантажень було проведено Н.І. Александровою А.Е. Бабаєвим, Ю.Н. Бабичем, Г.Г. Буличевим, В.Т. Гринченко, А.В. Колодяжним, В.В. Кристалевим, В.Д. Кубенко, С.Г. Пшеничновим, С.З. Сеницьким, А.С. Удаловим, А.П. Філіповим, С.Г. Янєтїним, W.J. Bottega, G. Cinelli, Kaizu Koichi, Miyamoto Masaaki, M.C. Mondal, Tanimura Shinji, Watanava Kazami та ін.

Аналіз напружено-деформованого стану елементів конструкцій, до складу яких входять циліндричні тіла, був проведений в роботах В.Є. Бреславського, Н.А. Єсеніної, С.М.

Мордовцева, R. Irebinski та ін.

Математичній розробці загальних методів розв'язання динамічних задач теорії пружності, в тому числі віднесених і до циліндричної системи координат, присвячені роботи С.І. Боева, А.В. Галабурдіна, В.Л. Рвачова, В.В. Турилова, Н.М. Хуторянського, Р.К. Banerjee, L.I. Weingarten та ін.

З проведеного огляду робиться висновок про недостатню розробленість методів математичного моделювання несталих хвильових процесів деформацій в пружних тілах, обмежених циліндричними поверхнями. Виходячи з цього є доцільним створення ефективних чисельних алгоритмів дослідження перехідних процесів у таких тілах для складних випадків навантаження. Вирішенню деяких питань у цьому напрямку присвячено матеріал дисертації, наведений у розділах 2-5.

Другий розділ присвячено розробці математичної моделі та чисельно-аналітичного методу вирішення задачі про імпульсне деформування пружного суцільного циліндра скінченних розмірів. Нестационарні хвильові процеси в пружному ізотропному однорідному середовищі описуються системою рівнянь Ламе у циліндричній системі координат. У осесиметричному випадку деформування ця система зводиться до системи двох хвильових рівнянь відносно функцій об'ємного розширення пружного середовища $\Delta(r, z, t)$ та проєкції на напрямок e вектора обертання точок середовища $\omega_{\theta}(r, z, t)$. Ці рівняння мають вигляд:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) \omega_{\theta} = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \omega_{\theta}}{\partial t^2} ;$$

$$\nabla^2 \Delta = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} ,$$

де $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$; a, b - швидкості розповсюдження хвиль деформацій.

При математичній постановці задачі початкові умови передбачаються нульовими. На циліндричній боковій поверхні задаються нестационарні осесиметричні збурення кінематичного характеру. Приймається, що указані збурення можуть описуватися функціями, які мають довільну залежність від змінних z і t . На плоских торцях циліндра граничні умови сформульовано у вигляді четвертої крайової задачі, коли задані нормальна складова вектора напруження та дотична складова вектора переміщень. Вибрані нульові граничні умови у вигляді четвертої крайової задачі моделюють скріплення торців циліндра з абсолютно гнучкими мембранами, що не розтягуються у своїй площині.

На основі методу розподілення просторових змінних усі функції, які входять в основні системи рівнянь і в граничні умови, подаються у вигляді розкладань у ряди Фур'є по тригонометричних функціях змінної z . Внаслідок ортогональності цих рядів із вихідних співвідношень витікають рівняння для коефіцієнтів розкладань переміщень $u_{zn}(r, t)$, $u_{zn}(r, t)$, а також об'ємного розширення $\Delta_n(r, t)$ та проєкції вектора обертання $\omega_{\theta n}(r, t)$.

