НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

КОМАШИНСЬКА Ірина Володимирівна

ЗАСТОСУВАННЯ АСИМПТОТИЧНИХ МЕТОДІВ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ КВАЗІХВИЛЬОВИХ РІВНЯНЬ З НЕЛІНІЙНИМ ТЕРТЯМ

01.01.02 — диференціальні рівняння

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ • 1996

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано у відділі [illegible]
них коливань Інституту [illegible]

Науковий керівник	кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник **КОЛОМІЄЦЬ В.Г.**
Офіційні опоненти:	доктор фізико-математичних наук, професор ХОМА Г.П., кандидат фізико-математичних наук, доцент ГАЄВА К.А.
Провідна установа:	Чернівецький державний університет ім. Ю. Федьковича

Захист відбудеться «14» січня 1997 р. о 15^{00} год. на засіданні спеціалізованої ради Д.01.66.02 при Інституті математики НАН України за адресою:
252601 Київ-4, ГСП, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці інституту.

Автореферат розіслано «12» грудня 1996 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради ЛУЧКА А.Ю.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Дослідження нелінійних коливних процесів має велике значення в різних галузях механіки, фізики та техніки. Ефективним математичним апаратом дослідження нелінійних коливань є асимптотичні методи, розроблені і обгрунтовані в роботах М.М. Крилова, М.М. Боголюбова і Ю.О. Митропольського та їх учнів, а також інших авторів.

Асимптотичні методи нелінійної механіки застосовуються як до дослідження нелінійних коливних систем із скінченною кількістю ступенів вільності, так і до дослідження нелінійних коливних систем з розподіленими параметрами, тобто до дослідження нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними.

В першому випадку методи розроблені достатньо повно і викладені в багатьох фундаментальних монографіях.

На ефективність застосування асимптотичних методів нелінійної механіки до розгляду коливних явищ в системах з розподіленими параметрами вперше звернули увагу М.М. Крилов і М.М. Боголюбов. В роботах Ю.О. Митропольського, Б.І.Мосєєнкова, Г.П. Хоми та інших авторів вперше систематично і строго викладено застосування асимптотичних методів до дослідження коливних процесів в нелінійних системах з розподіленими параметрами.

Насьогодні велику кількість досліджень присвячено вивченню нелінійних хвильових рівнянь з частинними похідними з малим параметром. В більшості випадків розглядаються мішані задачі, описані квазіхвильовими рівняннями, початковими умовами і лінійними однорідними крайовими умовами. Однак виникає необхідність розгляду крайових задач з врахуванням додаткових факторів, які спричиняють нелінійність в крайових умовах. Крім того, відомо, що при дослідженні коливних систем сили тертя (дисипативні сили) суттєво впливають на коливний процес, внаслідок чого коливання з часом згасають. Але й до цього часу вплив тертя досліджений недостатньо.

Звідси випливає актуальність вивчення мішаних задач, описаних квазіхвильовими диференціальними рівняннями з нелінійним тертям, початковими умовами та нелінійними крайовими умовами. Ці та деякі інші питання і розглянуто в дисертаційній роботі.

Мета роботи — розвиток асимптотичних методів Крилова–Боголюбова–Митропольського для побудови наближених розв'язків мішаної задачі для квазіхвильових рівнянь з нелінійним тертям та їх математичне обгрунтування.

Методи досліджень. В дисертаційній роботі використовуються асимптотичні методи Крилова–Боголюбова–Митропольського, одночастотний метод нелінійної механіки, методи теорії диференціальних рівнянь та рівнянь математичної фізики.

Наукова новизна дисертації полягає в:

- побудові і дослідженні асимптотичних наближень розв'язків автономної мішаної задачі для квазіхвильового рівняння з нелінійним тертям;
- побудові і дослідженні асимптотичних наближень розв'язків задач, описаних квазіхвильовим рівнянням з нелінійним тертям та нелінійними крайовими умовами неавтономного типу; розглянуто резонансний та нерезонансний випадки;
- знаходженні умов існування і єдиності розв'язку мішаної задачі, описаної квазіхвильовим рівнянням з нелінійним тертям, початковими і нелінійними крайовими умовами;
- дослідженні асимптотичного характеру наближених розв'язків.

