Харківський державний університет

На правах рукопису

АРШАВА

Олена Олександрівна

ОБЕРНЕННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ ОПЕРАТОРІВ У L^2 МЕТОДОМ КОМУТАЦІЙНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ

(01.01.01 − математичний аналіз)

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Харків − 1996

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському державному університеті.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук

Янцевич Артем Артемович

Офіційні опоненти:

1. Доктор фізико-математичних наук

 Гандель Юрій Володимирович

2. Доктор фізико-математичних наук

 Сахнович Лев Аронович

Провідна організація: Національний технічний університет України (Київський політехнічний інститут, м.Київ)

Захист відбудеться "31" січня 1997 р. о 15 год.15 хв.

на засіданні спеціалізованої вченої ради К 02.02.17 у

Харківському державному університеті

(адреса: 310077, м. Харків, пл. Свободи, 4, ауд. 6-48).

З дисертацією можна ознайомитися в Центральній науковій бібліотеці Харківського державного університету.

Автореферат розісланий "23" грудня 1996 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Кощій О.Ф.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми: Метод операторних тотожностей був вперше застосований В.А.Амбарцумяном при вивченні проблем астрофізики. Потім С.Чандрасекар, В.В.Соболєв, В.В.Іванов застосували комутаційні співвідношення для розв'язку інтегральних рівнянь, які виникають в задачах перенесення випромінювання та розсіяння світла. В цих роботах використовувався тісний зв'язок інтегрального оператора з різницевим ядром та оператором диференціювання, тобто в комутаційному співвідношенні був присутній необмежений оператор, що приводило до істотних труднощів при побудові загальної математичної теорії.

Найбільш важливий внесок до цієї тематики зробив Л.А.Сахнович, який запропонував замість оператора диференціювання використовувати несамоспряжений оператор інтегрування. При цьому Л.А.Сахновичем розглядався клас рівнянь вигляду

$$Sf = \frac{d}{dx}\int_0^{\omega} S(x-t)f(t)dt = \varphi(x),$$

який являється найбільш загальним видом рівнянь в L^2 з різницевим ядром. Це дало можливість Л.А.Сахновичу з єдиної точки зору дослідити різні види рівнянь з різницевим ядром як першого, так і другого роду.

Основна ідея метода операторних тотожностей Л.А.Сахновича полягає в доведенні скінченномірності відповідного комутаційного оператора. В цьому випадку обернений оператор до даного будується за допомогою функцій, які визначають виродженність комутаційного оператора.

В роботах І.І.Кальмушевського, А.Б.Нерсесяна, О.Л.Сахновича, та ін. метод операторних тотожностей був застосований до систем інтегральних рівнянь з різницевим ядром, до суматорних рівнянь з матрицею коефіцієнтів Тьоплиця, двовимірним інтегральним рівнянням, а також до операторів з квазірізницевими ядрами.

Треба зауважити, що вже в роботах Л.А.Сахновича рівняння розглядаємого вигляду грають важливу роль як в теоретичних, так і в застосовних задачах. Важливі конкретні приклади були розглянуті в класичній роботі Л.А.Сахновича[1]. Все це досвідчує про те, що проблема обернення інтегральних операторів методом комутаційних співвідношень є актуальним напрямком в теорії лінійних операторів.

Мета роботи. Вивчення задачі обернення деяких нових класів інтегральних операторів методом операторних тотожностей.

Методи дослідження. Використовуються методи теорії лінійних операторів у гільбертовому просторі та метод операторних тотожностей.

Наукова новизна. В дисертаційній роботі розглянуто нові класи інтегральних операторів, доведена скінченномірність відповідних комутаційних операторних співвідношень та досліджена структура оберненого оператора. Розглянуто питання про скінченномірність узагальнених комутаційних тотожностей. Отримано зв'язок між скінченномірністю узагальнених операторних співвідношень та умовами на ядро інтегрального оператора. Введені поняття узагальнених розв'язків інтегральних рівнянь. Вивчена задача обернення векторних інтегральних операторів на основі операторних тотожностей та на основі узагальнених комутаційних тотожностей. Одержано диференціальні рівняння для ядра оберненого оператора.

