Одеська державна академія будівництва та архітектури

На правах рукопису

ЛІННІК Раїса Яківна

АСИМПТОТИЧНІ МЕТОДИ В ТЕОРІЇ НЕОДНОРІДНИХ ПЛАСТИН І ОБОЛОНОК

Спеціальність: 05.23.17 - Будівельна механіка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Одеса-1997

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Придніпровській [illegible] будівництва та архітектури

Науковий керівник — доктор фізико-математичних наук, професор Андріанов Ігор Васильович

Офіційні опоненти — доктор технічних наук, професор Колісник Іван Антонович

кандидат технічних наук, доцент Дизов Костянтин Георгійович

Провідна організація — Інститут технічної механіки НАН України, м. Дніпропетровськ

Захист відбудеться "11" березня 1997р. о "11^00" годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 05.09.02, Одеської державної академії будівництва та архітектури, 270029, Одеса, вул. Дідріхсона, 4.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Одеської державної академії будівництва та архітектури 270029, Одеса, вул.Дідріхсона, 4

Автореферат розісланий "3" лютого 1997р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради *Малахова* Малахова Н.А.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. В сучасній будівельній механіці часто зустрічаються задачі, які описуються диференціальними рівняннями в часткових похідних з розривними або швидкозмінними коефіцієнтами. Це обумовлено широким поширенням конструкцій з періодичними неоднорідностями форми або структури в промисловому і цивільному будівництві. Розв'язання рівнянь вказаного виду числовими методами ускладнене навіть при використанні сучасних ЕОМ, у зв'язку з чим особливої цінності набуває аналітична інформація про поведінку об'єкту. Широко розповсюджені в інженерній практиці конструктивно-ортотропні теорії дозволяють правильно визначити глобальні характеристики системи (частоти коливань, переміщення), визначення ж повного напружено-деформованого стану на основі лише осереднених співвідношень неможливе. Тому розробка простих аналітичних підходів до вирішення статичних і динамічних задач теорії пластин і оболонок складної періодичної форми і структури є актуальною.

Метою роботи є:

- розробка нового аналітичного підходу до дослідження конструкцій складної періодичної форми і структури;

- вирішення на основі запропонованого підходу нових задач теорії конструкцій вказаного виду.

Наукова новизна полягає в:

- розвитку методу осереднення для розрахунку оболонкових і пластинчастих конструкцій складної періодичної форми і структури;

- одержанні аналітичних розв'язків ряду нових задач теорії пластин і оболонок, дослідження яких іншими прийомами укладнене;

- урахуванні ширини ребер;

- розробці асимптотичного методу інтегрування нелінійних крайових задач;

- дослідженні впливу параметрів, що характеризують ребра.

Методика дослідження. Основним методом дослідження є метод математичного моделювання. А саме, будується ієрархічна система диференціальних рівнянь, яка дозволяє доводити рішення до простих аналітичних виразів.

Достовірність одержаних результатів підтверджена:

- побудовою послідовного асимптотичного процесу, який дозволяє знаходити розв'язок з будь-яким степенем точності;
- порівнянням з результатами числових і аналітичних розв'язків інших авторів;
- порівнянням з точними розв'язками, коли останні можуть бути одержані;
- фізичною наочністю одержаних граничних систем.

Теоретичне і практичне значення. Запропоновані і розвинуті методи відзначаються високою ефективністю і простотою. Одержані на їх основі розв'язки ряду задач механіки пластин і оболонок складної періодичної форми і структури чітко відображають фізичну природу задачі і зводяться до аналітичних виразів, особливо корисних в проектувальних розрахунках. Велике практичне значення мають оцінки областей застосованості відомих наближених інженерних розрахункових схем.

Апробація. Основні результати роботи доповідались на Міжнародній конференції з теорії неоднорідних структур (Тернопіль, 1995 р.) (опубліковано тези доповідей); Міжнародній конференції "Проблеми оптимізації в механіці деформівного твердого тіла" (Росія, Нижній Новгород, 1995 р.) (опубліковано тези доповідей); Дніпропетровському міському семінарі "Асимптотичні методи механіки" у 1993-1995 рр.