Теоретична і практична цінність. Результати, одержані в даній роботі, можна використовувати для розв'язання практичних задач, що виникають при дослідженні коливних процесів. Ефективність застосування розроблених асимптотичних методів математично обгрунтовано.

Апробація роботи. Основні результати цієї роботи доповідалися і обговорювалися:

- на семінарі відділу математичної фізики і теорії нелінійних коливань Інституту математики НАН України (керівник — академік Ю.О. Митропольський);
- на українській конференції "Моделирование и исследование устойчивости систем" (Київ, 15–19 травня 1995 р., 20–24 травня 1996 р.);
- на П'ятій міжнародній конференції, присвяченій пам'яті М. Кравчука (Київ, 16–18 травня 1996 р.);
- на засіданнях математичних шкіл нелінійних коливань (Чернівці, жовтень, 1995 р., Кам'янець-Подільський, жовтень, 1996 р.).

Публікації. За темою дисертаційної роботи опубліковано 7 робіт, список яких наведено в кінці автореферату.

Структура і об'єм роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, трьох розділів і списку літератури, який містить 84 назви. Об'єм роботи становить 103 сторінки машинописного тексту.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обгрунтовується актуальність теми, зроблено огляд літератури за темою дисертації, сформульовано основні результати роботи.

Перший розділ присвячено дослідженню автономної мішаної задачі для квазіхвильового рівняння з нелінійним тертям. На даний клас задач розповсюджуються асимптотичні методи Крилова–Боголюбова–Митропольського.

В § 1 викладаються основні положення одночастотного методу. Це принципово важливо для розуміння наступних параграфів. В системах з розподіленими параметрами при деяких

умовах можуть здійснюватись одночастотні режими коливань в певних формах динамічної рівноваги.

За допомогою одночастотного методу нескладно побудувати деяку двопараметричну сім'ю частинних розв'язків розглядуваної задачі, яка описує коливний процес в будь-якому наближенні. Таким чином, процес побудови асимптотичних наближень зводиться до інтегрування лише двох диференціальних рівнянь першого порядку відносно амплітуди і фази одночастотних коливань. В деяких випадках побудована двопараметрична сім'я має властивість сильної стійкості.

В §2 розглядаються загальні принципи побудови асимптотичних розв'язків мішаної задачі вигляду

$$L^{2n}(u) = \varepsilon f_1\Big(x, u, \frac{\partial^k u}{\partial x^\alpha \partial t^\beta}, \varepsilon\Big), \tag{1}$$

початкові умови

$$u(x,0) = F(x), \qquad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = \Phi(x), \tag{2}$$

крайові умови

$$L^j_{si}(u^{(s)}) = \varepsilon \varphi_{si}\Big(t, u^{(s)}, \frac{\partial^l u^{(s)}}{\partial x^l}, \varepsilon\Big)$$

$$(l \le 2n-1; \quad s = 1,2; \quad i = 1,2,...,n; \quad l \le j), \tag{3}$$

де $u^{(1)} = u|_{x=a}$, $u^{(2)} = u|_{x=b}$, a, b — деякі сталі, $L^{2n}(u)$ — лінійний однорідний диференціальний оператор з частинними похідними відносно u, f_1, φ_{si} — нелінійні функції відносно своїх аргументів.

Згідно з асимптотичним методом нелінійної механіки для рівнянь з частинними похідними і принципом одночастотності розв'язок задачі (1)–(3) шукаємо у вигляді асимптотичного розкладу

$$u(x,t) = aX_1(x)\cos\psi + \varepsilon u_1(x,a,\psi) + \varepsilon^2 u_2(x,a,\psi) + \cdots, \tag{4}$$

де $u_i(x, a, \psi)$ — 2π-періодичні по ψ функції.

Функція $X_1(x)$ — перша фундаментальна функція незбуреної задачі, яку дістанемо з задачі (1)–(3), якщо $\varepsilon = 0$. Відповідно, задачу (1)–(3) будемо називати збуреною.

Величини a і ψ визначаються з системи рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \cdots, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_1 + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \cdots, \end{aligned} \tag{5}$$

де ω_1 — власна частота, що відповідає фундаментальній функції $X_1(x)$.