Практична та теоретична цінність. Дисертація має теоретичний характер. Її результати можуть знайти застосування при дослідженні конкретних інтегральних операторів, при розв'язку задачі фільтрації та прогнозу нестаціонарних випадкових процесів і сигналів.

Апробація роботи. Результати дисертації доповідались автором на Міжнародному симпозіумі "Методы дискретных особенностей в задачах математической физики" (Харків, 1993 р.), на Міжнародних конференціях, присвячених пам'яті акад. М.П.Кравчука (Київ, 1995, 1996 рр.), на

---

[1] *Сахнович Л.А. Уравнение с разностным ядром на конечном отрезке.//Успехи мат.наук.-1980.-Т.35.Вып.4.-С.69-129.*

Всеукраїнської конференції "Розробка та застосування математичних методів у науково-технічних дослідженнях" ім. проф. П.С.Казімірського (Львів, 1995 р.), на Міжнародній конференції "Краевые задачи, специальные функции и дробное исчисление", присвяченій пам'яті акад. Ф.Д.Гахова (Мінськ, 1996 р.), а також на Всеукраїнському семінарі по математичному моделюванню (Херсон, 1996 р.)

Публікації. За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано 11 наукових праць, список яких подано в кінці автореферету. Роботи [3-9] виконані самостійно.

Структура і об'єм роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох глав, розбитих на параграфи, висновків та списку літератури. Об'єм дисертації – 126 сторінок машинописного тексту. Бібліографія складає 58 найменувань.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі подано короткий огляд теми дисертації, її загальна характеристика та викладено основні результати.

У першій главі вивчається задача обернення скалярного інтегрального оператора в $L^2(o,\omega)$ на основі комутаційного співвідношення $A_o S - SA_o^* = P_n$. Істотну роль в побудові оберненого оператора грає скінченномірність відповідного комутаційного оператора.

В §1.1 доведені:

Теорема 1.2. Для будь-якого обмеженого оператора S вигляду

$$Sf = L_x(\alpha)\int_o^\omega S(x,t)f(t)dt$$

з ядром $S(x,t)$, яке задовольняє диференціальному рівнянню

$$(L_x(\alpha) - L_t(\alpha))S(x,t) = 0, L_x(\alpha) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha\frac{\partial}{\partial x}\ ,\ \alpha = \bar{\alpha} \neq 0$$

має місце співвідношення

$$(A_o S - SA_o^*)f = \int_o^\omega \{M_1(x) + \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}M_2(x) + M_3(t) + \frac{1-e^{-\alpha x}}{\alpha}M_4(t)\}f(t)dt,$$

де

$A_o = L_x^{-1}(\alpha), M_1(x) = S(x,0), M_2(x) = S'(x,0), M_3(t) = -S(0,t), M_4(t) = -S'(0,t)$,

а $f(t) \in L^2(o,\omega)$.

Наслідок 1.1. Якщо оператор S має обмежений обернений T, то

$$(TA_o - A_o^*T)f = \int_o^\infty R(x,t)f(t)dt,$$

де $R(x,t) = \sum_{i=1}^{4} P_i^*(t)Q_i(x)$, крім того, для P_i, Q_i , $(i = \overline{1,4})$,

виконуються співвідношення вигляду

$$S^*P_1 = 1, S^*P_2 = M_3^*(t), S^*P_3 = M_4^*(t), S^*P_4 = \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha},$$

$$SQ_1 = M_1(x), SQ_2 = 1, SQ_3 = \frac{1-e^{-\alpha x}}{\alpha}, SQ_4 = M_2(x).$$

Структура оберненого оператора досліджена в теоремі

Теорема 1.3. Якщо оператор S обмежено разом зі своїм оберненим та існують функції P_i, Q_i , $(i = \overline{1,4})$, які задовольняють співвідношенням, сформульованим у наслідку 1.1., то для оператора $T = S^{-1}$ має місце зображення

$$Tf = L_x(\alpha)\int_o^\infty f(t)L_t(-\alpha)\Phi(x,t)dt,$$

де $\Phi(x,t)$ виражається через ядро оператора $R = TA_o - A_o^*T, f(t) \in L^2(o,\omega)$.