Впровадження результатів. Окремі результати роботи використовувались науково-дослідним відділом НВО "Гідромонтажспецбуд" при розрахунку елементів конструкцій, які можуть бути матиматично змодельовані як ребристі пластини.

Публікації. Основний зміст дисертації опубліковано у 4 друкованих працях.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із передмови, вступу, трьох глав, висновку і списку літератури (181 назва) і містить 95 сторінок машинописного тексту, 15 сторінок рисунків, 1 сторінку таблиць.

На захист виносяться:

- аналітичний метод розв`язання статичних і динамічних задач для ребристих пластин та оболонок;
- ефективні методи розв`язання осереднених крайових задач;
- дослідження напружено-деформованого стану підкріплених циліндричних оболонок та оболонок обертання;
- асимптотичний метод інтегрування нелінійних крайових задач;
- дослідження впливу параметрів, що характеризують ребра;
- врахування ширини ребер.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі дається конспектний огляд аналітичних методів, які застосовуютьcя зараз для розв'язання крайових задач будівельної механіки періодично неоднорідних конструкцій. При розрахунку вказаних конструкцій доводиться розв'язувати диференціальні рівняння в частково-вих похідних з розривними або швидкозмінними коефіцієнтами. Застосування традиційних для теорії оболонок асимптотичних методів, які грунтуються на розщіпленні крайових задач по малому параметру відносної тонкостінності, не призводить до суттєвих спрощень. Якщо неоднорідності в якомусь розумінні малі, можна застосовувати метод збурень, відправляючись від гладкої конструкції. Обмеженість такого підходу зрозуміла. Звичайно, неоднорідності конструкцій мають періодичний характер. У цьому випадку цінну інформацію про її поведінку можна одержати, замінюючи конструкцію більш простою з деякими приведеними (осередненими) характеристиками. Класичними прикладами є переходи до схем конструктивної ортотропії в теоріях ребристих і гофрованих оболонок. При цьому, проте, можна одержати правильну інформацію лише про глобальні характеристики системи (частоти коливань, переміщення), локальні ж (напруження) визначаються з великими похибками. Крім того, знаходження приведених параметрів є самостійною складною задачею. На практиці для цієї мети часто використовують прийоми, оцінка області застосовності яких ускладнена, а можливості уточнення відсутні. Тому виникає необхідність створення методу, який дозволяє подолати вказані вище труднощі.

У першій главі викладений метод розрахунку підкріплених конструкцій з урахуванням дискретного розміщення ребер на прикладі задач про згинальні коливання прямокутних і круглих пластин.

Перша задача - власні згинальні коливання прямокутної ($0 \le x \le L_2$, $-L_2 \le y \le L_2$) пластини на пружній вінклеровій основі з жорсткістю C_1, підкріпленої регулярним силовим набором з N симетрично розташованими відносно її серединної поверхні ребрами згинальної жорсткості $E_c I$ і щільності $\rho_c F$. Вихідне рівняння можна подати в такому безрозмірному вигляді:

$$\left[1+\alpha\Phi(\varphi)\right]w_{\xi\xi\xi\xi} + 2w_{\xi\xi\eta_1\eta_1} + w_{\eta_1\eta_1\eta_1\eta_1} + \left[c - \lambda\left(1+\rho\Phi(\varphi)\right)\right]w = 0, \quad (1)$$

де $(\xi, \eta_1) = (x, y)/(2L_2)$, $c = 16c_1 L_2^4 / D$, $\alpha = E_c I/(Db)$,

$$\varphi = y/b, b = 2L_2/(N+1), \qquad \lambda = 16\omega^2\rho_0 h L_2^4/D,$$

$$\rho = \rho_c F/(\rho_0 hb), \qquad \Phi(\varphi) = \sum_{i=-0.5(N-1)}^{0.5(N-1)} \delta(\varphi - 1)$$

Крайові умови

$$w = w_{\eta_1} = 0 \qquad \text{при} \qquad \eta_1 = \pm 0.5$$

$$w = w_{\xi} = 0 \qquad \text{при} \qquad \xi = 0, \quad \xi = l = 0.5L_1/L_2 \qquad (2)$$