Таким чином, треба знайти такі вирази для функцій $u_i(x, a, \psi)$, $A_i(a)$, $B_i(a)$ $(i = 1, 2, \ldots)$, щоб розклад (4), в який замість a і ψ будуть підставлені функції часу, визначені з (5), був би розв'язком задачі (1)–(3) з необхідним ступенем точності.

Якщо коефіцієнти розкладів (4), (5) знайдено, то розв'язок задачі (1)–(3) зводиться до інтегрування рівнянь (5) з відокремлюваними змінними.

Однак складність формул для знаходження коефіцієнтів (4), (5) швидко зростає, тому на практиці можуть бути знайдені лише декілька перших членів.

Якщо в розкладі (4) і системі (5) лишити перші m членів, то одержимо наближення m-го порядку. Асимптотичні властивості рядів (4), (5) полягають у тому, що вираз m-го наближення задовольняє рівняння (1) і умови (2), (3) з точністю до ε^{m+1}. Цю точність можна зробити достатньо великою при $\varepsilon \to 0$.

На практиці частіше всього знаходять перше наближення розв'язку

$$u_1(x, t) = aX_1(x) \cos\psi \tag{6}$$

і перше покращене наближення

$$u_{\text{I покр.}} = aX_1(x)\cos\psi + \varepsilon u_1(x,a,\psi). \tag{7}$$

Тут величини a і ψ визначаються з системи рівнянь

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a), \qquad \frac{d\psi}{dt} = \omega_1 + \varepsilon B_1(a). \tag{8}$$

Треба зазначити, що похибки наближених розв'язків (6) і (7) будуть величинами першого порядку малості.

В цьому параграфі наведена схема побудови асимптотичних розв'язків.

В § 3 побудовано і досліджено асимптотичні наближені розв'язки автономної мішаної задачі для квазіхвильового рівняння з нелінійним тертям.

Розглядається рівняння вигляду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - b^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varepsilon f\left(\frac{\partial u}{\partial t}, \varepsilon\right), \tag{9}$$

початкові умови

$$u(x,0) = \varphi(x), \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = \psi(x), \tag{10}$$

крайові умови

$$\left.\left(\frac{\partial u}{\partial x} - hu\right)\right|_{x=0} = \left.\varepsilon\eta_1(u)\right|_{x=0}, \quad \left.\left(\frac{\partial u}{\partial x} + h_1 u\right)\right|_{x=l} = \left.\varepsilon\eta_2(u)\right|_{x=l}, \tag{11}$$

де $\varepsilon > 0$ — малий параметр, $u = u(x,t)$ — шукана функція, b, l, h, h_1 — деякі сталі. Функції $f\left(\frac{\partial u}{\partial t}, \varepsilon\right)$, $\eta_1(u)$, $\eta_2(u)$ нелінійні відносно $\frac{\partial u}{\partial t}$ і u відповідно.

Припустимо, що функції, які входять в праві частини (9)–(11), задовольняють всі необхідні вимоги, які будуть встановлені по ходу роботи і сформульовані далі.

Встановлено, що одночастотні коливання можуть виникнути в системах при певних початкових умовах, а саме:

$$u(x,0) = p_1 X_1(x) + \varepsilon Y(x), \quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0} = q_1 X_1(x) + \varepsilon Z(x), \quad (12)$$

де p_1, q_1 — дійсні числа, $X_1(x)$ — перша фундаментальна функція незбуреної задачі.

Фундаментальні функції незбуреної задачі мають вигляд

$$X_n(x) = \cos \lambda_n x + \frac{h}{\lambda_n} \sin \lambda_n x, \quad (13)$$

де λ_n — характеристичні числа, визначаються з рівняння

$$\operatorname{tg} \lambda l = \frac{(h_1 + h)\lambda}{\lambda^2 - hh_1}. \quad (14)$$