В §1.2. введена множина D узагальнених функцій $f(x)$: $f(x) = \gamma\delta(x) + \beta\delta(\omega - x) + g(x), g(x) \in L^2(o,\omega)$, а $\delta(x)$ — дельта-функція Дірака. Результати §1.1. перенесені на випадок функцій $f(x)$ із D .

В §1.3. як приклад розглянуто розв'язок задачі фільтрації нестаціонарних випадкових процесів, яка приводить до обернення інтегрального оператора Вінера-Хопфа.

В §1.4. результати §1.1. застосовуються до рівняння зі спеціальною правою частиною вигляду $Sf = e^{i\lambda x}$. Одержано явний вигляд розв'язку цього рівняння.

В главі 2 на основі комутаційної тотожності $S - \hat{T}ST = P_n$, яка вперше з'явилась при дослідженні проблеми стійкості руху, вивчається задача обернення оператора $Sf = e^{-(x_1+x_2)} \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \int_o^{\omega_1} \int_o^{\omega_2} S(x,t) e^{-(t_1+t_2)} f(t_1,t_2) dt_2 dt_1,$

коли $S(x,t) = e^{x+t} S(x-t)$, де

$$x = (x_1, x_2), t = (t_1, t_2), x - t = (x_1 - t_1, x_2 - t_2), f(t_1, t_2) \in L^2(U),$$

$U = \{t: 0 \le t_1 \le \omega_1, 0 \le t_2 \le \omega_2\}$ — прямокутник на площині. Структура оберненого оператора досліджена за допомогою двох комутаційних співвідношень: $S - \hat{T}_i S T_i = P_i, i = 1,2$, де

$$T_1 f = f(x_1, x_2) - 2\int_{x_1}^{\omega_1} e^{x_1 - t_1} f(t_1, x_2) dt_1,$$

$$T_2 f = f(x_1, x_2) - 2\int_{x_2}^{\omega_2} e^{x_2 - t_2} f(x_1, t_2) dt_2.$$

В § 2.2 одержано явний вигляд розв'язку рівняння зі спеціальною правою частиною вигляду $SB(x,\lambda) = e^{(1+i\lambda)x}$.

Глава 3 присвячена розгляду узагальнених комутаційних співвідношень

$\tilde{A}S - S\tilde{A}^* = P, \tilde{A}S - SB = P$, де $\tilde{A} = A_o^2, B = A_o$, $S - RST = P, S - RSR^* = P$.

Одержано достатні умови скінченномірності комутаційних операторів та умови на ядро інтегрального оператора:

Теорема 3.1. Достатньою умовою скінченномірності оператора $AS - SA^*$ де

$$Sf = L_x(\alpha) \int_o^{\omega} S(x,t) f(t) dt,$$

$$Af = (L_t^2(\alpha))^{-1} f = \int_o^t (t - \xi) \frac{1 + e^{\alpha(\xi - t)}}{\alpha^2} f(\xi) d\xi + 2\int_o^t \frac{e^{\alpha(\xi - t)} - 1}{\alpha^3} f(\xi) d\xi,$$

є виконування для ядра $S(x,t)$ рівняння $((L_x(\alpha))^2-(L_t(\alpha))^2)S(x,t)=0$,