Будемо вважати параметр $\varepsilon = 0.5b/L_2$, який характеризує частоту розташуваня ребер, малим ($\varepsilon \ll 1$). Для інших параметрів приймаємо оцінки: $\rho \sim 1$, $c \sim \varepsilon^{-1}$, $\alpha \sim \varepsilon^{-1}$. Використовуємо метод двох масштабів, вводячи замість однієї змінної дві: "повільну" η і "швидку" $\varphi = \eta_1/\varepsilon$. Тоді

$$\partial/\partial\eta_1 = \partial/\partial\eta + \varepsilon^{-1}\partial/\partial\varphi$$

переміщення w і квадрат частоти λ подаємо у вигляді розкладань

$$w = w_{00}(\xi,\eta) + \varepsilon w_{01}(\xi,\eta) + \varepsilon^2 w_{02}(\xi,\eta) + \ldots$$
$$+\varepsilon^3\left[w_1(\xi,\eta,\varphi) + \varepsilon w_2(\xi,\eta,\varphi) + \ldots\right];$$

$$\lambda = \varepsilon^{-1}\lambda_0 + \lambda_1 + \ldots \varepsilon\lambda_2 + \ldots, \qquad (3)$$

причому, $w_i(\xi,\eta,\varphi+1) = w_i(\xi,\eta,\varphi)$.

Після підстановки розкладань (3) в рівняння (1) і в граничні умови (2) і розщеплення, ми одержуємо рекурентну систему крайових задач

$$\omega_{1\varphi\varphi\varphi\varphi}+\left[c+\alpha\Phi\frac{d^4}{d\xi^4}-\lambda_0\left(1+\rho\Phi\right)\right]w_{00}=0,$$

$$\omega_{1\varphi\varphi\varphi\varphi}+\left[c+\alpha\Phi\frac{d^4}{d\xi^4}-\lambda_0\left(1+\rho\Phi\right)\right]w_{01}-$$

$$-\lambda_1\left(1+\rho\Phi\right)w_{00}=-4w_{1\varphi\varphi\varphi\eta}-\nabla^4 w_{00};$$

при $\xi=0,1$ $\quad w_{0L}=-w_{i-2},\ w_{0i\xi}=-w_{(i-2)\xi};$

при $\eta=\pm 0.5$ $\quad w_{0i}=-w_{i-2},\ w_{0i\eta}=-w_{(i-1)}-w_{(i-2)\eta}.$ (4)

Тут $\quad \nabla^4=\dfrac{\partial^4}{\partial\xi^4}+2\dfrac{\partial^4}{\partial\xi^2\partial\eta^2}+\dfrac{\partial^4}{\partial\eta^4}.$

Виконаємо тепер у співвідношеннях (4) осереднення, застосувавши до кожного доданку оператор

$$\widetilde{(\ldots)}=\frac{1}{N+1}\int_{0.5(N+1)}^{0.5(N+1)}(\ldots)d\varphi$$

При цьому $\tilde{w}_{oi}=w_{oi},\quad \tilde{\Phi}=1,\quad \tilde{w}_{i\varphi}=0,$ і осереднені крайові задачі приймають вигляд

$$\Pi_0 w_{00}\equiv\left[\alpha\frac{\partial^4}{\partial\xi^4}+c-(1+\rho)\lambda_0\right]w_{00}=0; \qquad (5)$$

$$\Pi_0 w_{01}-\lambda_1(1+\rho)w_{00}=-\nabla^4 w_{00}, \qquad (6)$$

при $\xi=0,\ell$ $\quad w_{0i}=-\tilde{w}_{i-2},\ w_{0i\xi}=-\tilde{w}_{(i-2)\xi};$

при $\eta=\pm 0.5$ $\quad w_{0i}=-\tilde{w}_{i-2},\ w_{0i\eta}=-\tilde{w}_{(i-2)\eta}.$

Швидкозмінні періодичні функції визначаються із співвідношень

$$w_{1\varphi\varphi\varphi\varphi} = \Pi_1 w_{00} = \left(\alpha \frac{\partial^4}{\partial \xi^4} - \lambda_0 \rho \right) w_{00};$$

$$w_{2\varphi\varphi\varphi\varphi} = \Pi_1 w_{01} - 4 w_{1\varphi\varphi\varphi\eta} - \lambda_1 \rho w_{00}; \qquad (7)$$

....

