

**ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

**На правах рукопису**

**УДК 536.531**

**Л И С А**

**Ольга Володимирівна**

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕРМОПЕРЕТВОРЮВАЧІВ  
ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В  
ПРИКЛАДНІЙ ТЕРМОМЕТРІЇ**

**05.11.04 — прилади і методи вимірювання  
теплових величин**

**А в т о р е ф е р а т**

**дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук**

**ЛЬВІВ — 1996**



00760442 (N)

Лв 35.646

Робота виконана у Державному університеті "Львівська політехніка"

Науковий керівник - доктор технічних наук,  
професор Стадник Б.І.

Офіційні опоненти -

1. Доктор технічних наук, професор Лях В.І.
2. Доктор фізико-математичних наук, професор Семерак Ф.В.

Провідна організація - Науково-виробниче об'єднання  
"Термоприлад" (м. Львів)

Захист відбудеться " 1 " листопада 1996р. о " 14 " години на засіданні спеціалізованої ради Д 04.06.11 у Державному університеті "Львівська політехніка" (290646, м. Львів-13, вул. С. Бандери, 12, ауд. 225 головного корпусу).

Відгуки по автореферату у двох примірниках, завірені печаткою, просимо надсилати на адресу: 290646, Львів-13, вул. С.Бандери,12, Державний університет "Львівська політехніка", вченому секретарю ради Д 04.06.11.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Державного університету "Львівська політехніка" (вул. Професорська,1).

Автореферат розіслано "28" вересня 1996р.

Бчений секретар  
спеціалізованої ради,

к. т.н., с.н.с.

Я.Т.Луцкич

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Вимірювання температури відіграє важливу роль у промисловості, повсякденному житті, дослідженні нових природних явищ. До того ж, для підтримування технологічного процесу в робочому режимі, температура часто повинна змінюватися в заданих межах з похибкою, близькою до рівня похибок еракових засобів вимірювання.

Для того, щоб задовольнити вимоги споживачів та прискорити виробництво термоперетворювачів (ТП) з заданими метрологічними характеристиками (МХ), розширення їх номенклатури і можливості прискореної модернізації, необхідно скоротити терміни і підвищити якість їх проектування. Ефективним методом прискорення проектування ТП високого класу, із забезпеченням їх відповідної якості і техніко-економічних показників є створення для різноманітних конструктивних виконань ТП системи узагальнених математичних моделей і ефективних загальних методів розв'язку задач теплопровідності для розроблених моделей. З допомогою такої системи, змінюючи конструктивні розміри елементів ТП, використовуючи матеріали з певними теплофізичними характеристиками, умови теплообміну з допомогою виведених математичних розв'язків, можна створити оптимальні конструкції ТП і дослідити залежність метрологічних характеристик термоперетворювачів від цих параметрів. До початку виконання даної роботи не було ефективної інженерної системи узагальнених математичних моделей ТП і математичного забезпечення, які б дозволяли оцінити розрахунковим шляхом вплив геометричних і теплофізичних параметрів конструкцій ТП на їх метрологічні характеристики.

ДНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

Тому створення системи узагальнених математичних моделей конструкцій ТП і розроблення для неї математичного забезпечення є своєчасною і актуальною.

Стан проблеми. За останні десятиріччя проведено значну роботу по розвитку методів дослідження МХ ТП, аналізу методичних помилок. Велика заслуга в цьому належить О.М.Гордову, В.І.Лаху, А.Д.Пінчевському, М.М.Семераку, Д.Ф.Симбірському, В.І.Стаднику, П.Г.Столярчуку, М.О.Яришеву та ін.

Ними розроблені методи аналітичного розв'язку задач нестационарної теплопровідності для однорідних і найпростіших неоднорідних ТП, проаналізовані динамічні і статичні помилки, що мають місце в процесі вимірювань, проведено великий комплекс експериментальних досліджень, розглянуто питання апроксимації рядом у вигляді суми експонент експериментально одержаних перехідних характеристик ТП.

Але системи, яка б дозволяла ефективно і порівняно точно визначати метрологічні характеристики неоднорідних контактних термоперетворювачів складної геометрії, до недавнього часу не існувало. Тому конструктори не завжди мають можливість провести розрахунок МХ неоднорідних ТП, і вимушені задовільнитись спрощеними розрахунками, або виготовляти велику кількість макетів ТП з різними конструктивними параметрами і експериментально визначати згадані характеристики. Це збільшує час проектування ТП, їх собівартість, і знижує конкурентноздатність.

Мета роботи - створення системи узагальнених математичних моделей конструкцій термоперетворювачів і ефективних методів розв'язку запропонованих моделей з метою оцінки розрахунковим шляхом впливу геометричних і теплофізичних пара-

метрів конструкцій термоперетворювачів на їх метрологічні характеристики.

Методи досліджень. Поставлені задачі розв'язані на основі аналітичної теорії теплообміну з врахуванням аналізу конструкцій ТП і умов їх експлуатації, методами теорії математичного моделювання, диференціальних рівнянь, із застосуванням перетворень Фур'є і Лапласа для розв'язку диференціальних рівнянь та з використанням узагальнених функцій.

