


На правах рукопису

Самойленко Мирослав Миколайович



**МЕТОДИ СИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ
РІВНЯНЬ У ДВОВИМІРНИХ ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦІЇ**

Спеціальність **01.05.02** – математичне моделювання та
обчислювальні методи в наукових дослідженнях

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико–математичних наук

AB 36.847

Дисертація є рукописом.

Робота виконана на кафедрі математики Харківського державного університету

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00761108 (N)

Науковий керівник: д-р фіз.-мат. наук, професор
ГАНДЕЛЬ Юрій Володимирович.

Офіційні опоненти: д-р фіз.-мат. наук, професор
ЛІФАНОВ Іван Кузьмич;
д-р фіз.-мат. наук, професор
НОСИЧ Олександр Йосипович.

Провідна установа: Інститут проблем машинобудування
НАН України.

Захист відбудеться "14" лютого 1997 року о "15" годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д02.02.03 у Харківському державному університеті за адресою: 310077, м.Харків, пл. Свободи, 4, ауд. VI-48.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Харківського державного університету.

Автореферат розіслано "08" січня 1997 року.

Учений секретар спеціалізованої ради канд. фіз.-мат. наук, доцент

Ермаков В.Г.

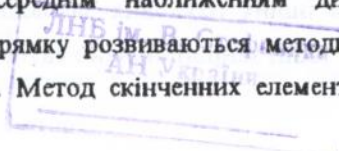
Загальна характеристика роботи

Актуальність теми та ступінь дослідженості тематики дисертації

Побудові та дослідженню математичних моделей двовимірних задач дифракції присвячено багато досліджень. Перші роботи в цьому напрямку були зроблені такими видатними науковцями як Релей (1882), Зоммерфельд (1896) та іншими. Але ці задачі залишилися актуальними й до нині. Це підтверджується великою кількістю наукових праць та конференцій, присвячених даній тематиці.

Галузь застосування двовимірних моделей досить широка. Класичною вже стала задача власних коливань круглої або прямокутної мембрани із закріпленням по границі. Задачі звукоізолювання приміщень та стлумування шуму від аеропортів та автомагістралей приводять до двовимірних задач дифракції на прозорих та жорстких стінках. Задачі фокусування електронних пучків та створення штучних діелектриків приводять до дослідження дифракції електромагнітних коливань на двовимірних періодичних ґратках. Особливий інтерес має задача про власні коливання відкритих та екранованих резонаторів, а також про власні хвилі екранованих хвильоводів у резонансному діапазоні. Наведені приклади яскраво демонструють, що двовимірні задачі залишилися актуальними та дають насагу для подальших досліджень, не зважаючи на сторічний термін.

Математичні моделі двовимірних задач дифракції приводять до необхідності вирішення граничної задачі для одного або системи еліптичних рівнянь в обмеженій або необмеженій області. Існуючі методи вирішення таких задач можна поділити на три великих класи. Один напрямок пов'язаний з безпосереднім наближенням диференціальних операторів. В рамках цього напрямку розвиваються методи скінченних різниць та скінченних елементів. Метод скінченних елементів особливо



енергійно розвивається останнім часом у зв'язку із збільшенням потужностей ПЕОМ. Другий напрямок дослідження подібних задач пов'язаний із конструюванням функції Гріна та подальшим розвитком теорії потенціалів. Третій напрямок пов'язаний з розкладанням рішення задачі за системою власних функцій задачі, що приводить до парних інтегро-суматорних рівнянь. Подальший розвиток методів цього напрямку пов'язаний з перетворенням одержаних рівнянь до того чи іншого вигляду, зручного для обчислень.

Дисертаційну роботу виконано в рамках планової теми кафедри математичної фізики та обчислювальної математики Харківського державного університету "Розробка ефективних алгоритмів чисельного розв'язання крайових задач математичної фізики" Шифр теми 4-11, номер державної реєстрації 0187.0000258.