при $\varphi = \pm i, w_i = w_{i\varphi} = 0.$ (8)

де $i = 0,1,\dots,0.5(N+1)$

Функції w_i не задовольняють граничні умови при $\xi = 0,\ell$, тому необхідна побудова вирішення пограничного шару ω_n. Для цього вводимо швидку змінну $\psi = \xi / \varepsilon$ і подаємо функцію ω_n у вигляді розкладання

$$w_n = \varepsilon^3 \left[w_{n1}(\xi, \eta, \varphi, \psi) + \varepsilon w_{n2}(\xi, \eta, \varphi, \psi) + \dots \right]. \qquad (9)$$

Складові розкладання (9) визначаються крайовими задачами

$$w_{n1\psi\psi\psi\psi} + 2 w_{n1\psi\psi\varphi\varphi} + w_{n1\varphi\varphi\varphi\varphi} = 0; \qquad (10)$$

....

при $\varphi = 0,1$ $\quad w_{n1} = w_{n1\varphi} = 0;$

....

$w_{n1} = -w_1 + w_1$

при $\psi = 0, \varepsilon^{-1}\ell$ $\quad w_{n1\psi} = 0$ (11)

....

Рекурентні системи крайових задач (5)-(8), (10), (11) дозволяють визначати шукані частоти і форми коливань з точністю до будь-якого степеня ε. Проте на практиці, як правило, буває достатньо обмежитися першими членами відповідних розкладань.

Відзначимо, що рівняння (5), (6) можна об'єднати в одне, яке у вихідних змінних співпадає з рівнянням конструктивно-ортотропної теорії

$$\left(D+E_c I/b\right)w_{oxxxx}+2Dw_{oxxyy}+Dw_{oyyyy}+\varepsilon_1 w_o-$$
$$-\tilde{\omega}^2\left(\rho_0 h+\rho_c F/b\right)\omega_0=0, \qquad \tilde{\omega}^2=\varepsilon^{-1}\omega_0^2+\omega_1^2 \qquad (12)$$

Граничні умови для рівняння (12) мають вигляд (2) ($w \to w_0$). Перша "швидка" поправка має у вихідних змінних вигляд

$$w_1=\frac{1}{24}\left(\frac{E_c i}{Db}\frac{\partial^4}{\partial x^4}-\lambda_0\frac{\rho_c F}{\rho_0 h}\right)w_0 y^2\left(y-b\right)^2.$$

Відзначимо, що співвідношення (7), (8) фізично означають, що під дією швидкозмінного по γ навантаження, деформація пластини зводиться в основному до циліндричного згину між ребрами.

Для розв'язання рівнянь пограничного шару (10) з крайовими умовами (11) можна ефективно використати метод Канторовича, а для визначення $\lambda_i\left(i\geq 0\right)$ - звичайну для методу збурення процедуру.

Побудовані розв'язки не складніші одержаних за конструктивно-ортотропною теорією і дозволяють оцінити границі застосування останньої. Вони легко узагальнюються на вільні і вимушені коливання.

Оцінка достовірності побудованих розв'язків тут і далі здійснювалась таким чином. По-перше, точні розв'язки частинних задач (деякі з них були одержані автором) розкладались в ряди по використовуваному малому параметру. Відповідні члени розкладань співпадають з роз'вязками за пропонованою в роботі методикою. По-друге, порівняння результатів розрахунку за одержаними формулами з відомими в літературі чисельними розв'язками також підтверджують достатню точність перших наближень.

Далі в першій главі розглянуто статичні задачі розрахунку ребристих пластин з урахуванням дискретного розміщення ребер. Значна увага приділена аналітичному розв'язанню осереднених задач, зокрема, розрахунку затисненої смуги і динаміці видовженої пластини, коли можна як малий параметр використати відношення геометричних параметрів.