Наукова новизна. Створені та досліджені узагальнені математичні моделі ріноманітних конструкцій ТП. Одержані узагальнені розв'язки задач теплопровідності для цих моделей з використанням апарату узагальнених функцій, де враховано неоднорідність конструкцій ТП, складність його геометричної форми, залежність теплофізичних характеристик матеріалів конструкцій ТП від температури та нелінійність задач теплопровідності, яка виникає при наявності променевого теплообміну. Науково обгрунтовані принципи вибору матеріалів та конструкцій ТП. Досліджено вплив геометричних розмірів конструкцій та теплофізичних параметрів матеріалів на метрологічні характеристики ТП. Запропонована методика апроксимації одиничними функціями температурних залежностей теплофізичних характеристик матеріалів конструкції ТП, що підвищує точність вимірювання температури без ускладнення розв'язку задачі теплопровідності. Встановлено функціональні залежності між геометричними і теплофізичними параметрами конкретних конструкцій ТП та їх метрологічними характеристиками.

Практична цінність. Створена система узагальнених математичних моделей термоперетворювачів, які враховують умови експлуатації, умови теплообміну, теплофізичні характеристики

матеріалів та геометричні розміри елементів ТП, забезпечує визначення залежності метрологічних характеристик ТП від перерахованих вище параметрів, що прискорює і здешевлює процес проектування, дає можливість створювати ТП з наперед заданими метрологічними характеристиками.

На захист виносяться наступні результати:

- 1) узагальнені математичні моделі конструкцій ТП;
- 2) методика апроксимації залежностей теплофізичних характеристик матеріалів конструкцій ТП від температури;
- 3) методика розв'язку задач теплопровідності конструкцій неоднорідних ТП з використанням узагальнених функцій;
- 4) математичні моделі конкретних конструкцій неоднорідних ТП;
- 5) результати досліджень залежностей метрологічних характеристик конструктивно неоднорідних ТП від їх геометричних і теплофізичних параметрів.

Апробація роботи. Результати досліджень і основні положення роботи доповідались на 4 Всесоюзних, республіканських конференціях в період з 1987 по 1995 рік. У тому числі: республіканській науково-практичній конференції "Пути создания и совершенствования САПР" (Казань, 1987), XII конференції молодих вчених ІІПММ АН УРСР (Львів, 1987); Всесоюзній науково-технічній конференції "Конструктивно-технологическое обеспечение качества микро- и радиоэлектронной аппаратуры при проектировании и в производстве" (Ижевск, 1988), VI Всесоюзній конференції "Електричні методи і пристрої вимірювання температури" (Луцьк, 1988), V науково-технічній конференції "Метрологічне забезпечення температурних і теплофізичних вимірювань" (Харків, 1994).

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається із

вступу, 4 розділів, заключних висновків, списку літератури. Робота має 160 сторінок машинописного тексту, 50 рисунків і графіків, 13 таблиць. Список літератури має 164 джерела, в тому числі 8 виконаних автором.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 8 робіт.

### ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обгрунтовано актуальність проблеми, подано аналіз стану проблеми, сформульована мета роботи, коротко викладено зміст дисертації.

У першому розділі проведено класифікацію існуючих конструкцій термоперетворювачів і теплових процесів, що супроводжують їх при експлуатації. За особливостями конструкцій і розрахунку температурних полів резистивні чутливі елементи ТП розділено на 4 групи, які при теоретичному дослідженні моделюються концентричними циліндрами; циліндрами з поздовжніми каналами; багат шаровими пластинами та пластинами в круговим включенням.

До групи ТП, які моделюються концентричними циліндрами віднесено ТП, у яких на стрижень або трубку внавал навито теплочутливий навій; безкаркасний чутливий елемент з безіндуктивним навоєм з теплочутливої дротини /моток/; чутливий елемент поміщений в U-подібну трубку. Каркас /стрижень / може бути циліндричний, хрестоподібний, гелікоїдальний, а також теплочутливий навій може бути покритий ізоляцією. Крім цього всі ці конструкції поміщено у захисну оболонку.

До групи ТП, які моделюються циліндром з поздовжніми каналами відносяться ТП, у яких теплочутлива спіраль розміщена

в п каналах керамічної трубки. Вільний простір каналу заповнюється спеціальним теплопровідним керамічним порошком.

Конструкції каркасних поверхневих ТП, в яких теплочутливий елемент (ТЕ) розміщено у каналах керамічної пластини, та плівкових ТП, в яких ТЕ напилено на корпус, моделюються багаточаровими пластинами з джерелами тепла.

Поверхневі ТП, у яких дротина ТЕ звита у круг і вмонтована у керамічну пластинку, моделюються пластинами з круговим включенням.

Дано характеристики матеріалів, з яких можуть виготовлятися різні елементи конструкцій ТП, показано, що теплофізичні характеристики матеріалів залежать від температури.

Проведено аналіз теплових процесів, в яких бере участь термоперетворювач при вимірюванні температури: теплообмін між середовищем і зовнішньою поверхнею ТП; теплопередача між частинами ТП внаслідок різниці температур; виділення тепла в резистивному ТЕ термоперетворювача при проходженні через нього вимірювального струму.

Другий розділ присвячений проблемам, які виникають при математичному моделюванні складних конструкцій термоперетворювачів і умов теплообміну. Однією з проблем є врахування неоднорідності конструкцій ТП. Показано, що найефективніше моделювати ТП кусково-однорідними тілами, а теплофізичні характеристики елементів конструкцій описувати єдиним виразом за допомогою асиметричних одиничних функцій для всього тіла як єдиного цілого. При цьому кожний елемент конструкції має своє конкретне значення теплофізичної характеристики. Застосовуючи узагальнені функції до складання вихідних диференціальних рівнянь теплопровідності кусково-однорідних тіл та

умов теплообміну, одержано єдиний розв'язок для всього ТП.