Мета наукового дослідження

Розвиток комп'ютерної промисловості, модифікація та створення нових засобів зв'язку та steth-технологій зумовлюють особливу зацікавленість у розробці нових чисельно-аналітичних методів вирішення задач розповсюдження та дифракції електромагнітних хвиль. Метою роботи є розробка ефективного чисельно-аналітичного методу граничних сингулярних інтегральних рівнянь, який надає змогу перетворювати парні інтегро-суматорні рівняння до одного або декількох сингулярних інтегральних рівнянь на відрізку, а також обґрунтування чисельних методів вирішення одержаних інтегральних рівнянь.

Наукова новизна роботи

Результати дисертації є новими і отримані автором протягом останніх чотирьох років, що підтверджується списком друкованих праць, який наведено наприкінці автореферату. Автору не відомі роботи науковців інших наукових закладів, що вирішують задачі дослідження методом, який запропоновано автором.

Теоретична і практична цінність дослідження

Теоретична цінність роботи полягає:

- в узагальненні методу граничних сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) для вирішення широкого кола періодичних та неперіодичних задач дифракції;
- в доведенні теорем збіжності характеристичних чисел голоморфних оператор-функцій;
- в обґрунтуванні чисельних методів пошуку наближених характеристичних чисел голоморфних оператор-функцій.

Практична цінність. Розроблений метод може бути застосований для вирішення багатьох двовимірних задач дифракції. Розроблені в роботі алгоритми і методи можуть бути використані при побудові систем автоматичного проектування дифракційних ґраток.

До захисту виносяться такі основні результати, одержані в дисертаційній роботі:

- узагальнення методу граничних СІР у випадку перетворення парних інтегро-суматорних рівнянь з різними коефіцієнтами узгодження;
- модифікація методу граничних СІР до вирішення задачі дифракції E - та H - поляризованих хвиль на періодичних ґратках у випадку похилого падіння;
- дослідження задачі дифракції електромагнітних хвиль на неоднорідності, що заповнена діелектриком, який змінює свої характеристики в одному напрямку; виведення підстав поляризації хвиль; асимптотичний аналіз коефіцієнтів одержаних парних суматорних рівнянь;
- обґрунтування застосування методу граничних СІР до вирішення зазначеної вище проблеми;
- застосування методу граничних СІР до задачі пошуку власних частот екранованого резонатора;

- обґрунтування збіжності методу дискретних особливостей та методу Гальоркіна чисельного пошуку характеристичних чисел і оломорфних оператор-функцій.

Декларація особистого внеску. Всі наукові результати, що виносяться до захисту, отримані дисертантом особисто.

Апробація роботи

Результати роботи доповідались на Sommerfeld Workshop (Фройденштадт, 1996), The Third International Congress on Industrial and Applied Mathematics (Гамбург, 1995), Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Львів, 1996), Четвертій Міжнародній науковій конференції ім. академіка Кравчука (Київ, 1995), Міжнародній конференції "Техника и физика электронных систем и устройств" (Суми, 1995), Другій Всеукраїнській конференції молодих вчених (Київ, 1995), та інших, а також на семінарах Харківського державного університету.

Публікації. На тему дисертації опубліковано 13 наукових робіт. Серед них чотири статті та дев'ять тез доповідей.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох глав, висновків, 19 малюнків, викладених на 102 сторінках друкованого тексту, списку літератури (77 найменувань) та 5 додатків.

Зміст роботи

У вступі обґрунтовано актуальність проблеми, сформульовані мета та завдання роботи, наведено основні напрямки дослідження, що виносяться на захист.

У першій главі наведено огляд методів дослідження двовимірних задач дифракції електромагнітних хвиль та результатів, одержаних цими методами. Наведено необхідні поняття з теорії сингулярних інтегральних

операторів та квадратурні формули чисельного вирішення сингулярних інтегральних рівнянь.