Наслідок 3.1. Якщо у оператора S існує обернений T, він також обмежений та задовольняє співвідношенню

$$(TA-A^*T)f=\int_0^\omega f(\tau)\sum_{i=1}^{2}Q_i(t)P_i^*(\tau)d\tau,$$

$$\text{де } S^*P_1=M_1^*,S^*P_2=M_2^*,SQ_1=N_1,SQ_2=N_2,$$

$$M_1(\tau)=S'(0,\tau),M_2(\tau)=S(0,\tau),N_1(t)=-\frac{t}{\alpha^2}(1+e^{-\alpha t})+\frac{2}{\alpha^3}(1-e^{-\alpha t}),$$

а

$$N_2(t)=\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha^2}-\frac{t}{\alpha}.$$

Теорема 3.2. Нехай задано оператори A та B, визначені виразами:

$$Af=(L_t^2(\alpha))^{-1}f=\int_0^t(t-\xi)\frac{1+e^{\alpha(\xi-t)}}{\alpha^2}f(\xi)d\xi+2\int_0^t\frac{e^{\alpha(\xi-t)}-1}{\alpha^3}f(\xi)d\xi,$$

$$Bf=(L_t^{-1}(\alpha))f=\int_0^t\frac{1-e^{\alpha(\xi-t)}}{\alpha}f(\xi)d\xi.$$

Тоді для скінченномірності оператора $AS-SB$ достатньо виконування співвідношення $((L_x(\alpha))^2-L(-\alpha))S(x,t)=0$

Наслідок 3.2. Обернений до S оператор T задовольняє співвідношенню

$$(TA-BT)f=\int_0^\omega R(t,\tau)f(\tau)d\tau,\text{ де } R(t,\tau)=\sum_{i=1}^{2}Q_i(t)P_i^*(\tau),$$

$$S^*P_1=M_1^*,S^*P_2=M_2^*,SQ_1=N_1,SQ_2=N_2,$$

$$M_1(\tau)=S'(0,\tau),M_2(\tau)=S(0,\tau),N_1(t)=-\frac{t}{\alpha^2}(1+e^{-\alpha t})+\frac{2}{\alpha^3}(1-e^{-\alpha t}),$$

а

$$N_2(t)=\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha^2}-\frac{t}{\alpha}.$$

Побудовано загальний вигляд оберненого оператора.

В §3.2. аналогічно §1.2. розглянуті узагальнені розв'язки для комутаційних співвідношень $AS-SA^*=P$, $AS-SB=P$.

В §3.3. доведено достатні умови скінченномірності операторів $S-RST, S-RSR^*$, коли оператор S задано формулою

$$Sf=e^{-x}\frac{d}{dx}\int_0^\infty e^{-t}S(x,t)f(t)dt,$$

а оператори R та T мають вигляд:

$$Rf=f(x)-2\int_0^x sh(x-t)f(t)dt,$$

$$Tf=f(x)-2\int_x^\infty e^{x-t}f(t)dt.$$

. Теорема 3.5. Достатньою умовою скінченномірності оператора $S-RST$ є виконування для $\widetilde{S}(x,t)$ рівняння $\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\widetilde{S}(x,t)=0,$

де $S(x,t)=e^{3t+x}\widetilde{S}(x,t).$

Наслідок 3.3. Якщо оператор S має обмежений обернений $Q=S^{-1}$, то

$$(Q-TQR)f=Df=\int_0^\infty f(t)\sum_{i=1}^{2}F_i(x)D_i^*(t)dt,$$

де

$$ST^{-1}F_1=4shx, ST^{-1}F_2=-2shx, T^*S^*D_1^*=\overline{e^{-t}\int_0^t S(0,\xi)d\xi}, T^*S^*D_2^*=\overline{S(0,t)}.$$

Теорема 3.6. Для того, щоб оператор $S-RSR^*$ був скінченномірним, достатньо виконування для ядра $S(x,t)$ рівнянння

$$(L_x(-2)+L_t(-2)-2I)S(x,t)=0,\ \text{де}\ L_x(\alpha)=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\alpha\frac{\partial}{\partial x}.$$