Для виключення часової змінної до одержаних систем рівнянь застосовується інтегральне перетворення Лапласа. У просторі зображень виходять модифіковані рівняння Бесселя відносно функцій $\Delta_n^L(r, s)$, $\omega_{\theta n}^L(r, s)$ (індекс "L" вказує на відповідне зображення по Лапласу, s - параметр перетворення). Загальні інтеграли цих рівнянь мають вигляд:

$$\begin{aligned} \Delta_n^L(r, s) &= C_{n1}^L(s) K_0\left[\frac{r}{a} \sqrt{s^2 + \lambda_n^2 a^2}\right] + \\ &+ C_{n2}^L(s) I_0\left[\frac{r}{a} \sqrt{s^2 + \lambda_n^2 a^2}\right]; \\ \omega_{\theta n}^L(r, s) &= C_{n3}^L(s) K_1\left[\frac{r}{b} \sqrt{s^2 + \lambda_n^2 b^2}\right] + \\ &+ C_{n4}^L(s) I_1\left[\frac{r}{b} \sqrt{s^2 + \lambda_n^2 b^2}\right], \end{aligned} \quad (*)$$

де $C_{ni}^L(s)$ ($i=1, 4$) - довільні функції, $I_i(z)$, $K_i(z)$ ($i=0, 1$) - модифікована функція Бесселя та функція Макдональда i -го порядку відповідно.

В силу поведінки функцій $K_0(x)$ та $K_1(x)$ для суцільного циліндра в співвідношеннях (*) треба покласти $C_{n1}^L(s) = C_{n3}^L(s) = 0$.

Внаслідок довільності функцій $C_{ni}^L(s)$ величини $\Delta_n^L(r, s)$, $\omega_{\theta n}^L(r, s)$ подано у вигляді, зручному для подальшого переходу до простору оригіналів. Ці вирази підставляються в основну систему рівнянь Ламе в зображеннях, яка пов'язує коефіцієнти розкладань переміщень u_{rn}^L , u_{zn}^L , з Δ_n^L , $\omega_{\theta n}^L$. Таким чином, отримано розв'язок у просторі зображень.

Перехід у простір оригіналів здійснюється при використанні співвідношень табличного характеру та основних властивостей перетворення Лапласа. Рішення подані в інтегральній формі типу "біжучої хвилі":

$$u_{rn}(r, t) = a^2 n \left[t - \frac{R-r}{a} \right] \int_0^{\frac{R-r}{a}} C_{n2}(\tau) P_n^a\left(r, t - \frac{R-r}{a} - \tau\right) d\tau -$$

$$\begin{aligned}
 & - 2b^2 \lambda_n \operatorname{H}\left(t - \frac{R-r}{b}\right) \int_0^{t - \frac{R-r}{b}} c_{n4}(\tau) g_n^b\left[r, t - \frac{R-r}{b} - \tau\right] d\tau ; \\
 u_{zn}(r, t) = & a^2 \lambda_n \operatorname{H}\left(t - \frac{R-r}{a}\right) \int_0^{t - \frac{R-r}{a}} c_{n2}(\tau) F_n^a\left[r, t - \frac{R-r}{a} - \tau\right] d\tau - \\
 & - \frac{2b^2}{r} \operatorname{H}\left(t - \frac{R-r}{b}\right) \int_0^{t - \frac{R-r}{b}} c_{n4}(\tau) Q_n^b\left[r, t - \frac{R-r}{b} - \tau\right] d\tau .
 \end{aligned}$$

Після підпорядкування граничним умовам ці співвідношення перетворюються на систему інтегральних рівнянь Вольтерра I роду відносно функцій $c_{ni}(t)$ з ядрами $F_n^a(r, t)$, $g_n^b(r, t)$, $P_n^a(r, t)$, $Q_n^b(r, t)$.

Обчислювальна схема вирішення інтегральних рівнянь базується на заміні інтегралів в рівняннях Вольтерра сумов інтегралів по відрізках розподілення при переході до дискретного часу. Приблизно приймаючи, що функції $c_{ni}(t)$ на кожному відрізку постійні і дорівнюють своєму значенню посередні відрізка, отримуємо алгебраїчну систему рівнянь, яка зводиться до системи з трикутною матрицею коефіцієнтів. Таким чином $c_{ni}(t)$ визначаються на кожному кроці рекурентно.

Було одержано чисельні результати, що описують картину кінематичного навантаження суцільного циліндра скінченних розмірів.