Іншою проблемою, яка виникає при математичному моделюванні конструкцій ТП, є врахування залежності теплофізичних характеристик матеріалів конструкцій від температури. Застосування усереднених значень теплофізичних характеристик на проміжках їх значної зміни в залежності від температури приводить до неточного визначення значень МХ. Введення аналітичних залежностей теплофізичних характеристик у рівняння теплопровідності та крайові умови у вигляді неперервних аналітичних функцій приводить до диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, що не дає можливості одержати замкнутий аналітичний вираз. Наближені розв'язки таких рівнянь вимагають значного машинного часу та мають недостатню точність. Для підвищення точності визначення метрологічних характеристик ТП в роботі розроблена методика опису залежностей теплофізичних характеристик від температури з допомогою асиметричних одиничних функцій, що дозволяє максимально врахувати реальні значення характеристик і одержати замкнутий аналітичний розв'язок поставленої задачі. Залежності коефіцієнтів теплопровідності  $\lambda(T)$  і теплоємності  $C(T)$  елементів конструкцій від температури  $T$  запропоновано описувати у вигляді :

$$\lambda(T) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \lambda_{i-1}) \cdot S(T - T_i) \quad (1)$$
$$C(T) = C_0 + \sum_{j=1}^m (C_j - C_{j-1}) \cdot S(T - T_j)$$

де  $\lambda_0$ ,  $C_0$  - величини коефіцієнтів теплопровідності і теплоємності при найменшій температурі розглядуваного інтервалу;  $(T - T_i)$ ,  $(T - T_j)$  - інтервали температури, на яких величини  $\lambda$  і  $C$  можна вважати постійними із заданою точністю;  $S(T - T_i)$  -

одинична асиметрична функція, яка дорівнює

$$S(T-T_i) = \begin{cases} 1 & , \text{якщо } T > T_i \\ 0.5 & , \text{якщо } T = T_i \\ 0 & , \text{якщо } T < T_i \end{cases}$$

$n, m$  - кількість різних значень  $\lambda_i$  та  $C_i$  відповідно.

Усереднені значення  $\lambda(T)$  і  $C(T)$  на проміжку  $(T_{i-1}; T_i)$  записані у вигляді:

$$\lambda_{\text{сер}} = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \int_{T_{i-1}}^{T_i} \lambda(T) dT ; \quad C_{\text{сер}} = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \int_{T_{i-1}}^{T_i} C(T) dT \quad (2)$$

Записані таким чином усереднені значення коефіцієнтів теплопровідності і теплоємності не вносять великої складності в постановку задачі теплопровідності, але дозволяють одержати аналітичний розв'язок у замкнутому виді, що дає можливість зробити аналіз температурного поля ПП та підвищити точність розрахунку метрологічних характеристик.

Подано схему визначення метрологічних характеристик ПП за результатами розрахунку температурних полів.

Третій розділ присвячений створенню узагальнених математичних моделей конструкцій ПП, розробленню математичних методів для визначення температурних полів та дослідженню стаціонарних і нестаціонарних процесів у кусково-однорідних тілах, якими є конструкції ПП.

Оскільки ПП представляють собою неоднорідні конструкції, то їх моделі описуються багат шаровими пластинами, циліндрами, пластинами і циліндрами із вклученнями, ступінчастими по перерізу і кусково-однорідними по довжині стрижнями.

ПП у формі концентричних циліндрів, у яких каркасом є стрижень (циліндричний, хрестоподібний, гелікоїдальний) змодельовано багат шаровим концентричним циліндром.

Для визначення інструментальної похибки ПП, зумовленої

нагрівом вимірювальним струмом, записано рівняння стаціонарної теплопровідності в загальному вигляді, де джерела тепла в об'ємно густиню тепловиділення  $g_i$  рівномірно розподілені на  $i$ -му шарі  $n$ -шарового циліндра

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ r \lambda(r) \frac{dT}{dr} \right] = - \left[ g_i + \sum_{i=1}^{n-1} (g_{i+1} - g_i) S_-(r-R_i) \right] \quad (3)$$

де  $T$  - температура тіла;  $r$  - координата;  $n$  - кількість шарів.

$$\lambda(r) = \lambda_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (\lambda_{i+1} - \lambda_i) \cdot S_-(r-R_i)$$

$\lambda_i$  - коефіцієнт теплопровідності матеріалу  $i$ -го шару ( $i=1, n$ )

$$S_-(r-R_i) = \begin{cases} 1, & r > R_i \\ 0, & r < R_i \end{cases} \quad \text{- одинична асиметрична функція.}$$

Записано крайові умови для рівняння (3) при врахуванні конвективного і променевого теплообміну ТП з довідляям.

$$\frac{dT}{dr} = 0 \quad \text{при } r=0 \quad (4)$$

$$\lambda_n \frac{dT}{dr} = \alpha_n (T_c - T) \quad \text{при } r=R_n \quad \alpha_n = \alpha_n + 4\epsilon_n T_c^3$$

При розгляді інструментальних похибок, аумовлених нагрівом вимірювальним струмом, ТП проточного типу з навоєм на трубі, всередині якої проходить рідина або газ, при врахуванні конвективного і променевого теплообміну з довідляям термометровувач аумодельовано багатозаровим концентричним порожнистим циліндром. Рівняння теплопровідності матиме вигляд (3), а крайові умови записані у вигляді:

$$\lambda_1 \frac{dT}{dr} = \alpha_1 (T_c - T) \quad \text{при } r=R_0 \quad \alpha_1 = \alpha_1 + 4\epsilon_1 T_c^3; \quad (5)$$

$$\lambda_n \frac{dT}{dr} = \alpha_n (T_c - T) \quad \text{при } r=R_n \quad \alpha_n = \alpha_n + 4\epsilon_n T_c^3;$$

де  $\lambda_1$  і  $\lambda_n$  - коефіцієнти теплопровідності в внутрішньої  $r=R_0$  і зовнішньої  $r=R_n$  поверхні багатoshарового концентрично-го порожнистого циліндра.

