НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ім.Г.В.КАРПЕНКА

На правах рукопису

**СИЛОВАНЮК
ВІКТОР ПЕТРОВИЧ**

МЕТОДИ ОЦІНКИ МІЦНОСТІ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНИХ ІЗОТРОПНИХ І ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ З ВКЛЮЧЕННЯМИ І ТРІЩИНАМИ

05.02.07 - механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня

доктора технічних наук

ЛЬВІВ 1997

Дисертацією є рукопис

Робота виконана у Фізико-мех

Науковий консультант: академ
профес

Офіційні опоненти: член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор
Красовський Арнольд Янович;

доктор технічних наук, професор
Гриліцький Дмитро Володимирович

доктор технічних наук,
старший науковий співробітник
Делявський Михайло Володимирович

Провідна організація: Одеський державний політехнічний університет

Захист відбудеться "7" березня 1997р. о 15 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 04.01.03 у Фізико-механічному інституті НАН України за адресою: 290601, Львів, МСП, вул.Наукова, 5.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Фізико-механічного інституту НАН України (290601, Львів, МСП, вул.Наукова, 5).

Автореферат розісланий "6" лютого 1997р.

Учений секретар
спеціалізованої ради,
доктор технічних наук,
професор Никифорчин Г.М.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертаційна робота присвячена розробці моделей і методів розрахунку процесів деформування та руйнування попередньо напружених, ізотропних та трансверсально-ізотропних матеріалів з дефектами різної природи (тріщини, жорсткі та пружні включення і т.п.), а також розв'язанню конкретних задач про міцність матеріалів з такими дефектами.

Актуальність теми. Сучасна наука про міцність матеріалів і конструкцій базується на концепціях механіки руйнування, яка передбачає дефектність і неоднорідність структури конструкційних матеріалів. У доповнення до класичних теорій міцності, механіка руйнування вивчає особливості процесів зародження тріщини в околі концентраторів напружень та поширення її в матеріалі. На даний час в цій галузі отримані важливі результати для однорідних та кусково-однорідних тіл при стаціонарному, нестаціонарному, а також циклічному навантаженнях з врахуванням пружних, пружно-пластичних, в'язко-пружних властивостей матеріалів, впливу активних середовищ, анізотропії, тощо.

У той же час науково-технічна проблема про міцність тіл і конструкцій, що руйнуються при наявності зусиль розтягу чи стиску, орієнтованих вздовж дефектів типу тріщин, ще донедавна була малодослідженою. Практика і експериментальні дані свідчать, що такі зусилля можуть відігравати суттєву, а іноді і вирішальну роль при руйнуванні. Прикладом такого руйнування є вихід з ладу опорних валків прокатних станів, різного роду опор, руйнування гірських порід і т.п. Причиною того, що такі дослідження залишилися поза увагою дослідників, є та обставина, що методами лінійної механіки руйнування (в рамках якої одержана переважна більшість відомих результатів) не можна врахувати впливу таких навантажень. Природньо, що розв`язок даного класу задач можна було б отримати, виходячи з нелінійної теорії пружності. Однак трудноці математичного плану, що виникають в рамках такої постановки задач механіки руйнування, не дозволяють отримати потрібні розв`язки.

В останні роки для вивчення впливу напружень розтягу-стиску, що діють вздовж тріщини, на процеси її поширення стали застосовуватись лінеаризовані теорії пружності. Такі теорії в різний час розроблялись в роботах М.Віо, А.Гріна, Р.Рівліна, В.В.Новожилова, О.М.Гузя і стосувались спочатку проблеми стійкості деформівних тіл.

Серед лінеаризованих теорій, що застосовуються для аналізу проблем руйнування матеріалів, відзначимо лінеаризовану теорію пружності тіл з початковими напруженнями, що запропонована в роботах О.М.Гузя. В цій теорії з єдиних позицій отримані загальні розв'язки рівнянь рівноваги для стисливих і нестисливих матеріалів з довільною формою пружного потенціалу.

У рамках даної лінеаризованої теорії О.М.Гузем отримані розв`язки широкого класу задач для встановлення впливу зусиль розтягу-стиску на поведінку тріщини нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсувів.