В роботі розроблена методика побудови першого і першого покращеного наближення розв'язків вигляду (6) і (7). Також наведена методика побудови вищих наближень. Знайдено явні вирази для коефіцієнтів (6) і (7), а саме:

$$A_1(a) = -\frac{1}{2b\lambda_1\pi \int\limits_0^l X_1^2(x)\,dx} \int\limits_0^{2\pi} \sin\psi \int\limits_0^l f_0^*(x,a,\psi)\, X_1(x)\, dx\, d\psi,$$

$$(15)$$

$$B_1(a) = -\frac{1}{2b\lambda_1 a\pi \int\limits_0^l X_1^2(x)\,dx} \int\limits_0^{2\pi} \cos\psi \int\limits_0^l f_0^*(x,a,\psi)\, X_1(x)\, dx\, d\psi.$$

$$u_1(x,a,\psi) = w_1(x,a,\psi) + v_1(x,a,\psi). \quad (16)$$

де

$$w_1(x,a,\psi) = \frac{1}{h_1 + h(1+h_1 l)} \times$$

$$\times \Big\{ \big[h_1 \eta_1(aX_1(0)\cos\psi) + h\eta_2(aX_1(l)\cos\psi)\big]\, x +$$

$$+ \big[\eta_2(aX_1(l)\cos\psi) - (1+h_1 l)\,\eta_1(aX_1(0)\cos\psi)\big]\Big\},$$

$$f_0^*(x,a,\psi) = f(-a\omega_1 \sin\psi X_1(x), 0) - b^2 x_1^2 \frac{\partial^2 w_1(x,a,\psi)}{\partial \psi^2},$$

$$v_1(x,a,\psi) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x)\Big[b_n \cos\Big(\frac{\lambda_n}{\lambda_1}\psi + \theta_n\Big) + v_n^{(1)}(a,\psi)\Big].$$

Тут довільні сталі b_n і θ_n відомі, знайдені з початкових умов. Функції $v_n^{(1)}(a,\psi)$ також знайдені, але не наводяться у зв'язку із громіздкістю. Слід зазначити, що в загальному випадку вирази (15), (16) дещо складні. Але для конкретних прикладів приймають простий вигляд.

Так, в § 4 проводиться аналіз окремих випадків квазіхвильових рівнянь з нелінійним тертям. Використовуючи метод, розроблений в § 3, побудовані перші наближення розв'язків мішаних задач, описаних квазіхвильовими рівняннями з лінійним, квадратичним і кулонівським тертям. Одержані результати проаналізовано і порівняно з відомими в літературі фактами.

В другому розділі дисертаційної роботи досліджуються одночастотні коливання в системах, описаних квазіхвильовим рівнянням з нелінійним тертям та нелінійними крайовими умовами неавтономного типу.

Розглянемо квазіхвильове рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \varepsilon f\Big(\nu t, \frac{\partial u}{\partial t}, \varepsilon\Big), \tag{17}$$

це b — стала, $\varepsilon > 0$ — малий параметр, $u(x,t)$ — шукана функція, ν — стала, яка характеризує частоту зовнішньої сили.

Нехай задані квазілінійні крайові умови неавтономного типу

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} - hu\right)\Big|_{x=0} = \varepsilon F(\nu t, u, \varepsilon)\big|_{x=0},$$
$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + h_1 u\right)\Big|_{x=l} = \varepsilon \Phi(\nu t, u, \varepsilon)\big|_{x=l}, \tag{18}$$

де h, h_1, l — деякі числа, f, F, Φ — 2π-періодичні по νt, можуть бути представлені скінченними сумами Фур'є, коефіцієнти яких — цілі раціональні функції відносно аргументів u, $\dfrac{\partial u}{\partial t}$, диференційовні по x і νt відповідно достатню кількість раз.

У випадку неавтономних коливних систем з розподіленими параметрами, які знаходяться під дією періодичних збурених сил, звернуто увагу на дослідження вимушених коливань, описаних відповідними крайовими задачами.

Слід зазначити, що в реальних коливних системах при умовах резонансу підтримуються і розвиваються коливання в певній формі динамічної рівноваги, яка відповідає власній частоті, що знаходиться в резонансі, за рахунок зовнішніх збурюючих сил. Інші форми (нерезонансні) власних частот, що визначаються початковими умовами, в реальних системах будуть згасати за рахунок дисипативних сил. Тому при дослідженні близьких до одночастотного режиму коливань в збурених неавтономних системах, на відміну від збурених автономних систем, початковими миттєвими збуреннями нехтують. Це означає, що у відповідній математичній постановці нехтують початковими умовами у випадку коливань, близьких до одночастотних, в збурених неавтономних системах.

В подальшому при дослідженні коливань системи, описаної (17), (18), будемо розрізняти два випадки: нерезонансний і резонансний, для яких відповідні постановки задач мають свою специфіку.