Також викладено узагальнення методу граничних СІР до розв'язування парних інтегральних рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} C^+(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha &= \xi_j \int_{-\infty}^{\infty} C^-(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha, & x \in L, \\ f_j(x) - \int_{-\infty}^{\infty} \kappa C^+(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha &= \eta_j \int_{-\infty}^{\infty} \kappa C^-(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha, & x \in L, \\ \int_{-\infty}^{\infty} C^+(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha &= \int_{-\infty}^{\infty} C^-(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha = 0, & x \in R \setminus L, \end{aligned}$$

де $L = \bigcup_{j=1}^n (a_j, b_j)$, $-\infty < a_j < b_j < a_{j+1} < \infty$, $\xi_j \neq 0$, $\eta_j \neq 0$, $\xi_j / \eta_j \neq -1$; $C^\pm(\alpha)$ – невідомі коефіцієнти, які виникають, наприклад, в задачах дифракції на прозорих стінках. До теперішнього часу метод було розроблено лише для випадку $\xi_j = 1$, $\eta_j = 1$.

Наведено результати чисельного експерименту.

Друга глава присвячена дослідженню задачі дифракції електромагнітних хвиль на гребінці у випадку похилого падіння.

Пошук рішення рівняння Гельмгольца у відповідній області у вигляді рядів за власними функціями приводить до необхідності вирішення такого парного суматорного рівняння у випадку E -поляризації:

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p e^{i\alpha_p x} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{\pi n}{b} x, \quad x \in (0, b); \quad (1)$$

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p e^{i\alpha_p x} = 0, \quad x \in (b, c); \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 2\sigma\beta_0 e^{i\alpha_0 x} - \sum_{p=-\infty}^{\infty} \beta_p A_p e^{i\alpha_p x} = \\ \sum_{n=1}^{\infty} B_n \gamma_n \operatorname{cth}[\gamma_n h] \sin \frac{\pi n}{b} x, \quad x \in (0, b), \quad (3) \end{aligned}$$

де $0 < b < c$, c – період гребінки, $\alpha_p = \frac{2\pi}{c}p + \alpha_0$, $\beta_p^2 = \alpha_p^2 - k^2$, $\gamma_n^2 = \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 - k^2$. A_p – невідомі коефіцієнти Релея поля над гребінкою, B_n – невідомі коефіцієнти Фур'є поля в каналах.

За основною ідеєю методу граничних СІР була введена функція

$$U(x) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} i\alpha_p A_p e^{i\alpha_p x}$$

Ця функція відіграє ключову роль у подальшому розвитку методу граничних СІР. За допомогою спектральних властивостей сингулярних інтегральних операторів з ядрами Коші або Гільберта, вона дозволяє вичленили зростаючу компоненту ряду (3) та замінити його сингулярним інтегральним рівнянням на відрізку $(0, b)$ з додатковою умовою у вигляді

$$\int_0^b U(x) dx = 0$$

Для застосування методу граничних СІР у цьому випадку треба змінити ядро сингулярного інтегрального оператора, щоб воно відбивало зсув фази в множниках $\exp(i\alpha_p x)$ на α_0 . Таким чином парне суматорне рівняння (1)–(3) зведено до СІР:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{u(x)}{x - x_0} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 K(x, x_0) u(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = f(x_0),$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 D(x) u(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0,$$

де ядро $K(x, x_0)$ є Гьольдеровою функцією на $(-1, 1) \times (-1, 1)$ та може бути представлено у вигляді ряду, $f(x_0)$ – гладка функція, $D(x) \equiv 1$. У випадку H -поляризації ми приходимо до такого ж рівняння, де функція $D(x)$ має логарифмічну особливість у точці $x = -1$.

У додатку до цієї глави наведено результати чисельного експеримен-

ту, в якому проведена порівняльна характеристика методу граничних СІР та модального методу. Експеримент показав високу стабільність та збіжність методу граничних СІР.

Третя глава присвячена дослідженню задачі дифракції електромагнітних (ЕМ) коливань на неоднорідності, що заповнена діелектриком, який змінює свої характеристики в одному напрямку.