У третьому розділі наведено опис побудови математичної моделі нестационарних деформаційних хвильових процесів у пружному товстостінному циліндрі скінченних розмірів. Передбачається, що початкові умови для визначальних рівнянь нульові, на внутрішній та зовнішній циліндричних поверхнях

приймається зміна переміщень як функцій часу та осьової координати, на торцях граничні умови задаються у вигляді, який відповідає четвертій крайовій задачі.

Для побудови розв'язку вихідної системи рівнянь Ламе, подібно описаному раніш, застосовується розкладання в ряди Фур'є за координатою z та інтегральне перетворення Лапласа за часом.

Після здійснення операції інверсії у просторі оригіналів для величин $u_{rn}(r, t)$, $u_{zn}(r, t)$ здобуті співвідношення, які мають чотири невідомих функції $c_{ni}(t)$ ($i=1, 4$). Ці функції визначаються при вирішенні системи інтегральних рівнянь Вольтерра, яка виходить із граничних умов на циліндричних поверхнях. Чисельна схема вирішення аналогічна описаній у другому розділі.

Результати теоретичного аналізу нестационарного деформування товстостінних циліндрів скінченних розмірів можуть бути використані, наприклад, при моделюванні технологічних процесів формоутворення тонкостінних деталей з використанням імпульсних джерел енергії. В п. 3.5 наведено опис такого практичного застосування для технології вибухового штампування.

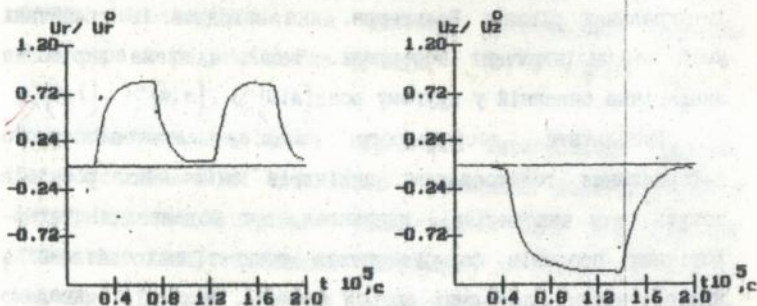
На підставі чисельного аналізу проведено дослідження закономірностей деформованого стану круглоциліндричної матриці при різних варіантах завдання нестационарних переміщень на граничних циліндричних поверхнях. Наведений графічний матеріал описує хвильову картину деформації в матриці, у тому числі і утворення відбитих хвиль, характеризує змінювання переміщень залежно від довжини циліндра. Розглядаються випадки складних деформаційних полів

як результат накладення прямих та відбитих хвиль.

Для прикладу, мал. 1 характеризує безрозмірні радіальні та осеві переміщення залежно від часу на інтервалі, який відповідає чотирьом пробігам хвиль деформацій уздовж товщини порожнистого циліндра. Передбачається, що на зовнішній поверхні циліндра переміщення відсутні, а на внутрішній — змінюються по закону:

$$u_r(R_0, z, t) = u_r^0 (1 - e^{-\alpha t}) \sin \lambda_1 z,$$

$$u_z(R_0, z, t) = u_z^0 (-1 + e^{-\alpha t}) \cos \lambda_1 z.$$



Мал. 1

З метою оцінки вірогідності способом зіставлення одержаних результатів для вирішення вихідної початково-крайової задачі використовувалась явна різницєва тришарова схема хрест, яка має похибку апроксимації $o(h^2 + \tau^2)$. Похідні, що входять у вихідну систему рівнянь, апроксимувалися відповідними скінченно-різницєвими співвідношеннями. Проведення порівняльної оцінки розв'язків свідчить про добру погодженість результатів.

Вірогідність розв'язків перевірялась також на основі асимптотичного аналізу. Для цього за викладеною методикою вирішувалась задача про нестационарне деформування пружного простору з циліндричною порожниною, а потім для великих значень часу проводилось порівняння поданої задачі з відповідним розв'язком статичної задачі. Чисельний аналіз виявив, що при $t \rightarrow \infty$ криві, які відіквідають нестационарному розв'язку, асимптотично наближуються до значень, що відповідають статичному навантаженню. Це підтверджує вірність нестационарного розв'язку.