Наслідок 3.4. Для оператора $Q=S^{-1}$, якщо він існує та обмежений, вірно співвідношення

$$(Q-R^*QR)f=\int_0^\infty f(t)\sum_{i=1}^{2}G_i(x)\Pi_i^*(t)dt,$$

$$S(R^*)^{-1}G_1 = -2shx, S(R^*)^{-1}G_2 = -4shx, RS^*\Pi_1^* = \overline{S(0,t)},$$

де
$$RS^*\Pi_2^* = \int_o^t sh(t-\xi)e^{-\xi}S(0,\xi)d\xi.$$

На основі узагальненого операторного співвідношення $P=S-RST$ знайдено загальний вигляд оберненого оператора.

В §3.4. поширено результати О.Л.Сахновича обернення інтегрального оператора

$$Sf = \frac{\partial}{\partial x_k}\frac{\partial}{\partial x_j}\int_U V(x,t)f(t)dt, k=1, j=2; k=2, j=1,$$

де $x=(x_1,x_2), t=(t_1,t_2), V(x,t)\in L^2(U), \forall x\in U,$
$U=\{x:0\le x_1\le \omega_1, 0\le x_2\le \omega_2\}-$ прямокутник на площині, на основі двох операторних тотожностей.

В дисертаційній роботі знайдені зображення для узагальнених операторних співвідношень $P_k=A_kS-SA_k^*, k=1,2$ (формула 3.19), де

$$A_1 f = \int_o^{x_1}(t_1-x_1)f(t_1,x_2)dt_1, A_2 f = \int_o^{x_2}(t_2-x_2)f(x_1,t_2)dt_2,$$

а також для комутаційних співвідношень $A_iS-SB_i=P_i, \quad i=1,2$ (формула 3.21), де

$$A_1 f = \int_o^{x_1}(t_1-x_1)f(t_1,x_2)dt_1, A_2 f = \int_o^{x_2}(t_2-x_2)f(x_1,t_2)dt_2,$$

$$B_1 f = \int_o^{x_1}f(t_1,x_2)dt_1, B_2 f = \int_o^{x_2}f(x_1,t_2)dt_2.$$

Досліджена структура оберненого оператора T та одержана формула для функції $\rho(\lambda,\upsilon)=\int_U (Te^{i\lambda x})e^{-i\upsilon x}dx$, яка грає важливу роль в застосовних проблемах.

У главі 4 розглянуто обернення інтегральних операторів, заданих у просторі $L_m^2(o,\omega)$ вектор-функцій $\vec{f}(x)=\{f_1(x), f_2(x),..., f_m(x)\}$ з нормою

$$\|\vec{f}\|_m = \left(\sum_{k=1}^m \int_o^\infty |f_k(x)|^2 dx\right)^{1/2}, m=2,$$

В §4.1. методом операторних тотожностей Л.А.Саховича побудовано обернений оператор до оператора S : $S\vec{f} = L_x(\alpha)\int\limits_o^{\omega} S(x,t)\vec{f}(t)dt$

де $S(x,t)$ – матриця, елементи якої належать $L^2_{m\times m}(o,\omega)$ та задовольняють диференціальному рівнянню:

$$(L_x(\alpha) - L_t(\alpha))S_{ij}(x,t) = 0, i, j = 1,2, L_x(\alpha) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha\frac{\partial}{\partial x}, \alpha = \overline{\alpha} \neq 0.$$

Основними результатами є наступні:

<u>Теорема 4.1.</u> Для будь-якого обмеженого оператора S, який діє в $L^2_m(o,\omega)$, вірно зображення

$$(A_o S - SA_o^*)\vec{f} = \int\limits_o^{\omega} \{M_1(x) + \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha} M_2(x) + M_3(t) + \frac{1-e^{-\alpha x}}{\alpha} M_4(t)\}\vec{f}(t)dt,$$