Дослідження математичної моделі виявило, що поляризація ЕМ хвиль виникає лише у випадку, коли добуток електричної та магнітної проникностей є неперервною функцією там, де вона визначена. Як і в попередній главі, якщо шукати рішення у вигляді рядів за власними функціями, це приводить до парного інтегро-суматорного рівняння у випадку E -поляризації:

$$\int_{-\infty}^{\infty} C(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{\pi n}{l} x, \quad x \in (0, l), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} -2i\beta_0 e^{i\alpha_0 x} - \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\alpha) C(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha = \\ = \frac{q^+ \varepsilon^-}{q^- \varepsilon^+} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{u_n'(0)}{u_n(0)} \sin \frac{\pi n}{l} x, \quad x \in (0, l), \quad (5) \end{aligned}$$

де $C(\alpha)$ і C_n – невідомі коефіцієнти Фур'є. Функції $u_n(y)$ є розв'язками диференційного рівняння другого порядку. Функція $v_n(y)$, що визначається із відношення $u_n(y) = (l/\pi n)^2 v_n(y) u_n'(y)$, є розв'язком рівняння Ріккати

$$v_n'(y) - \xi(y) v_n(y) + \eta(y) v_n^2(y) = \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2, \quad (6)$$

$$v_n(-h) = 0,$$

де $\xi(y) = \varepsilon'(y)/\varepsilon(y) - q'(y)/q(y)$, $\eta(y) = 1 + q(y)(l/\pi n)^2$. Випадок H -поляризації приводить до подібного рівняння.

Теорема 3.3 Для будь-якого $a > 0$, починаючи з деякого номера n , розв'язок задачі (6) існує і є обмеженим на інтервалі $(0, a)$.

Теорема 3.4 *Рішення задачі (6) для великих n має оцінку*

$$v_n(y) = \frac{\pi n}{l} + O\left(\frac{1}{n}\right).$$

Ці теореми обґрунтовують можливість застосування методу граничних СІР для вирішення задачі дифракції електромагнітних хвиль в неоднорідних середовищах.

Четверта глава присвячена дослідженню математичної моделі задачі пошуку власних частот скранованого резонатора із складною геометрією в перерізі.

У главі детально розглянута задача пошуку власних частот скранованого прямокутного резонатора із щілиною. Доведено, що ця задача приводить до одного сингулярного рівняння. Розглянута також задача пошуку власних коливань прямокутного скранованого хвильовода із щілиною, коли середовище над і під щілиною заповнено різними діелектриками. В цьому випадку поляризація не має місця. Доведено, що методом граничних СІР ця задача зводиться до двох сингулярних інтегральних рівнянь на щілині.

Розглянуті задачі приводять до необхідності пошуку характеристичних чисел операторнозначних функцій. Тобто необхідно знайти такі комплексні числа λ_n в деякій області G , в якій операторнозначна функція $A(\lambda)$ голоморфна, що $A(\lambda_n)\phi_n = 0$ і $\|\phi_n\| = 1$.

Нехай $A(\lambda) = L + K(\lambda)$, де L – обернений оператор, $K(\lambda)$ – голоморфна в G операторнозначна функція, значеннями якої є компактні оператори. Нехай також $\{K_n(\lambda)\}_1^\infty$ є послідовність голоморфних оператор-функцій, що збігається до $K(\lambda)$ за нормою рівномірно на всякому компактi із G .

Теорема 4.3 *В малій околиці будь-якого характеристичного числа*

λ_0 оператор-функції $A(\lambda)$, починаючи з деякого номера n , знаходиться стільки характеристичних чисел оператор-функції $A_n(\lambda) = L + K_n(\lambda)$, що їх підсумкова нульова кратність дорівнює нульовій кратності λ .

Теорема 4.4 За умов попередньої теореми будь-яка послідовність характеристичних чисел оператор-функцій $A_n(\lambda)$, що має границю в області G , збігається до характеристичного числа оператор-функції $A(\lambda)$.