В § 1 досліджено нерезонансний випадок, як більш простий. Отже, вважаємо, що $\nu \neq \dfrac{p}{q}\,\omega_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$, де p і q — взаємно прості числа, а ω_n — власні частоти.

В цьому випадку будемо розглядати коливну систему, описану рівнянням (17), крайовими умовами (18) і початковими умовами

$$u(x,0) = p_1 X_1(x) + \varepsilon Y(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = q_1 X_1(x) + \varepsilon Z(x). \quad (19)$$

Тут p_1, q_1 — дійсні числа, функція $X_1(x)$ має вигляд (13).

Застосовуючи асимптотичні методи Крилова–Боголюбова–Митропольського, побудуємо наближені розв'язки задачі (17)–(19).

Вплив збурюючої сили виявляється в тому, що в коливаннях можуть з'явитися обертони і гармоніки комбінаційних частот різного порядку малості, тому розв'язок задачі (17)–(19) шукаємо у вигляді

$$u(x,t) = aX_1(x)\cos\psi + \varepsilon u_1(x,a,\psi,\nu t) + \varepsilon^2 u_2(x,a,\psi,\nu t) + \cdots, \quad (20)$$

де $u_i(x,a,\psi,\nu t)$ $(i = 1,2,...)$ — періодичні по змінних ψ і νt з періодом 2π, а величини a і ψ визначаються з системи вигляду (5).

В даному параграфі побудовано перший і перший наближений розв'язок задачі (17)–(20) вигляду (6) і (7) відповідно.

Знайдено вирази для $A_1(a), B_1(a), u_1(x,a,\psi,\nu t)$:

$$A_1(a) = -\frac{1}{4\pi^2\omega_1 \int\limits_0^l X_1^2(x)\,dx} \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{l} f_1^*(x,a,\psi,\nu t)\times$$

$$\times X_1(x)\sin\psi dx\, d\psi d(\nu t),$$

$$B_1(a) = -\frac{1}{4\pi^2\omega_1 a \int\limits_0^l X_1^2(x)\,dx} \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{l} f_1^*(x,a,\psi,\nu t)\times \quad (21)$$

$$\times X_1(x)\cos\psi d\psi dx d(\nu t),$$

$$u_1(x,a,\psi,\nu t) = v_1(x,a,\psi,\nu t) + \omega_1(x,a,\psi,\nu t). \tag{22}$$

Функції f_1^*, v_1, ω_1 відомі, знайдені в дисертаційній роботі.

Після знаходження функцій u_1, A_1, B_1 можна переходити до послідовного визначення вищих наближень.

В нерезонансному випадку вплив зовнішньої збурюючої сили виявляється, тільки починаючи з першого покращеного наближення. Тільки тут в розв'язку можуть з'явитися компоненти з частотами збурюючої сили різної кратності. Амплітуди всіх цих додаткових гармонік будуть порядку малості ε.

Зазначимо, що в нерезонансному випадку неавтономну систему шляхом усереднення за часом можна звести до автономної системи. Потім при розгляді першого наближення використовуються формули, одержані для автономної системи.

В § 2 розглянуто резонансний випадок. Як і раніше, розв'язувалась задача побудови наближених розв'язків задачі (17), (18). Досліджуються одночастотні коливання, близькі до одного з нормальних коливань незбуреної задачі, яку отримаємо з (17), (18) при $\varepsilon = 0$. Треба врахувати, що такі коливання можуть відбуватися при наявності в системі (17), (18) комбінаційного резонансу $\left(\frac{p}{q}\nu \approx \omega_n,\ p \text{ і } q \text{ — взаємно прості числа}\right)$, виникнення якого обумовлюється збурюючими силами в правих частинах (17), (18).

Нехай $\frac{p}{q}\nu \approx \omega_1$. Всі зроблені раніше припущення виконуються. Розв'язок збуреної задачі шукаємо у вигляді (20). Але тепер повна фаза коливань $\psi = (p/q)\,\nu t + \varphi$. Величини a і φ визначаються з системи

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(a,\varphi) + \varepsilon^2 A_2(a,\varphi) + \cdots, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_1 - \frac{p}{q}\nu + \varepsilon B_1(a,\varphi) + \varepsilon^2 B_2(a,\varphi) + \cdots \end{aligned} \tag{23}$$

Функції $A_i(a,\varphi)$, $B_i(a,\varphi)$ $(i = 1, 2, \ldots)$ — 2π-періодичні по φ функції.