Окрім цих систематичних досліджень відзначимо також роботи В.М.Алєксандрова, Б.В.Соболя, Л.М.Філіппової, М.Курашіге, Д.Гаугтона, Р.Дхалівала та інших, що теж присвячені даній проблемі.

В роботах згаданих авторів при вирішенні питання гранично-рівноважного стану тіла з тріщиною застосовувались критерії крихкого руйнування Гріффітса чи Ірвіна.

Однак руйнування більшості конструкційних матеріалів супроводжується помітною пластичною деформацією і концепції крихкого руйнування не враховують особливостей, які виникають в цих випадках.

У даній роботі пропонується при дослідженні гранично-рівноважного стану попередньо напружених тіл з дефектами типу тріщин виходити з деформаційного критерію міцності, використання якого ефективне у випадках достатньо пластичних матеріалів. Для тріщини цей критерій зводиться до відомого КРТ-критерію критичного розкриття тріщини.

Другою проблемою, яка розглядається у роботі, є дослідження характерних особливостей напружено-деформованих станів анізотропних тіл з дефектами різної фізичної природи. Проблема впливу анізотропії пружних властивостей на несучу здатність конструкції отримує все ширше відображення в літературі. Суттєвий вклад в розвиток математичних методів теорії пружності анізотропного тіла внесли С.Г.Лєхніцький, Г.М.Савін, Д.В.Гриліцький, Л.А.Галін, Я.С.Космодаміанський, Т.Л.Мартинович, М.Вільямс, Г.Сі та інші. У зв`язку з розширенням і удосконаленням технологій виготовлення таких популярних конструкційних матеріалів як склопластики, боропластики, карбопластики і ін. (їх можна розглядати як однорідні анізотропні середовища), інтерес до вивчення особливостей деформування та руйнування таких анізотропних матеріалів не зменшується. Незважаючи на велике число публікацій з цієї проблеми, теорія руйнування анізотропних матеріалів ще недостатньо розроблена.

У даній роботі пропонується розрахункова модель трансверсально-ізотропних матеріалів з дефектами типу тріщин. Модель дозволяє з єдиних позицій вивчати особливості деформування та руйнування матеріалу в околі дефектів, що містяться в трансверсально-ізотропному тілі.

Мета і завдання роботи. Метою даної роботи є:

1) розробка фізично обґрунтованих моделей і методів для дослідження процесів деформування та руйнування попередньо напружених ізотропних та

трансверсально-ізотропних тіл з тонкими дефектами різної фізичної природи (тріщини, жорсткі і пружні включення, тощо);

2) встановлення закономірностей деформування та руйнування, а також критеріїв міцності попередньо напружених та трансверсально-ізотропних матеріалів з вказаними вище дефектами.

Досягнення цієї мети пов`язане з розв`язанням наступних задач:

- побудова математичної моделі тонких дефектів різної фізичної природи, що містяться в трансверсально-ізотропних і попередньо напружених тілах;
- розробка процедури застосування методу сингулярних інтегральних рівнянь для побудови розв`язку крайових задач лінійної теорії пружності трансверсально-ізотропних тіл та задач лінеаризованої теорії пружності тіл з початковими напруженнями;
- формулювання моделі тонкого пружного включення з урахуванням анізотропії матеріалу;
- розробка критерію виникнення та поширення тріщини біля концентраторів напружень;
- дослідження на основі запропонованих моделей і методів граничної рівноваги попередньо напружених та трансверсально-ізотропних тіл з тріщинами і включеннями.

Наукова новизна. У дисертації вперше зроблена постановка і отримані розв`язки крайових задачі лінеаризованої теорії пружності попередньо напружених тіл та лінійної теорії пружності трансверсально-ізотропних тіл, що містять плоскі області розриву переміщень і напружень.

Розроблена схема реалізації методу сингулярних інтегральних рівнянь для побудови розв`язків широкого класу нових задач про концентрацію напружень біля тонких дефектів різної природи, що містяться в попередньо напружених та трансверсально-ізотропних тілах.

Розроблена нова модель тонких трансверсально-ізотропних включень.