Четвертий розділ присвячено побудові математичної моделі, яка описує хвильові процеси імпульсного навантаження у пружному багат шаровому циліндрі, що складається із n вкладених один в одного співвісних шарів, контакт між якими під час деформування не порушується.

Передбачається, що система у початковий момент часу перебувала у спокої. На внутрішню поверхню першого шару та на зовнішню поверхню n -го шару діють нестационарні навантаження нормального та дотичного виду. Жорстке скріплення слів описується відповідними умовами кінематичного та силового характеру. На торцевих поверхнях радіальні переміщення та нормальні напруження відсутні.

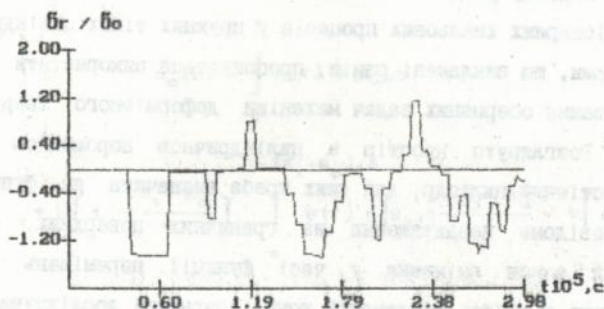
Побудова загального розв'язку задачі здійснюється аналогічно методу, викладеному у розділах 2,3. Для розділення просторових змінних усі функції, які використовуються в описі нестационарно-деформівного процесу, розкладаються в ряди Фур'є по тригонометричних функціях z таким чином, щоб задовільнювались граничні умови на торцях. Потім здійснюється перехід у простір зображень за Лапласом. У просторі

зображень хвильові рівняння зводяться до модифікованих рівнянь Бесселя відносно Δ_i^{nL} , $\omega_{\theta,i}^{nL}$ для i -го шару ($i=1,2,\dots,N$). Їх розв'язки подаються аналогічно (*).

Перехід у простір оригіналів здійснюється на основі співвідношень та основних властивостей перетворення Лапласа. Далі, коефіцієнти розкладань в ряди Фур'є напружень у кожному шарі $\sigma_{r,i}^n$, $\sigma_{\theta,i}^n$, $\sigma_{z,i}^n$, $\sigma_{zr,i}^n$ визначаються завдяки вже відомим співвідношенням для $u_{r,i}^n$, $u_{z,i}^n$ та Δ_i^n , але які все ж таки містять невідомі функції часу $s_{j,i}^n(t)$ ($j=1,4$, $i=1,N$).

Внаслідок задовільнення граничних умов на циліндричних поверхнях та умов контакту, отримані вирази для коефіцієнтів розкладань переміщень та напружень i -го шару перетворюються на систему інтегральних рівнянь Вольтерра, завдяки якій визначаються невідомі функції часу $s_{j,i}^n(t)$. При переході до дискретного часу система вирішується чисельним методом, аналогічним описаному в розділах 2,3. Тобто для кожного кроку часу значення $s_{j,i}^n$ знаходиться за допомогою рекурентних співвідношень при вирішенні лінійної алгебраїчної системи рівнянь. Після цього розрахунок розшукуваних переміщень та напружень уявляється можливим.

Отримано та проаналізовано чисельні результати, які відображують специфіку напруженого стану у двошаровому циліндрі для різних варіантів його компоновки у припущенні, що на внутрішню поверхню i -го шару діє навантаження у вигляді $p(t) = \sigma_0 n(t)$, а зовнішня поверхня другого шару вільна від навантаження. Так, для прикладу, мал. 2 ілюструє безрозмірні радіальні σ_r напруження, що виникають в одному з шарів двошарового циліндра.