У другій главі розглянуто ребристі циліндричні оболонки і оболонки обертання загального виду. Узагальнення розробленого методу на вказаний клас конструкцій не викликає принципових ускладнень. Оболонкова специфіка проявляється лише в осереднених рівняннях. Швидкоосцилюючий в кільцевому напряму додатковий стан визначається аналітично, а розрахунок пограничного шару зводиться до вивчених раніше задач вигину і плоского напруженого стану пластинки.

Як один з прикладів, розглянута задача, яка допускає точний розв'язок: деформація під дією рівномірного тиску інтенсивністю P ізотропної кругової циліндричної оболонки, підкріпленої N стрингерами відносної згинальної жорсткості $\alpha = NE_cI/(2\pi D)$. На рис. 1-3 наведені результати розрахунків нормального переміщення $w\left(w^* = Ehw/\left(PR^2\right)\right)$, поздовжнього $M_1\left(M_1^* = 3M_1/\left(35Ph^2\right)\right)$ і кільцевого $M_2\left(M_2^* = -3M_1/\left(35Ph^2\right)\right)$ згинального моментів. Приймалися такі значення геометрико-жорсткісних параметрів: N=60; $h^2R^{-2}N^4 = 73$; $\alpha R^2h^{-2} = 28.7$; $\nu = 0.3$

Як видно з рис. 1, поправки до переміщень w_0, визначених по конструктивно-ортотропній теорії, відносно малі. Зіставлення знайдених значень з точним роз'язанням у подвійних тригонометричних рядах* (рис.2, крива I) свідчить про задовільну точність запропанованого методу. Розрахунок без урахування стану типу погранпшару (відповідні криві на рис.2,3 позначені пунктиром) призводить до значних похибок при визначенні моментів у зонах, що прилягають до торців оболонки.

Врахування дискретності розташування поздовжнього силового набору для оболонки обертання загального виду на основі запропонованого підходу не більш складне, ніж для кругової циліндричної оболонки. Якщо конструктивно-ортотропне рішення знайдене, його уточнення робиться за допомогою простих аналітичних виразів.

---

* Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Теория ребристих оболочек. -Киев: Наукова думка, 1980.-368 с.

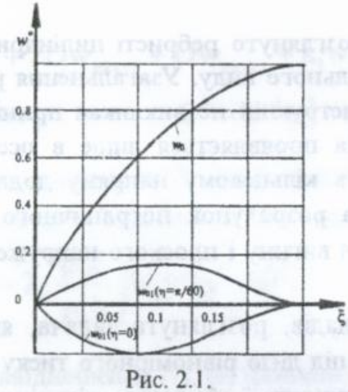

Рис. 2.1.

Продольний прогин стрингерної циліндричної оболонки під дією внутрішнього тиску

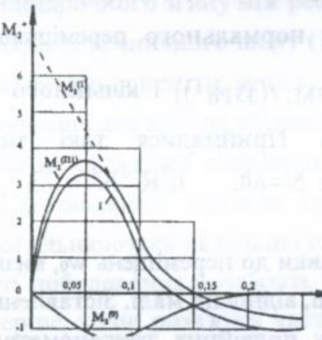

Рис. 2.2.

Кільцевий згинальний момент у стрингерній циліндричній оболонці під дією внутрішнього тиску

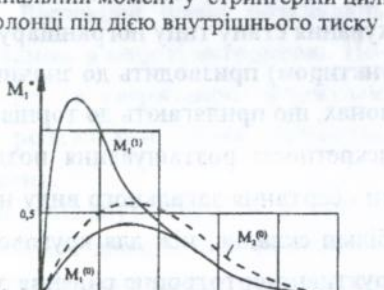

Рис. 2.3.

Продольний згинальний момент у стрингерній циліндричній оболонці, яка знаходиться під дією внутрішнього тиску

Відбувається розподіл труднощів: вихідна задача суттєвого двомірна, у той же час осереднена крайова задача має змінні коефіцієнти тільки по поздовжній координаті, змінність же коефіцієнтів у кільцевому напрямку враховується за допомогою простих формул. Як приклади досліджені ребристі зрізана конічна і напівсферична оболонки.