Для ПП у формі концентричних циліндрів та циліндрів з подовжніми каналами при розгляді інструментальних похибок, зумовлених відтоком /притоком/ тепла від чутливого елемента по струмовиводах, дані ПП змодельовано ступінчастими по пере-різу і кусково-однорідними по довжині стрижнями.

Рівняння стаціонарної теплопровідності має вигляд

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = \left\{ \Gamma - \left[ t_c^{(1)} - (t_c^{(2)} - t_c^{(1)}) S - (z-1) \right] \right\} \cdot \left\{ \alpha_1^2 (1+S - (z-1)) - \left[ \alpha_2^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - (\alpha_4^2 - \alpha_2^2) S - (z-1) \right] \cdot S - (z-1) \right\} \quad (6)$$

$$\text{де } \alpha_1^2 = \frac{2\alpha_1}{\lambda_1 R_1} \left( 1 + \frac{\alpha_1 R_1}{4\lambda_1} \right)^{-1} + \frac{8\delta\epsilon_1 (t_c^{(1)})^3}{\lambda_1 R_1};$$

$$\alpha_2^2 = \frac{\epsilon_2 \alpha_2}{\alpha_2 R_2} + \frac{8\delta\epsilon_2 (t_c^{(2)})^3}{\alpha_2 R_2}; \quad \alpha_4^2 = \frac{2\alpha_4}{\alpha_4 R_2} + \frac{8\delta\epsilon_4 (t_c^{(2)})^3}{\alpha_4 R_2}$$

Теплофізичні характеристики з індексом "1" відносять-ся до частини стрижня, який моделює теплочутливий елемент і знаходиться у вимірювальному середовищі з температурою  $t_c^{(1)}$ . Теплофізичні характеристики з індексом "2" відносять-ся до частини стрижня, який моделює струмовиводи і знахо-диться у вимірювальному середовищі з температурою  $t_c^{(2)}$ . Теплофізичні характеристики з індексом "4" відносяться до частини стрижня, який моделює струмовиводи і знаходиться у вимірювальному середовищі з температурою  $t_c^{(2)}$ .  $z$  - коорди-ната;  $T$  - температура тіла;  $l$  - довжина частини стрижня,

який моделює теплочутливий елемент;  $l_1$  - довжина відрізка стрижня, який знаходиться у вимірювальному середовищі.  $R_1$  і  $R_2$  - радіуси частин стрижня.

Записано крайові умови для рівняння (6) при врахуванні конвективного і променевого теплообміну ТП з довкіллям.

Конструкції термоперетворювачів у вигляді циліндра з подовжніми каналами, центри яких розмішені на концентричному колі, при визначенні інструментальної похибки, зумовленої нагрівом вимірювальним струмом, змодельовано циліндром радіуса  $R$  з  $n$  рівнорідними круговими тепловиділяючими включеннями радіуса  $R_0$ , які рівномірно розмішені на концентричному колі радіуса  $B$ . Коефіцієнти теплопровідності циліндра і включень відповідно рівні  $\lambda_1$  і  $\lambda_0$ , питома потужність джерел тепла у включеннях  $\omega_0$ . Бічна поверхня циліндра  $\rho=R$  підтримується при постійній температурі рівній  $t_R$ .

Враховуючи симетрію задачі, в циліндра виділено сегмент

$\left(0 \leq \rho \leq R; 0 \leq v \leq \frac{\pi}{n}\right)$  і для нього записано рівняння теплопровідності і крайові умови в стаціонарному режимі:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left[ \rho \lambda^*(\rho, v) \frac{dt}{d\rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{d}{dv} \left[ \lambda^*(\rho, v) \frac{dt}{dv} \right] + \omega^*(\rho, v) = 0 \quad (7)$$

$$\left. \frac{dt}{dv} \right|_{v=0} = 0, \quad \left. \frac{dt}{dv} \right|_{v=\frac{\pi}{n}} = 0, \quad (8)$$

$$\left. \frac{dt}{d\rho} \right|_{\rho=0} = 0, \quad t \Big|_{\rho=R} = t_R \quad (9)$$

Для визначення метрологічних характеристик ТП, конструкції яких мають форму багат шарових пластин, змодельовано круговою  $n$  - шаровою пластиною радіуса  $R$  і товщиною  $H$ , яка

складається з шарів рівної товщини  $h_i$ , теплофізичні характеристики яких різнi. У  $k$ -тому шарі товщиною  $h_k$  рівномірно розподілені джерела тепла, потужність яких циклічно змінюється в часі. Одна з поверхонь пластини  $z=0$  підтримується при постійній температурі  $t=T_1$ . Через іншу поверхню пластини  $z=N$  відбувається конвективний та променевий теплообмін з довкіллям, температура якого  $T_c$ .