де

$$A_o = L_x^{-1}(\alpha), M_1(x) = S(x,0) = (S_{ij}(x,0))^2_{i,j=1}, M_2(x) = S'(x,0) = (S'_{ij}(x,0))^2_{i,j=1},$$
$$M_3(t) = -S(0,t) = -(S_{ij}(0,t))^2_{i,j=1}, M_4(t) = -S'(0,t) = -(S'_{ij}(0,t))^2_{i,j=1},$$

<u>Наслідок 4.1.</u> Якщо оператор S має обмежений обернений T, тоді

$$(TA_o - A_o^* T)\vec{f} = \int\limits_o^{\omega} R(x,t)\vec{f}(t)dt,$$

де $R(x,t) = \sum\limits_{i=1}^{4} P_i^*(t)Q_i(x)$, P_i, Q_i – матриці (2x2) i=1,...4, які задовольняють співвідношенням

$$S^*P_1 = E_m, S^*P_2 = \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}E_m, S^*P_3 = M_3^*(t), S^*P_4 = M_4^*(t),$$
$$SQ_1 = M_1(x), SQ_2 = M_2(x), SQ_3 = E_m, SQ_4 = \frac{1-e^{-\alpha x}}{\alpha}E_m.$$

<u>Теорема 4.2.</u> Якщо оператор S обмежений разом зі своїм оберненим T та існують матриці P_i, Q_i (2x2) (i=1,...4), які задовольняють співвідношенням

$$S^*P_1 = E_m, S^*P_2 = \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha} E_m, S^*P_3 = M_3^*(t), S^*P_4 = M_4^*(t),$$

$$SQ_1 = M_1(x), SQ_2 = M_2(x), SQ_3 = E_m, SQ_4 = \frac{1-e^{-\alpha x}}{\alpha} E_m.$$

Тоді для оператора $T = S^{-1}$ вірно зображення

$$T\vec{f} = L_x(\alpha)\int_o^\omega \vec{f}(t) L_t(-\alpha)\Phi(x,t)dt,$$

де $\vec{f} \in L_m^2(o,\omega)$.

В §4.2. розглянуто векторні узагальнені комутаційні співвідношення. Доведено достатні умови скінченномірності операторів $AS - SA^*$ та $AS - SB$:

<u>Теорема 4.3.</u> Достатньою умовою скінченномірності оператора $AS - SA^*$, коли $A\vec{f} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A_0^2 \vec{f} = \int_o^t \{(t-\xi)\frac{1+e^{\alpha(\xi-t)}}{\alpha^2} + 2\int_o^t \frac{e^{\alpha(\xi-t)}-1}{\alpha^3}\}\vec{f}(\xi)d\xi,$

є виконування для матричних елементів S_{ij} рівнянь, які можуть бути об'єднані в одне: $(L_\tau(\alpha))^2 JS(t,\tau) = (L_t(\alpha))^2 S(t,\tau)J$, де $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

<u>Наслідок 4.2.</u> Якщо у оператора S існує обернений T, він також обмежений та задовольняє співвідношенню

$$(TA - A^*T)\vec{f} = \begin{pmatrix} \langle \vec{f}, \vec{\Pi} \rangle \\ \langle \vec{f}, \vec{R} \rangle \end{pmatrix} \varphi(t) + \begin{pmatrix} \langle \vec{f}, \vec{U} \rangle \\ \langle \vec{f}, \vec{K} \rangle \end{pmatrix} \psi(t),$$

$$S\varphi(t) = -\frac{t}{\alpha^2}(1+e^{-\alpha t}) - \frac{2}{\alpha^3}(e^{-\alpha t}-1), S\psi(t) = \frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha^2} - \frac{t}{\alpha},$$