Мал. 2

Наведений графічний матеріал відображує хвильову картину зміни напруження у шарі і відповідає п'яти пробігам хвиль деформацій уздовж його товщини. Стрибки в значеннях напружень у складовому циліндрі обумовлені накладанням прямих та відбитих хвиль деформацій, які розповсюджуються від чотирьох відбиваючих поверхонь.

Оцінка вірогідності одержаних результатів проводилась на основі вирішення модельної задачі. Тобто, здійснивши граничний перебіг (коли товщина першого шару прямує до нуля та товщина другого шару прямує до нескінченності, або навпаки) в одержаних співвідношеннях для напружень було отримано рішення задачі про нестационарне деформування пружного простору з циліндричною порожниною. Для великих значень часу розв'язок цієї модельної задачі повинен наближатися до відповідного статичного розв'язку задачі про нестационарне деформування пружного простору з циліндричною порожниною, що виявляється чисельним аналізом.

У п'ятому розділі методи моделювання та дослідження нестационарних хвильових процесів у пружних тілах циліндричної форми, що викладені раніш, пропонується використати для розв'язання обернених задач механіки деформівного твердого тіла. Розглянуто простір з циліндричною порожниною та товстостінний циліндр, для яких треба визначити як функцію часу невідоме навантаження на граничних поверхнях, якщо відомий закон змінення у часі функції переміщень або напружень в якійсь фіксованій точці усередині досліджуваного тіла.

Приймається, що досліджуване тіло знаходиться в умовах плоскої осесиметричної деформації. Рух його точок описується диференціальним рівнянням у циліндричній системі координат. Точний розв'язок цього рівняння з урахуванням нульових початкових умов записується у просторі зображень за Лапласом. Після здійснення операції інверсії виходять розв'язки типу Даламбера, які містять невідомі функції часу $A(t)$, $B(t)$.

Нехай r_0 , r_1 - внутрішній та зовнішній радіуси граничних поверхонь товстостінного циліндра, $r=r_0$ ($r_0 < r_1 < r_2$) - точка спостереження, в якій фіксується задана інформація, наприклад функція радіального переміщення $u(r_0, t)$. Тоді, з урахуванням того, що функція повинна відповідати побудованому розв'язку, одержуємо інтегральні рівняння Вольтерра для визначення невідомих функцій часу $A(t)$, $B(t)$. Таким чином, на граничній поверхні $r=r_0$, у випадку розглядання товстостінного циліндра, функція переміщень $u_0(t)$ і функція радіальних напружень $\sigma_r^0(t)$ визначаються із співвідношень такого типу:

$$u_0(t) = \int_0^t A(\tau) f(R_0, t - \tau) d\tau + \\ + H\left(t - \frac{R_1 - R_0}{a}\right) \int_0^{t - (R_1 - R_0)/a} B(\tau) q\left(R_0, t - \frac{R_1 - R_0}{a} - \tau\right) d\tau ;$$

$$\sigma_r^0(t) = \int_0^t A(\tau) f_{\sigma}(R_0, t - \tau) d\tau + \\ + H\left(t - \frac{R_1 - R_0}{a}\right) \int_0^{t - (R_1 - R_0)/a} B(\tau) q_{\sigma}\left(R_0, t - \frac{R_1 - R_0}{a} - \tau\right) d\tau ,$$

де $A(t)$, $B(t)$ - знайдені функції часу, а f , q , f_{σ} , q_{σ} - відомі функції, визначені на етапі розв'язання прямої задачі.

Методика побудови розв'язку у випадку задання у точці спостереження радіального або колового напруження аналогічна.

У заключній частині сформульовано основні результати дисертації.

ВИСНОВКИ

1. Розроблено математичні моделі та на їх основі знайдено розв'язки прямих та обернених задач імпульсного деформування пружних товстостінних тіл циліндричної форми.

2. Розроблено ефективний чисельно-аналітичний метод дослідження хвильових процесів в одношарових і багатшарових

циліндричних тілах, які перебувають в умовах імпульсного навантаження.