Рівняння нестационарної теплопровідності у цьому випадку має вигляд:

$$\frac{d^2 T}{dz^2} - \left[ \frac{1}{a_1} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{a_{i+1}} - \frac{1}{a_i} \right) S_-(z-z_i) \right] \cdot T = \sum_{i=1}^n \left( 1 - \kappa \lambda^{(i)} \right) \cdot \frac{dT}{dz} \Big|_{z=z_i} \cdot \delta_-(z-z_i) - \frac{q}{\lambda_t^{(k)}} \left[ S_-(z-z_{k-1}) - S_-(z-z_k) \right] \varphi(\tau) \quad (10)$$

де  $a_i$  - коефіцієнт температуропровідності  $i$ -го шару,  $z$  - координата,  $T$  - температура тіла,  $q = \text{const}$ .

$$\varphi(\tau) = \sum_{m=0}^n S_+(\tau - \tau_{2m}) - S_+(\tau - \tau_{2m+1}); \quad \kappa \lambda^{(i)} = \frac{\lambda_t(i+1)}{\lambda_t(i)}; \quad i=1, n-1.$$

$$\delta_-(\rho) = \frac{dS_-(\rho)}{d\rho} - \text{дельта-функція Дірака}$$

Для визначення метрологічних характеристик ПП, конструкція яких має форму пластини, в яку вмонтована плоска спіраль, змодельована пластинкою нескінченної довжини з круговим включенням радіуса  $R$ . Через поверхні пластини  $z=\pm\delta$  адійснюється конвективний і променевий теплообмін з середовищем, температура якого  $t_c(\tau)$ . Рівняння нестационарної теплопровідності має вигляд:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \alpha^2 (T - t_c) = \frac{T}{a} \quad (11)$$

$$\text{де } z^2 = z_k^2 + \frac{\varepsilon \delta}{\lambda t \delta} \cdot 4t_c^3; \quad z_k^2 = \frac{\lambda_2}{\lambda t \delta}$$

Одержано аналітичні вирази стаціонарного температурного поля багат шарового концентричного циліндра та багат шарового порожнистого концентричного циліндра з джерелами тепла на і-тому шарі при конвективному та променевому теплообміні термоперетворювача з довкіллям. Як конкретний випадок подано математичний вираз для температурного поля в термоперетворювачі типу ТСП-4050 та ваірцевого платиного ПП з кварцевими оболонками. Такі ПП змодельовано чотиришаровим циліндром, на другому шарі якого рівномірно розподілені джерела тепла з об'ємною густиною тепловиділення  $q$ . Знайдено значення інструментальної похибки зумовленої нагрівом ПП вимірювальним струмом

$$\frac{\Delta T}{q^*} = \frac{1 - (R_1^2/R_2^2)}{2} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_4 B_1 + G R_4} + \frac{1}{4} + \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \ln \frac{R_3}{R_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_4} \ln \frac{R_4}{R_3} \right) + \frac{R_1^4 \ln(R_2/R_1)}{2R_2^2(R_2^2 - R_1^2)}; \quad (12)$$

де  $q^* = qR_2^2/\lambda_2$ ;  $B_1 = \alpha R_4/\lambda_4$  - критерій Біо;  $G = 4\epsilon T_c^3$ .

Одержано аналітичний розв'язок стаціонарного температурного поля циліндра з системою кругових тепловиділяючих включень. Знайдено інструментальну похибку, зумовлену нагрівом таких ПП вимірювальним струмом. Одержано аналітичний розв'язок стаціонарного температурного поля ступінчатого по перерізу і кусково-однорідного по довжині стрижня при конвективному та променевому теплообміні його з довкіллям. Це дозволило визначити інструментальну похибку, зумовлену тепловідтоком (теплопритоком) для ПП, конструкції яких мають форму концентричних циліндрів та циліндра з поздовжніми ка-

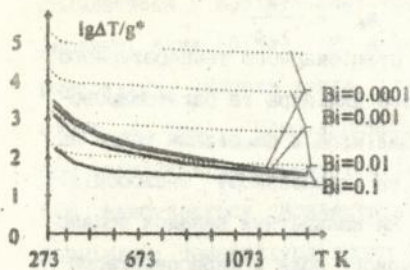


Рис.1.

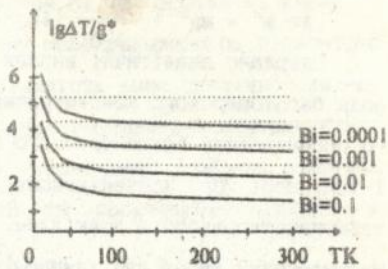


Рис.2.

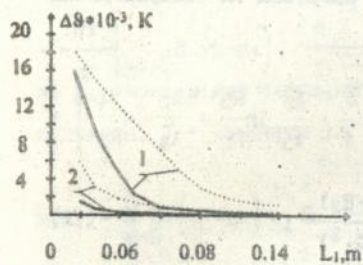


Рис.3.

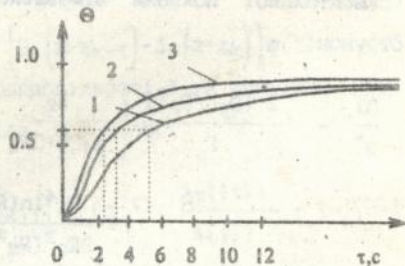


Рис.5.

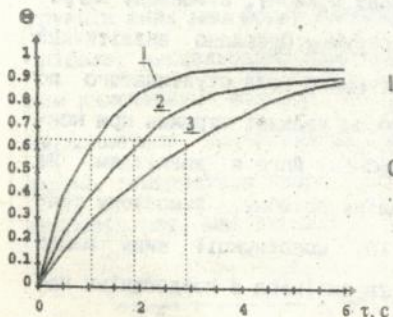


Рис.4.