Нехай оператор L діє в парі спаравельних гільбертових просторів $(H^{(1)}, H^{(2)})$. Нехай існують дві послідовності вкладених підпросторів

$\{H_n^{(1)}\}_1^\infty, \{H_n^{(2)}\}_1^\infty$ таких, що

$$H_n^{(i)} \subset H_{n+1}^{(i)} \subset H^{(i)},$$

$$\forall x \in H^{(i)} \forall \varepsilon > 0 \exists N^{(i)} \in \mathbb{N} \forall n \geq N^{(i)}: \|x - P_n^{(i)}x\| < \varepsilon, \quad i = 1, 2,$$

$$\dim H_n^{(1)} = \dim H_n^{(2)} < \infty,$$

де $P_n^{(i)}$ – ортогональні проєктори просторів $H^{(i)}$ на $H_n^{(i)}$, і оператор L є непервно оберненим у кожній парі підпросторів $(H_n^{(1)}, H_n^{(2)})$. Нехай наближена оператор-функція має вигляд

$$A_n(\lambda) = L + P_n^{(2)}K(\lambda)P_n^{(1)} = L + K_n(\lambda)$$

Теорема 4.5 Існує границя

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|K(\lambda) - K_n(\lambda)\| = \alpha(\lambda) \equiv 0, \quad \lambda \in G.$$

Теорема 4.4 надає поштовх до побудови різних чисельних методів пошуку характеристичних чисел. За допомогою теореми 4.4 та теореми 4.5 обґрунтовано методи Гальоркіна та дискретних особливостей чисельного пошуку наближених характеристичних чисел, коли оператор L є оператором сингулярного інтегрування, і $K(\lambda)$ для кожного λ є інтегральним оператором з ядром із класу Гьольдера.

У додатках наведено результати чисельних експериментів, які демонструють поведінку запропонованого чисельно-аналітичного методу при розрахунках задач, що розв'язані в дисертаційній роботі. Також запропоновано вирішення задачі пошуку власних частот відкритого прямокутного резонатора із щільною.

Основні результати та висновки

- Запропоновано узагальнення методу граничних СІР у випадку перетворення парних інтегро-суматорних рівнянь з різними коефіцієнтами узгодження.
- Проведено чисельний аналіз задачі дифракції електромагнітних хвиль на прозорих рефлекторах.
- Запропоновано модифікацію методу граничних СІР для вирішення задачі дифракції E - та H - поляризованих хвиль на періодичних ґратках у випадку похилого падіння.
- Проведено чисельне порівняння методу граничних СІР із модальним методом для вирішення задачі дифракції E -поляризованих хвиль на періодичних ґратках.
- Досліджено задачу дифракції електромагнітних хвиль на неоднорідності, що заповнена діелектриком, який змінює свої характеристики в одному напрямку, одержані підстави поляризації хвиль.
- Проведено асимптотичний аналіз коефіцієнтів парних суматорних рівнянь, що виникають в задачах дифракції в неоднорідних середовищах, та обґрунтовано застосування методу граничних СІР для вирішення зазначеної проблеми.
- Проведено застосування методу граничних СІР для задачі пошуку власних частот екранованого резонатора, а також обґрунтування збіжності методу дискретних особливостей та методу Гальоркіна, їх чисельного пошуку.
- Запропоновано застосування методу граничних СІР до задачі пошуку

власних хвиль екранованого хвильоводу.

- Проведено чисельний експеримент пошуку власних частот відкритого резонатора.

Основні праці з теми дисертації

1. *Samoilenko M.N.* On Approximation of Characteristic Values of Meromorphic Operator-Valued Functions // Numerical Methods and Error-Bounds, Ed. G.Alfeld, J.Herzbergerr, Akademie Verlag, 1996. P. 211-216.
2. *Самойленко М.Н.* Дифракция на акустически проницаемых стенках // Интегральні перетворення та їх застосування до крайових задач: Зб. наук. пр. – Київ: Ін-т математики НАН України, 1995. – Вип. 10. – С.225-229.
3. *Самойленко М.Н.* Метод сингулярных интегральных уравнений в неоднородных колебательных системах // Интегральні перетворення та їх застосування до крайових задач : Зб. наук. пр. – Київ: Ін-т математики НАН України, 1995. – Вип. 8. – С. 172–177.
4. *Samoilenko M.N.* Method Of Boundary SIE In 2D Problems Of Diffraction In Inhomogeneous Media // Красвые задачи, специальные функции и дробное исчисление. Труды Международной конференции / под редакцией А.А.Килбаса. Минск, 1996. С. 351-356.
5. *Самойленко М.Н., Гавриляко О.В.* Математическая модель задачи дифракции ЭМ волн на антенне с диэлектрическими отражателями // Праці Другої Всеукраїнської конференції молодих вчених. Київ – 1995.– Математика. Ч1. - С.112-119 (дольова частка - 50%).
6. *Самойленко М.Н.* Численный эксперимент на базе МДО в основной задаче проводников на двугранном угле // Методы дискретных особенностей в задачах математической физики. Тез. докл. VI Международ. симпозиума. Ч.І.-Харьков, - 1993. – С.72.
7. *Самойленко М.Н.* Численный эксперимент в задаче электростатики проводников // Применение персональных компьютеров в научных исследованиях и учебном процессе. Материалы НМК – Харьков, 1994. –