де $S^*\vec{\Pi} = \vec{M}, S^*\vec{R} = \vec{P}, S^*\vec{U} = \vec{N}, S^*\vec{K} = \vec{Q}$,

$$\vec{M}(\tau) = col(\overline{S'_{21}(0,\tau)}, \overline{S'_{22}(0,\tau)}), \vec{N}(\tau) = col(\overline{S_{21}(0,\tau)}, \overline{S_{22}(0,\tau)}),$$

$$\vec{P}(\tau) = col(\overline{S'_{11}(0,\tau)}, \overline{S'_{12}(0,\tau)}), \vec{Q}(\tau) = col(\overline{S_{11}(0,\tau)}, \overline{S_{12}(0,\tau)}).$$

<u>Теорема 4.4.</u> Для скінченномірності оператора $AS - SB$, де $B\vec{f} = A_o\vec{f}$, достатньо виконування співвідношення: $L_\tau(-\alpha)JS(t,\tau) = (L_t(\alpha))^2 S(t,\tau)$,

де $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

__Основні положення, які винесені на захист__

1. Дослідження структури прямого та оберненого операторів методом операторних тотожностей Л.А.Сахновича для випадку, коли ядро інтегрального оператора задовольняє рівнянню:

$$(L_x(\alpha) - L_t(\alpha))S(x,t) = 0, L_x(\alpha) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial}{\partial x}, \alpha = \bar{\alpha} \neq 0.$$

2. Узагальнені комутаційні співвідношення та дослідження структури ядра інтегрального оператора.

3. Комутаційні співвідношення та узагальнені розв'язки інтегральних рівнянь.

4. Зв'язок між скінченномірністю комутаційного співвідношення та структурою ядра інтегрального оператора.

5. Обернення інтегральних операторів на основі двох узагальнених тотожностей.

Автор висловлює вдячність науковому керівнику доктору фізико-математичних наук, професору Артему Артемовичу Янцевичу за постійну допомогу та увагу при виконанні роботи.

СПИСОК НАУКОВИХ РОБІТ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Аршава Е.А., Янцевич А.А. Обращение интегральных операторов методом комутационных соотношений // Дифференциальные уравнения. - 1996. - Т.32, №10. - С.1-2.

2. Аршава О.О., Янцевич А.А. Застосування операторних комутаційних співвідношень для розв'язання інтегральних рівнянь // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр. - Київ: Ін-т математики НАН України, 1996. - Вип. 12. - С. 259-263.

3. Аршава О.О. Про один засіб розв'язання задачі фільтрації нестаціонарних випадкових процесів // Математическое моделирование: Сб. науч. тр. - Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1996. - С. 34-38.

4. Аршава Е.А. Обращение интегральных операторов методом коммутационных соотношений. / Харьковск. гос. ун-т. - Х., 1993. - 14 с. - Деп. в ГНТБ Украины №1245 - УК 93.

5. Аршава Е.А. Об одном методе обращения интегральных операторов в L_2. / Харьковск. гос. ун-т. - Х., 1995. - 27 с. - Деп. в ГНТБ Украины №1453 - УК 95.

6. Аршава Е.А. Обобщенные коммутационые соотношения в L_2. / Харьковск. гос. ун-т. - Х., 1995. -25 с.- Деп. в ГНТБ Украины №2592-УК 95.

7. Аршава Е.А. Коммутационные соотношения и их приложения к решению интегральных уравнений // Тези Четвертої Міжнародної конф., присв. пам'яті акад. М.П.Кравчука. - Київ, 1995. - С.21

8. Аршава О.О. Про обернення деяких класів інтегральних операторів у L_2 методом комутаційних співвідношень // Тези Всеукраїнської наук. конф. "Розробка та застосування математичних методів в науково-технічних дослідженнях", присв. проф. П.С.Казімірському. - Львів, 1995. - С.14.

9. Аршава О.О. Розв'язок інтегрального рівняння зі спеціальною правою частиною // Тези П'ятої Міжнародної наук. конф. ім. акад. М.Кравчука. - Київ, 1996. - С.15.