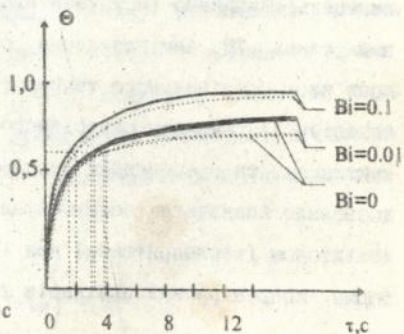


Рис.6.

налами. Знайдено розв'язок нестационарних задач теплопровідності для багат шарової пластини з джерелами тепла та для пластини з круговим включенням.

На рис.1 подано залежність  $\lg(\Delta T/q^*)$  від температури для різних умов теплообміну для графових платинових ПП з кварцевими оболонками з врахуванням лише конвективного (штрихова лінія) та конвективного і променевого (суцільна лінія) теплообміну. Звідси видно, що нехтування при середніх (273...973 K) і високих (973... 1373 K) температурах променевого теплообміну приводить до неточних результатів - похибка в заввищю, оскільки не враховано віддачу тепла теплочутливим елементом через випромінювання. Так при вимірюванні температур  $T=573$  K, при яких конвективна тепловіддача характеризується величиною  $Bi=0.001$ , нехтування променевим теплообміном приводить до збільшення розрахункової похибки в 22 рази, а при вимірюванні температур  $T=1273$  K ця похибка збільшується майже в 160 разів. Вибираючи матеріали для захисної оболонки ПП з різними інтегральними коефіцієнтами випромінювальної здатності, можна корегувати інструментальну похибку. При вимірюванні температури  $T=573$  K із збільшенням конвективної тепловіддачі в 10 разів розрахункова похибка зростає більш, ніж в 3 рази.

На рис.2 представлена залежність  $\lg(\Delta T/q^*)$  від температури для різних умов теплообміну при вимірюванні низьких (0 ... 273 K) температур термометроретворювачами типу ТСП-4050. З рисунку видно, що для різних умов теплообміну вони суттєво відрізняються. Штриховими лініями показано залежність  $\lg(\Delta T/q^*)$  від температури при нехтуванні залежностей теплофізичних характеристик від температури, а використанні лише

Іх середніх значень на розглядуваному температурному проміжку. Наприклад, для вимірювання температур  $T=50$  К при теплообміні  $Bi=0.001$  врахування реальних теплофізичних характеристик матеріалів приводить до зменшення розрахункової похибки в 14.1 рази, а при температурі  $T=300$  К - в 40.5 разів.

Досліджено інструментальну похибку, зумовлену тепловідтоком (теплопритоком) у термоперетворювачах, які мають форму концентричних циліндрів та циліндра з подовжніми каналами, при різних умовах теплообміну в залежності від конструктивних параметрів ТП. Досліджено вплив глибини занурення ТП у вимірюване середовище та співвідношення радіусів теплочутливого елемента та струмовиводів при різних умовах теплообміну на інструментальну похибку, зумовлену тепловідтском /теплопритоком/.

На рис.3 подано залежність інструментальної похибки від глибини занурення ТП в середовище з врахуванням конвективного (штрихові лінії), та конвективного і променевого теплообміну (суцільні лінії) при середніх (273...973 К) температурах при різних умовах теплообміну (1 -  $Bi_1-Bi_3=0.001$ ,  $Bi_2=0.0005$ ,  $Bi_4=0.00005$ ; 2 -  $Bi_1-Bi_3=0.01$ ,  $Bi_2=0.002$ ,  $Bi_4=0.0002$ ). При врахуванні променевого теплообміну зменшення похибки із збільшенням глибини занурення йде інтенсивніше. Врахування променевого теплообміну при зануренні ТП рівному 0.06 м зменшує розрахункову похибку в 2.27 рази.

Інструментальна похибка, зумовлена тепловідтоком (теплопритоком) від теплочутливого елемента до фланця, впливає на зміну динамічних характеристик ТП. Так значення сталої теплової інерції зменшується, оскільки нагрів (або охолодження) відбувається не до температури середовища, а до тем-

ператури, яка відрізняється від температури середовища на значення інструментальної похибки. Отже, потрібно вибирати (користуючись виведеними аналітичними виразами та побудованими графіками) такі значення глибини занурення та співвідношення радіусів теплочутливого елемента і струмовиводів, щоб звести дану похибку до мінімуму.

З метою дослідження інструментальних похибок, зумовлених нагрівом вимірювальним струмом, у термоперетворювачах конструкції ЕЧП-0183 (використовуються у ТСП-1388, ТСП-1088) розроблена методика дослідження температурного поля в циліндрі з системою поздовжніх каналів. Обчислено інструментальну похибку і проведено аналіз температурних полів у циліндрі з двома, чотирма і п'ятьма платиновими тепловиділяючими включеннями, центри яких розміщені на концентричному колі.

Знайдено розподіл температури у циліндрі з двома та з чотирма включеннями при температурі середовища  $t_R = 373$  К. При розрахунках враховано, що густина тепловиділення включень залежить від довжини спіралі, яка розміщена в каналах. При розміщенні спіралі в чотирьох каналах густина тепловиділення в кожному каналі зменшиться вдвоє в порівнянні з конструкцією, що має два канали. Температура в області включення практично постійна. Різкий перепад температури спостерігається між бічною поверхнею циліндра і включеннями. За збільшення кількості включень інструментальна похибка зменшується спадом. Так для розрахованих випадків збільшення кількості тепловиділяючих включень з двох до чотирьох приводить до зменшення похибки, зумовленої нагрівом вимірювальним струмом від 0,78 К до 0,65 К.