Використовуючи викладену в попередньому параграфі методику, знайдено перший і перший покращений розв'язок задачі (17), (18) вигляду (6) і (7) відповідно.

Знайдено вирази для $A_1(a,\varphi)$, $B_1(a,\varphi)$, $u_1(x,a,\psi,\nu t)$:

$$A_1(a,\varphi) = \sum_{\sigma} a_{\sigma}(a)\, e^{i\sigma\varphi}, \qquad B_1(a,\varphi) = \sum_{\sigma} b_{\sigma}(a)\, e^{i\sigma\varphi}, \quad (24)$$

де $a_{\sigma}(a)$, $b_{\sigma}(a)$ — відомі, які визначаються в дисертаційній роботі. Вираз для $u_1(x,a,\psi,\nu t)$ має вигляд (22).

Описана схема побудови вищих наближень. В наступному параграфі викладена методика застосовується до побудови наближених розв'язків, для окремих випадків (17), (18). Проведено аналіз впливу нелінійних характеристик на коливний процес.

III розділ дисертаційної роботи присвячений питанням математичного обгрунтування розробленого асимптотичного методу.

В § 1 викладено допоміжний матеріал, необхідний для розуміння наступних параграфів. При побудові наближених розв'язків мішаної задачі для квазіхвильового рівняння з нелінійним тертям вважалося, що існує точний розв'язок. В § 2 розглянуто питання існування і єдиності розв'язку задачі (9)–(11). Зокрема, доведена теорема.

Теорема. *Нехай виконуються умови:*

1. *Функції* $\varphi(x) \in C^2([0,l])$, $\psi(x) \in C^1([0,l])$.
2. *Функції* $\eta_1(u(0,t))$, $\eta_2(u(l,t))$, $f[u_t,\varepsilon](x,t)$ *визначені для довільної гладкої функції* $u(x,t)$, *неперервні на множині* $\Pi_T = \{0 \le x \le l, \quad 0 \le t \le T\} \times (0,\varepsilon_0)$ *і задовольняють умови*

$$\left|f(u_t^1,\varepsilon) - f(u_t^2,\varepsilon)\right| \le K \max_{(x,t)} |u_t^1 - u_t^2|, \quad (x,t) \in \Pi_T,$$

$$\left|\eta_1(u^1) - \eta_1(u^2)\right| \le K \max_{t} |u^1 - u^2|, \quad x = 0, \quad t \in [0,T],$$

$$\left|\eta_2(u^1) - \eta_2(u^2)\right| \le K \max_t |u^1 - u^2|, \quad x = l, \quad t \in [0,T].$$

Тоді мішана задача (9)–(11) має єдиний гладкий розв'язок в прямокутнику Π_T.

Як відомо, при розробці асимптотичного методу задача побудови асимптотичних розв'язків ділиться на два етапи. На першому етапі розробляється алгоритм знаходження наближених розв'язків, а на другому етапі доводяться асимптотичні властивості m-го наближення розв'язку. Саме ці питання і розглядаються в § 3 дисертаційної роботи. Досліджується асимптотичний характер наближених розв'язків.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

- В дисертаційній роботі асимптотичні методи Крилова–Боголюбова–Митропольського поширено на новий клас диференціальних рівнянь — квазіхвильові диференціальні рівняння з нелінійним тертям.

- Побудовано і досліджено асимптотичні наближення розв'язків автономної мішаної задачі і неавтономної крайової задачі для рівнянь даного типу.

- Досліджено умови існування точного розв'язку мішаної задачі для квазіхвильового рівняння з нелінійним тертям.

- Вказано умови, при яких побудовані наближені розв'язки мають асимптотичний характер.