10. Аршава Е.А., Янцевич А.А. Обращение некоторых интегральных операторов при помощи операторных тождеств // Тезисы докладов Междунар. конф. “Краевые задачи, специальные функции и дробное исчисление” им. акад. Ф.Д.Гахова. - Минск, 1996. - С.15.

11. Аршава Е.А., Янцевич А.А. Обращение интегральных операторов методом коммутационных соотношений // Тез. докладов VI Междунар. симпозиума “Методы дискретных особенностей в задачах мат. физики”. - М.:ВВИА им. Н.Е.Жуковского, 1996.-Часть2.-С.6-7.

Arshava E.A. The inersing of integral operators in L^2 by commutation relations method. Manuscript. Thesis for a degree of Candidate of Science (Ph.D.) in Phisics and Mathematics, the spesiality 01.01.01 - Mathematics Analysis. Kharkov University. Kharkov. 1996.

The problem of integral operators inversing on the finite interval, whose kernel satisfies to the differential equation in the particular derivatives of a hyperbolic type, is studied by the operator identities method. The generalized commutations relatios are invistigated and the sufficient conditions of the finite-dimensionness of the corresponding commutation operator are obtained.

Аршава Е.А. Обращение интегральных операторов в L^2 методом коммутационных соотношений. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01-математический анализ. Харьковский государственный университет. Харьков. 1996.

Изучена задача обращения интегральных операторов на конечном отрезке с ядром, удовлетворяющим дифференциальному уравнению в частных производных гиперболического типа, методом операторных тождеств. Исследованы обобщенные коммутационные соотношения и получены достаточные условия конечномерности соответствующего коммутационного оператора.

Ключові слова: інтегральні рівняння, узагальнені розв'язки, рівняння Вінера-Хопфа, обернений оператор, узагальнені комутаційні співвідношення, операторні тотожності.

Keywords: integral equations, generalized solutions, Wiener-Hopf equation, inverse operator, generalized commutation relations, operator identities.

Підписано до друку 02.12.96 р.

Формат 60×84 1/16, папір офсетний 70 г/м^2, обсяг 0,66 ум. др. арк.

Зам № 1143, тираж 100 пр.

ООО "Курсор", 310057, м. Харків, пров. Театральний, 11/13, т. 47-71-74

Arshava E.A. The inersing of integral operators in L^2 by commutation relations method. Manuscript. Thesis for a degree of Candidate of Science (Ph.D.) in Phisics and Mathematics, the speciality 01.01.01 - Mathematics Analysis. Kharkov University, Kharkov, 1996.

The problem of integral operators inversing on the finite interval, whose kernel satisfies to the differential equation in the particular derivatives of a hyperbolic type, is studied by the operator identities method. The generalized commutations relation are invistigated and the sufficient conditions of the finite dimensionness of the corresponding commutation operator are obtained.

Аршава Е.А. Обращение интегральных операторов в L^2 методом коммутационных соотношений. Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - математический анализ. Харьковский государственный университет, Харьков, 1996.

Изучена задача обращения интегральных операторов на конечном отрезке с ядром, удовлетворяющим дифференциальному уравнению в частных производных гиперболического типа, методом операторных тождеств. Исследованы обобщенные коммутационные соотношения и получены достаточные условия конечномерности соответствующего коммутационного оператора.

Ключові слова: інтегральні рівняння, узагальнені розв'язки, рівняння Вінера-Хопфа, обернений оператор, узагальнені комутаційні співвідношення, операторні тотожності.

Keywords: integral equations, generalized solutions, Wiener-Hopf equation, inverse operator, generalized commutation relations, operator identities.

Підписано до друку 02.12.96 р.
Формат 60х84 1/16, папір офсетний 70 г/м², обсяг 0,66 ум. др. арк.
Зам № 1143, тираж 100 пр.

ООО "Курсор", 310057, м. Харків, пров. Театральний, 11/13, т. 47-71-74.

Ab 36.545