З метою визначення динамічних характеристик розроблена методика моделювання поверхневих каркасних ТП. Каркасні ТП моделюються багат шаровими пластинами, один шар яких є теплоізоляційним. Досліджено залежність сталої теплової інерції (СТІ) від товщини каркасу ТП, який виготовлений із  $Al_2O_3$  (рис.4), а також від товщини захисної оболонки. На рис.6 представлені перехідні характеристики ТП при різних товщинах каркасу. Аналіз рисунка показує, що на значення СТІ суттєво впливає товщина каркасу. Так при збільшенні товщини каркасу від 0.001 м до 0.0014 м СТІ зростає з 2 с до 3.1 с.

На рис.5 зображено перехідні характеристики вказаного термоперетворювача за умови, що початкова температура ТП  $T_0=423$  К. Далі температура середовища стрибком змінюється до 573 К. Променим теплообміном нехтуємо (крива 1). СТІ дорівнює 7 с. Кривою 2 зображена перехідна характеристика для цього ж випадку при врахуванні променевого теплообміну. Стала теплової інерції дорівнює 5.4 с. Кривою 3 зображена перехідна характеристика за умови, що  $T_0=523$  К, а  $T_c=673$  К. СТІ дорівнює 4.4 с. Отже, променевий теплообмін суттєво впливає на динамічні характеристики ТП. При наявності променевого теплообміну важливу роль відіграє рівень температур, при яких відбувається теплообмін. Для конвективного теплообміну істотною є різниця температур, а рівень температур враховується тільки в значеннях теплофізичних характеристик.

З метою визначення динамічних характеристик розроблена методика моделювання поверхневих ТП, які моделюються пластинами в круговим включенням. Розраховано перехідні характеристики поверхневого ТП (ПЛО), який представляє собою тефлонову пластину в круговим включенням. Результати досліджень

представлено на рис.6 для різних умов теплообміну за умови, що початкова температура ПП  $T_0=273$  К. Далі температура середовища стрибком змінюється до 523 К. Штриховими лініями зображено перехідні характеристики при нехтуванні променевим теплообміном, суцільними - при його врахуванні. З аналізів графіків видно, що врахування променевого теплообміну приводить до зменшення розрахункового значення СТІ на 20...25 % в залежності від умов конвективного теплообміну.

У четвертому розділі, виходячи із створених узагальнених математичних моделей термоперетворювачів, розроблені математичні моделі для конструкцій ПП, описаних у Номенклатурному довіднику фірми "Температурно-вимірювальна техніка" (м. Geraberg, Temperaturmesstechnik Geraberg GmbH). Враховуючи створені узагальнені математичні рівняння різних задач теплопровідності, встановлені залежності метрологічних характеристик від конструктивних характеристик ПП, запропоновано методику апроксимації одиничними функціями залежностей теплофізичних характеристик матеріалів від температури, розраховуються метрологічні характеристики. Розраховані таким чином МХ порівнюються з даними фізичних досліджень.

У висновках сформульовані основні результати роботи, а також дано аналіз результатів досліджень метрологічних характеристик термоперетворювачів.

#### ОСНОВНІ ВИСНОВКИ РОБОТИ

1. Розроблено метод математичного моделювання конструктивно неоднорідних термоперетворювачів з метою визначення їх дослідження залежності їх метрологічних характеристик від конструктивних параметрів, реальних умов теплообміну і ана-

чення вимірювального струму. Теплофізичні характеристики і геометричні параметри конструктивно неоднорідних ТП описані за допомогою узагальнених функцій.

2. Запропонована класифікація існуючих конструкцій ТП та теплових процесів, що виникають при їх експлуатації. Розглянуті конструкції ТП зведено до чотирьох типів моделей:

- а) конструкції ТП, що мають форму концентричних циліндрів;
- б) конструкції ТП, що мають форму циліндра з подовжніми каналами, центри яких знаходяться на концентричних колах;
- в) конструкції ТП, що мають форму багат шарових пластин;
- г) конструкції ТП, що мають форму пластини з круговим включенням.

3. Розроблена методика одержання вихідних диференціальних рівнянь теплопровідності конструктивно неоднорідних ТП, яка дозволяє одержати єдиний розв'язок для всієї конструкції ТП. Теплофізичні характеристики конструктивно неоднорідних тіл і питома потужність вимірювального струму описані для всього тіла як єдиного цілого за допомогою асиметричних одиничних функцій. Залежності теплофізичних характеристик від температури апроксимуються ступеневими функціями, що не ускладнює розв'язок задач теплопровідності, але підвищує точність визначення  $\dot{M}X$  ТП.

4. Одержано узагальнені аналітичні розв'язки для визначення температурних полів, що виникають в розглядуваних конструкціях ТП з врахуванням реальних умов теплообміну. Наявність розроблених розрахункових залежностей, які зв'язують метрологічні характеристики термометровживачів з конструктивними параметрами, теплофізичними характеристиками матеріалів та умовами теплообміну, дозволило дослідити метроло-

гічні характеристики 15 конкретних конструкцій ТП.

5. Показано, що врахування (крім конвективного) променевого теплообміну значно зменшує розрахункову інструментальну похибку. Так, при вимірюванні температури газових середовищ малих тисків при  $T=573$  К нехтування променевим теплообміном приводить до збільшення розрахункової похибки зумовленої нагрівом ТП вимірювальним струмом майже в 22 рази, а при вимірюванні температур  $T=1273$  К - майже в 160 разів.