Основні положення дисертації опубліковані в роботах:

1. *Комашинська І.В.* Дослідження розв'язків квазілінійного диференціального рівняння гіперболічного типу з нелінійним тертям // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: Сб. науч. тр. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1995. — С.119–121.
2. *Комашинська І.В.* Асимптотичні розв'язки квазілінійного диференціального рівняння гіперболічного типу з нелінійним тертям // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр. — Київ: Ін-т математики НАН України, 1996. — Вип.11. — С.105–111.
3. *Комашинська І.В.* Побудова асимптотичних наближень розв'язку квазіхвильового диференціального рівняння з нелінійними крайовими умовами неавтономного типу // Доп. НАН України. — 1996. — №9. — С.14–18.
4. *Коломієць В.Г., Комашинська І.В.* До питання про умови існування і єдиності розв'язку квазілінійної мішаної задачі для квазіхвильового рівняння // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: Сб. науч. тр. — Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1996. — С.142–143.
5. *Коломиец В.Г., Комашинская И.В.* Исследование колебательных процессов в квазилинейных системах гиперболического типа с нелинейным трением // Укр. конф. "Моделирование и исследование устойчивости систем" (Київ, 15–19 трав. 1995 р.): Тез. доп. — К.: Ін-т математики і кібернетики НАН України, 1995. — С.66.
6. *Коломієць В.Г., Комашинська І.В.* Про асимптотичні розв'язки квазіхвильового рівняння з нелінійними крайовими умовами неавтономного типу // Укр. конф. "Моделирование и исследование устойчивости систем" (Київ, 20–24 трав. 1996 р.): Тез. доп. — К.: Ін-т математики і кібернетики НАН України, 1996. — С.70.
7. *Комашинська І.В.* Дослідження нестаціонарних коливань у випадку квазіхвильового рівняння // П'ята міжнар. наук. конф. ім. академіка М. Кравчука (16–18 трав. 1996 р., Київ). — Київ, 1996. — С.197.

Комашинская И.В. Применение асимптотических методов к исследованию решений квазиволновых уравнений с нелинейным трением.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения. Институт математики НАН Украины, Киев, 1997.

Защищается диссертация, посвященная исследованию решений квазиволновых уравнений с нелинейным трением. Построены асимптотические приближения решений автономной смешанной задачи и неавтономной краевой задачи. Установлены условия существования и единственности точного решения рассматриваемой смешанной задачи. Доказана асимптотическая сходимость приближенных решений.

Komashynska I.V. The application of asymptotic methods for investigation of solutions of quasiwave differential equations with the nonlinear friction.

Thesis for a degree of Candidate of a Sciences in Physics and Mathematics, specialization — 01.01.02 — differential equations. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine, Kyiv, 1997.

The thesis dels with the investigation of solutions of quasiwave differential equations with the nonlinear friction. The asymptotic approximation for solutions of autonomous mixed problem are constracted. The condition of existence and uniqueness of solution of mixed problem are obtained.

Ключові слова: квазіхвильове диференціальне рівняння з нелінійним тертям, асимптотичне наближення розв'язків, одночастотний метод, автономна мішана задача, неавтономна крайова задача.

І.Ком-

Кожемякина Н.В. Применение асимптотических методов к исследованию решений квазиволновых уравнений с нелинейным трением.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения. Институт математики НАН Украины, Киев, 1997.

Диссертация посвящена исследованию решений квазиволновых уравнений с нелинейным трением. Построены асимптотические приближения решений автономной смешанной задачи и неавтономной краевой задачи. Установлены условия существования и единственности гладкого решения рассматриваемой смешанной задачи. Доказана асимптотическая сходимость приближенных решений.

Kozhemyakina N.V. The application of asymptotic methods for investigation of solutions of quasiwave differential equations with the nonlinear friction.

Thesis for a degree of Candidate of a Sciences in Physics and Mathematics, specialization — 01.01.02 — differential equations. Institute of Mathematics, NAS of Ukraine, Kyiv, 1997.

The thesis deals with the investigation of solutions of quasiwave differential equations with the nonlinear friction. The asymptotic approximation for solutions of autonomous mixed problem are constructed. The condition of existence and uniqueness of solution of mixed problem are obtained.

Підп. до друку 19.11.96. Формат 60 × 84/16. Папір друк. Офс. друк.
Ум. друк. арк. 1,39. Ум. фарбо-відб. 1,39. Обл.-вид. арк. 0,9.
Тираж 100 пр. Зам. 218. Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики НАН України
252601 Київ-4, МСП, вул. Терещенківська, 3