У главі розглянуті також оболонки з перехресним силовим набором (зокрема вафельні) і шпангоутні оболонки.

<u>У третій главі</u> розглянуто нелінійні задачі: нелінійна динаміка стрижня і динаміка стрижня з нелінійними граничними умовами. На доповнення до проведених в першій главі досліджень проведене врахування крутильної жорсткості ребер, несиметрії ребер відносно серединної поверхні обшивки і їх жорсткості на вигин з площини, а також ширини ребер. В останньому випадку використано підхід, що грунтується на асимптотичному розкладанні узагальнених функцій. Розглянута згинальна деформація безкінечної пластинки на пружній основі, підкріпленої періодичними системами ребер у двох головних напрямках. Вихідне диференціальне рівняння в частинних похідних може бути в цьому випадку записане в такому вигляді:

$$D\Delta\Delta w + cw + D_1F_1(x)w_{xxxx} + D_2F_2(y)w_{yyyy} = q(x,y).$$

тут

$$F_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[H(x+n\ell_1) - H(x+n\ell_1+a)\right];$$

$$F_2(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[H(y+n\ell_2) - H(y+n\ell_2+b)\right];$$

c - жорсткість основи; H(x) - функція Хевісайду; ℓ_1, ℓ_2 - відстань між ребрами; a, b- їх товщини.

Вважаючи параметри a,b малими (тобто ребра тонкими), розкладемо функції $F_1(x)$, $F_2(y)$ в ряди по цих малих параметрах. В результаті вихідне рівняння рівноваги переписується у вигляді:

$$D\Delta\Delta w + cw + D_1F_1(x)w_{xxxx} + D_2F_2(y)w_{1yyyy} = q(x,y) \qquad (13)$$

де $\Phi_1(x) = \Phi_{10}(x) + \Phi_{11}(x) + \Phi_{12}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\alpha\delta(x+n\ell_1) -$

$$-0.5\sum_{n=-\infty}^{\infty}\alpha^2\delta(x+n\ell_1)+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{k=2}^{\infty}(-1)^k a^{k+1}\delta^{(n)}(x+n\ell_1);$$

$$\Phi_2(y)=\Phi_{20}(y)+\Phi_{21}(y)+\Phi_{22}(y)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\alpha\delta(y+n\ell_2)-$$

$$-0.5\sum_{n=-\infty}^{\infty}\alpha^2\delta(y+n\ell_2)+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{k=2}^{\infty}(-1)^k a^{k+1}\delta^{(n)}(y+n\ell_2);$$

Розв'язок рівняння (13) можна шукати у вигляді такого асимптотичного розкладання по малих параметрах a,b.

$$w=w_0+\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}a^i b^j w_{ij}.$$

В результаті в нульовому наближенні одержуємо конструкцію з одномірними ребрами

$$D\nabla^4 w_0+cw_0+D_1\Phi_{10}(x)w_{0xxxx}+D_2\Phi_{20}(y)w_{0yyyy}=q(x,y)\quad(14)$$

Врахування ширини ребер легко здійснюється в наступних наближеннях, оскільки праві частини відповідних диференціальних рівнянь для всіх наближень одні й ті ж, і для побудови відповідних функцій Гріна, що забезпечують їх одноманітний розв'язок, можуть бути використані відомі методи.

Зокрема, в першому наближенні маємо (в припущенні a~b)

$$D\nabla^4 w_1+cw_1+D_1\Phi_{11}(x)w_{1xxxx}+D_2\Phi_{21}(y)w_{1yyyy}=0$$

Тут $w_1=w_{01}+w_{10}$.

Побудова рекурентної системи рівнянь наступних наближень тривіальна.