6. Показано, що врахування реальної залежності теплофізичних характеристик матеріалів конструкцій ТП від температури при вимірюванні середовищ, температура яких близька до 300 К приводить до зменшення розрахункової похибки вимірювальної температури в 14.1 раз, а при температурі вимірювального середовища  $T=300$  К - в 40.5 разів.

7. Показано, що при зануренні ТП у вимірювальне середовище на глибину більшу, ніж дві довжини теплочутливого елемента, інструментальна похибка практично дорівнює нулю.

8. Показано, що із збільшенням кількості включень у ТП, що мають форму циліндра з позовжніми каналами, інструментальна похибка вимірювань спадає. Збільшення тепловиділяючих включень з двох до чотирьох приводить до зменшення похибки, зумовленої нагрівом вимірювальним струмом від 0.78 К до 0.65 К.

9. Показано, що на величину сталої теплової інерції (СТІ) значно впливає товщина каркасу у каркасних поверхневих ТП. При збільшенні товщини каркасу від 0.001 м до 0.0014 м СТІ зросла від 2 с до 3.1 с.

Одержані в роботі результати являють собою основу інженерних методів розрахунку МХ ТП, які експлуатуються в склад-

них умовах теплообміну. Вони дозволяють врахувати залежність теплофізичних характеристик матеріалів конструкції ТП від температури і значно скоротити час проектування ТП з наперед заданими метрологічними характеристиками.

СПИСОК НАУКОВИХ ПРАЦЬ

1. Дмитраш И.П., Лыса О.В. Расчет нестационарных температурных полей в осесимметричных телах двумерной кусочно-однородной структуры // Сб. "Материалы 12 конференции молодых ученых ИПТМ АН УССР". Деп. в ВИНТИ N 6308 - В 88.
2. Дмитраш И.П., Лыса О.В., Семерак М.М., Сурай В.И. САПР термометров сопротивления и термоэлектрических термометров // Тез. докл. респ. науч.-практ. конф. "Пути создания и совершенствования САПР". - Казань, 1987. - С. 55-56.
3. Лыса О. В. Моделювання та дослідження похибки від нагріву термоперетворювачів опору вимірювальним струмом // Вимірювальна техніка та метрологія. - 1995. - Вип. 51.- С. 28-30.
4. Лыса О.В., Паракуда В.В., Семерак М.М. Первичный преобразователь для измерения температуры туннельной печи // Тез. докл. VI Всесоюз. конф. "Электрические методы и средства измерения температуры". - Луцк, 1988. - Ч. II. - С.270.
5. Лыса О. В., Носалык Б. Я., Паракуда В. В., Семерак М. М. Пути повышения точности измерения температуры // Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. "Конструктивно-технологическое обеспечение качества микро- и радиоэлектронной аппаратуры при проектировании и в производстве". - Ижевск, 1989. - С. 129.
6. Лыса О. В., Паракуда В. В., Семерак М. М. Математична мо-

- дель первинного перетворювача температури // Теж. доповідей V науково-техн. конф. "Метрологічне забезпечення температурних і теплофізичних вимірювань", - Харків, 1994. - С. 122-123.
7. Лиса О. В., Паракуда В. В, Семерак М. М. Первинний перетворювач температури для реакторів дифузійних печей // Там же. - С. 123.
8. Лиса О. В., Семерак М. М. Оптимальне проектування термометрів опору // Там же. - С. 113.

#### АННОТАЦИЯ

Математические модели термопреобразователей и их применение в прикладной термометрии.

Работа является рукописью на соискание научной степени кандидата технических наук по специальности 05.11.04 - приборы и методы измерения тепловых величин. Львов, 1996; Государственный университет "Львовская политехника".

Целью диссертационной работы является создание системы обобщенных математических моделей конструкций термопреобразователей (ТП) и эффективных методов решения предложенных моделей с целью оценки расчетным путем влияния геометрических и теплофизических параметров конструкций термопреобразователей на их метрологические характеристики.

Защищается 8 научных работ, в которых разработан метод математического моделирования конструктивно неоднородных ТП для определения и исследования зависимости их метрологических характеристик от конструктивных параметров, реальных условий теплообмена и значения измерительного тока. Предложена классификация существующих конструкций ТП и тепловых процес-

сов, возникающих при их эксплуатации.

#### THE SUMMARY

The mathematical models thermopiles and their applications in applied thermometry.

This scientific work is a manuscript of a dissertation submitted for obtaining the scientific degree of candidate of technical sciences in speciality 05.11.04 - the devices and methods of the measuring thermal values. Lviv, 1996, State university " Lvivska politechnika ".

The purpose scientific work is the creation of system of integrated mathematical models of designs thermopiles and effective methods of decision of proposing models with the purpose of valuations settlement by influence geometrical and thermal physical parameters of designs thermopiles on them metrological characteristics.

8 scientific work, is protected which develop the method of mathematical simulation structurally non-uniform thermopiles for definition and researches of dependences of them metrological characteristics from constructive parameters, real thermal exchange conditions and significance of measuring current. The classification of existing designs thermopiles and thermal processes, arising at their operations is offered.

Ключові слова: вимірювання температури, термоперетворювач, температурне поле, метрологічні характеристики, інструментальна похибка, узагальнені функції, конвективний і променевий теплообмін.

Підписано до друку 25.09.96р. Формат 60x84/16.  
Обсяг I друк.лист. Зам.484. Тир.100.Безплатно.  
Львів.Личаківська,3. Друкарня, УАД.

AB. 35.646  
**AB 35.646**