3. На основі запропонованих алгоритмів створено програмне забезпечення, яке дозволяє з високою точністю проводити обчислювальний експеримент по дослідженню кінематичних і силових полів у циліндричних тілах.

4. При реалізації математичних моделей, які визначають динаміку полів, досліджено фізичні закономірності напружено-деформованого стану циліндричних тіл, які використовуються при вирішенні різних прикладних проблем.

5. Розв'язано такі задачі нестационарної теорії пружності:

- про імпульсне деформування суцільного циліндра скінченної довжини;

- про визначення параметрів деформації, які характеризують перехідні процеси в порожнистому циліндрі скінченної довжини у випадку задання на його бокових поверхнях граничних переміщень;

- про деформування багат шарового циліндра в припущенні, що контакт поміж шарами за весь час деформування не порушується;

- обернена задача визначення переміщень і напружень на граничній поверхні у випадку деформування пружного простору з циліндричною порожниною та у випадку порожнистого циліндра.

Праці, які опубліковані за темою дисертації

І. Янютин Е.Г., Светличная С.Д., Дзюбак Л.П., Чашницкая О.Н.

Численно-аналитический метод решения задач импульсного деформирования упругих тел // Импульсные процессы в

- механике сплошных сред: Тез. докл. I науч. шк., Николаев, 1994 г.- Николаев, 1994. - С. 61.
2. Дзюбак Л.П. Импульсное деформирование цилиндрических тел конечной длины// Методы оптимизации технических и информационных систем. - Киев: Ин-т кибернетики НАН Украины, 1995. - С. 45-50.
 3. Янютин Е.Г., Дзюбак Л.П. Импульсное осесимметричное деформирование многослойного упругого цилиндра конечной длины/ Ин-т пробл. машиностроения НАН Украины.-Харьков, 1995.-16 с.-Деп. в ВИНТИ 28.03.95, № 841-В95.
 4. Янютин Е.Г., Дзюбак Л.П. Численно-аналитический метод решения нестационарных задач теории упругости// Мат. модели и числ. методы механики сплошных сред: Тез. докл. междунар. науч. конф., Новосибирск, 26 мая - 2 июня 1996 г.- Новосибирск, 1996.- С. 541-542.

Summary

Dzyubak L.P. Mathematical modelling and research methods of the non-stationary deforming of elastic bodies of cylindrical shape.

The thesis is a manuscript which is presented for the degree of candidate of science in physics and mathematics in specialities 01.05.02 - mathematical modelling and numerical methods in scientific researches and 01.02.04 - mechanics of deformed solid. Institute for Problems in Machinery of the National Ukrainian Academy of Sciences, Kharkov, 1996.

The numerical-analytic method of the solution of the non-stationary problems of an elastic theory for finite sizes cylindrical bodies is developed. The method is based

on a reducing of the problems to a systems' analyse of Volterr's integral equations following from an exact satisfaction to boundary conditions on a cylindrical surface of the researched bodies.

Аннотация

Дзюбак Л.П. Математическое моделирование и способы исследования нестационарного деформирования упругих тел цилиндрической формы.

Диссертация является рукописью, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальностям 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях и 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела. Ин-т проблем машиностроения НАН Украины, Харьков, 1996.

Развивается численно-аналитический метод построения решения нестационарных задач теории упругости для цилиндрических тел конечных размеров. Метод основан на сведении задач к анализу систем интегральных уравнений Вольтерра, вытекающих из точного удовлетворения граничным условиям на цилиндрических поверхностях исследуемых тел.

Ключові слова: математичне моделювання, нестационарні процеси деформування, пружність, тіло циліндричної форми, прямі та обернені задачі.

Відповідальний за випуск канд. фіз.-мат. наук О.В.Карташов

Підписано до друку 15.11.96. Формат 60x90 1/16.

Ум. друк. арк. 1.00. Папір друк. № 1.

Обл.-друк.арк. 0.96. Тираж 100 пр. Зам. № 2/2

Ротапринт Інституту проблем машинобудування НАН України,
310046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського, 2/10.

439185

AB 36.435