С.47.

8. *Samoilenko M.* On justification of the method of discrete singularities for some problems of electrodynamics // "Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory". Kharkiv, 1994. P. 354–357.
9. *Самойленко М.Н.* Метод граничных сингулярных интегральных уравнений в задаче колебания круглой неоднородной мембраны // Тези доповідей IV Міжнарод. НК ім. академіка Кравчука. Київ, 1995 . – С.215.
10. *Самойленко М.Н.* Метод граничных СИУ в задаче поиска собственных частот открытых резонаторов // НТК Техника и физика электронных систем и устройств. Тез. докл. Сумы, 1995. – С. 380.
11. *Samoilenko M.N., Gandel Y.V.* Singular Integral Equations and Numerical Analysis in Spectral Problems of Transmission Lines with Strips and Slots // The Third International Congress on Industrial and Applied Mathematics. Book of Abstract, 1995. P. 426.
12. *Samoilenko M.N., Gandel Yu.V.* Dual and Singular Integral Equations in Diffraction Problems // Modern Mathematical Methods in Diffraction Theory and Its Application in Engineering, Preprint #1868, ed. E.Meister, September 1996. P. 36.
13. *Samoilenko M.* Method of Boundary SIE in Diffraction by an Array of Strips // Proceedings of the International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. Lviv–1996. P. 139–142.

Анотації

Самойленко М.Н. Методы сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. Диссертация является рукописью на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и численные методы в научных исследованиях. Харьковский государственный университет, Харьков, 1996.

Дисертація посвящена побудові ефективного численно-аналитического метода рішення двимірних задач дифракції електромагнітних волн. Эти задачи сводятся к решению сингулярных інтегральних рівнянь (СИУ) на системі інтервалів. Представлены и обоснованы численные методы решения полученных СИУ. Представлены и доказаны теоремы сходимости характеристических чисел голоморфных операторнозначных функций, которые возникают в спектральных задачах экранированных резонаторов со сложной геометрией сечения.

Samoilenko M.N. Methods of Singular Integral Equations in Two-Dimensional Problems of Diffraction. Dissertation is a manuscript to achieve the Degree of Candidate of Sciences in physics and mathematics on speciality 01.05.02—Mathematical Modeling and Numerical Methods in Scientific Research. Kharkiv State University, Kharkiv, 1996.

The dissertation deals with construction of a numerical and analytical method for solution of two-dimensional problems of diffraction of electromagnetic waves. These problems are being reduced to the problem of solution of a set of singular integral equations (SIE) on a set of intervals. Numerical methods for solution of the obtained SIE are presented and proved. Theorems on convergence of characteristic values of holomorphic operator-valued functions which arise in spectral problems of shielded resonators with cumbersome geometry of the section are presented and proved too.

Ключові слова: математичні моделі, дифракція електромагнітних хвиль, сингулярні інтегральні рівняння, операторнозначні функції.

Підписано до друку 29.12.96. Формат паперу 60 x 84 1/16.
Друк офсетний. Обсяг 1,0 обл.-вид. арк. Зам. №137
Тираж 100 прим. Безкоштовно.

ХДАМГ, 310002, Харків, вул. Революції, 12
Сектор оперативної поліграфії ІОЦ ХДАМГ