Перейдемо тепер до розв'язання диференціального рівняння (14). Розкладемо спочатку функції $\Phi_{10}(x),\Phi_{20}(y)$ в ряди Фур'є

$$\Phi_{10}(x)=1/\ell_1+(2/\ell_1)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\cos(2k\pi x/\ell_1)$$

$$\Phi_{20}(y)=1/\ell_2+(2/\ell_2)\sum_{k=-\infty}^{\infty}\cos(2k\pi y/\ell_2)\quad(15)$$

Залишаючи в розкладаннях (15) тільки постійні складові, приходимо до співвідношень конструктивно-ортотропної теорії

$$D\nabla^4 w_0+cw_{00}+(D_1a/\ell_1)w_{00xxxx}+(D_2b/\ell_2)w_{00yyyy}=q(x,y)\ (16)$$

Нехай характерні періоди зміни зовнішнього навантаження q(x,y)- L_1, L_2 , причому L_1~L_2, суттєво переважають відстані між ребрами ($\ell_1/L_1=\varepsilon\langle\langle 1$). Тоді змінні частини виразів (15) можна розкласти по малому параметру ε. Для цього розглянемо спочатку функцію $\varphi(\xi)=\cos(2k\pi\xi\varepsilon^{-1})(\xi = x/L_1)$ на періоді $-0.5\varepsilon \le \xi \le 0.5\varepsilon$. Застосувавши до неї двосторонне перетворення Лапласа, одержуємо

$$\overline{\varphi}(p) = 4\exp((-p\varepsilon))\varepsilon^2 p(\pi k)^{-2} / \left[1+(p\varepsilon/\pi k)^2\right],$$

$$k = 2n+1\ ; \quad \overline{\varphi}(p) = 0, k = 2n.$$

Розклавши далі функцію $\overline{\varphi}(p)$ у степеневий ряд

$$\overline{\varphi}(p) = 4\varepsilon^2 p(\pi k)^{-2} - 4\varepsilon^3 p^2(\pi k)^{-2} + \ldots$$

і переходячи почленно до оригіналів, маємо

$$\varphi(\xi) = 4\varepsilon^2 p(\pi k)^{-2}\left[\delta'(\xi)+\varepsilon\delta''(\xi)+\ldots\right].$$

Враховуючи пріодичність функцій $\Phi_{10}(x)$ та $\Phi_{20}(y)$, одержуємо

$$\Phi_{10}(x) = 1/\ell_1 + (2/\ell_1)\left[0.5\varepsilon^2\sum_{n=1}^{\infty}\delta'(x+n\ell_1) + 0.5\varepsilon^3\sum_{n=1}^{\infty}\delta''(x+n\ell_1)+\ldots\right]; \quad (17)$$

$$\Phi_{20}(x) = 1/\ell_2 + (2/\ell_2)\left[0.5\varepsilon^2\sum_{n=1}^{\infty}\delta'(x+n\ell_2) + 0.5\varepsilon^3\sum_{n=1}^{\infty}\delta''(x+n\ell_2)+\ldots\right], \quad (18)$$

де $\ell = L_2/L_1$.

Розв'язок рівняння (13) можна подати у вигляді розкладання

$$w_0 = w_{00} + \varepsilon^2 w_{001} + \varepsilon^3 w_{001} + \ldots \quad (19)$$

Підставляючи далі розкладання (17)-(19) в рівняння (13) і проводячи розщеплення по ε, маємо рекурентну систему рівнянь

$$D\Delta\Delta w_{001} + cw_{001} + (D_1 a/\ell_1)w_{001xxxx} + (D_2 b/\ell_2)w_{001yyyy} =$$

$$= -(2/\ell_1)\left[0{,}5\varepsilon^2\sum_{n=1}^{\infty}\delta'(x+n\ell_1) - (2/\ell_2)0{,}5\varepsilon^2\ell^2\sum_{n=1}^{\infty}\delta'(x+n\ell_2)\right]; \quad (20)$$

$$D\Delta\Delta w_{002} + cw_{002} + (D_1 a/\ell_1)w_{002xxxx} + (D_2 b/\ell_2)w_{002yyyy} =$$

$$= -(2/\ell_1)\left[0{,}5\varepsilon^2\sum_{n=1}^{\infty}\delta''(x+n\ell_1) - (2/\ell_2)0{,}5\varepsilon^2\ell^2\sum_{n=1}^{\infty}\delta''(x+n\ell_2)\right]; \quad (21)$$

. . . .

Інтегрування рівнянь з постійними коефіцієнтами (20),(21),... не викликає труднощів і особливо просто може бути виконано після побудови відповідної функції Гріна однорідного рівняння (16).

<u>У висновку</u> сформульовані основні результати роботи, які зводяться до слідуючого:

1. Розвинуто аналітичний метод розв'язання статичних і динамічних задач для ребристих пластин, що грунтується на використанні методу осереднення в поєднанні з іншими асимптотичними методами. Осереднені співвідношення виступають як перше наближення, а врахування дискретного характеру структури робиться за допомогою асимптотичного інтегрування диференціальних рівнянь з швидкозмінними правими частинами і граничними умовами.

2. Розвинуто ефективні методи роз'язання осереднених крайових задач.

3. Досліджено напружено-деформований стан підкріплених циліндричних оболонок і оболонок обертання при врахуванні дискретного характеру розміщення ребер.

4. Розвинуто асимптотичний метод інтегрування нелінійних крайових динамічних задач. Суть його полягає у зведенні вихідної задачі до безкінечної системи нелінійних алгебраїчних рівнянь з наступним її роз'язанням за допомогою методу продовження по параметру.

5. Досліджено важливі питання про вплив різних параметрів, які характеризують ребра, на процес уточненого розрахунку підкріплених конструкцій.

6. Показано, що поєднання методів теорії узагальнених функцій з асимптотичним методом дає простий підхід до обліку ширини ребер.

Основні результати дисертації опубліковані у роботах:

1. Андрианов И.В., Линник Р.Я., Сазонец О.Н. Асимптотическое исследование продольных колебаний стержня при нелинейных граничных условиях// Питання прикладної математики та математичного моделювання. - Дніпропетровськ, ДДУ, 1995. - С.4-8. (д.а. 35%). Дисертанту належить метод розв`язання та чисельні результати.

2. Андрианов И.В., Линник Р.Я. Новый асимптотический метод расчета подкрепленных конструкций при учете ширины ребер // Доклады НАН Украины, математика, естествознание, технические науки. - 1996 -№1.-С.33-34. (д.а. 50%). Дисертанту належать чисельні результати.

3. Линник Р.Я., Клочко Б.П. Расчет напряженного состояния элементов конструкций при учете их дискретности // Ресурсосберегающие технологии бетонов в транспортном и гидротехническом строительстве. Вып.1. Обычные и гидротехнические бетоны с заданными свойствами. Межвузовский сборник научных трудов. Днепропетровск. - 1995. -С.36-37. (д.а. 50%). Дисертанту належать чисельні результати та аналітична методика розрахунку.

4. Андрианов И.В., Линник Р.Я. Асимптотические методы в теории неоднородных пластин/ №2216-Ук 95. (д.а. 50%). Дисертанту належить аналітичний розв`язок крайової задачі. Депонирована в БУ Депонированные научные работы ВИНИТИ 1996, №1(289), б/о 230.

ANNOTATION

Linnik R. Ya. Asymptotic procedures in the theory of nonhomogeneous plates and shells. Thesis - manual submitting for the application of the Ph. D. in the field of Structural Mechanics, Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Odessa, 1997.

Thesis is devoted to the reinforsed plates and shells. Effective analytical approaches for above mentioned objects are proposed. Asymptotic procedures, in particular homogenization technique, are used. Constructed solutions have comfortable for engineering practice form. It may be used for a lot of problem of modern Structural Mechanics.

Аннотация

Линник Р.Я. Асимптотические методы в теории неоднородных пластин и оболочек.

Диссертация - рукопись на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 - строительная механика, Одесская государственная академия строительства и архитектуры, Одесса, 1997.

Диссертация посвящена расчету подкрепленных пластин и оболочек. Предложено эффективное аналитическое решение указанной задачи. Построенные решения удобны для применения в инженерной практике. Они могут быть использованы для решения многих задач строительной механики.

Ключові слова: оболонка, пластина, ребро, асимптотика, аналітичне розв'язання.

Підп. до друк. 31.01.97 Формат 60х84 1/16.
Папіра тип. №1. Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 1.0
Фарб.відб. 1.0. Уч.-вид. арк. 1.0
Тираж 100 Зам. №15
Фірма "ВІПОЛ"
252151, Київ, вул.Волонська, 60