Запропонований деформаційно-енергетичний критерій виникнення і поширення тріщин біля концентраторів напружень.

Встановлені закономірності впливу початкових напружень, що діють вздовж площини розміщення дефектів, та анізотропії пружних властивостей на процеси деформування та руйнування пружних тіл з тріщинами та включеннями.

Достовірність отриманих результатів забезпечується математичною точністю в постановці та розв`язку крайових задач, фізичною коректністю розрахункових моделей, співставленням часткових випадків з відомими в літературі аналітичними та експериментальними даними.

Наукове значення і практична цінність полягає в створенні ефективного методу дослідження гранично рівноважного стану попередньо напружених та трансверсально-ізотропних тіл з тонкими дефектами. Розв'язано новий клас задач з механіки деформівного твердого тіла та механіки руйнування матеріалів.

Встановлені закономірності впливу початкових напружень розтягу-стиску, що діють вздовж тріщиноподібних дефектів на процеси деформування та руйнування тіл, мають практичне значення для оцінки міцності та довговічності елементів конструкцій, що експлуатуються в умовах напружень розтягу-стиску високої інтенсивності, міцності зварних з`єднань і т.п.

Встановлення закономірностей та особливостей впливу анізотропії пружних властивостей, форми та жорсткості включень на процеси деформування та руйнування неоднорідних матеріалів має практичне значення при формуванні структур композитів та інших матеріалів із заданими фізико-механічними властивостями. Зокрема, на основі проведених в роботі досліджень, запропонована розрахункова формула для визначення та прогнозування границі міцності дисперсно армованих структурно неоднорідних матеріалів по заданих параметрах форми, жорсткості та процентного вмісту частинок другої фази.

Безпосереднє практичне застосування результатів роботи проявилося в рекомендаціях по оцінці впливу форми і процентного вмісту графітових включень на міцність чавуну. Ці дані використані при формуванні високоміцних чавунів для склоформуючого устаткування.

На захист виносяться наступні результати:

- розрахункова модель тонких дефектів різної фізичної природи в попередньо напружених та трансверсально-ізотропних тілах, що грунтується на концепції плоскої області розриву переміщень і напружень у деформованому тілі;
- методика застосування сингулярних інтегральних рівнянь для розв`язування крайових задач лінеаризованої теорії пружності тіл з початковими напруженнями та лінійної теорії пружності трансверсально-ізотропних тіл;
- модель тонкого пружного включення для трансверсально-ізотропного матеріалу;
- деформаційно-енергетичний критерій виникнення та поширення тріщин біля концентраторів напружень;
- розв`язки широкого класу нових задач для визначення напружено-деформованого та граничного станів для попередньо напружених та трансверсально-ізотропних тіл з тріщинами та тонкими включеннями;
- закономірності впливу напружень, що діють вздовж дефектів, на поширення тріщин нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсувів;

- закономірності впливу анізотропії пружних властивостей матеріалів на деформування та руйнування в околі пружних та жорстких включень;
- закономірності впливу початкових напружень, що діють вздовж дефектів, на руйнування тіл з тонкими жорсткими та пружними включеннями;
- методика визначення та прогнозування міцності структурно неоднорідних матеріалів за відомими параметрами мікроструктури матеріалу (форми включень, їх жорсткості, розмірів та об`ємного вмісту);
- оцінки міцності чавунів при зміні форми графітових включень від пластинчатих до глобулярних.

Апробація роботи. Основні положення і окремі результати дисертації доповідались на:

1. 8-й Міжнародній конференції з механіки руйнування матеріалів (Київ, червень, 1993р.).
2. V-тому Всесоюзному з`їзді по теоретичній і прикладній механіці (Алма-Ата, травень-червень, 1981р.).
3. III і IV Всесоюзних конференціях "Смешанные задачи механики деформированного тела"(Харків, 1985р., Одеса, 1989р.).
4. II-й Всесоюзній конференції по теорії пружності (Тбілісі, 1984р.).
5. I-й Всесоюзній науково-технічній конференції "Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материаллов"(Кам`янець-Подільський, 1982р.).
6. IV-тому Всесоюзному симпозіумі "Механика конструкций из композиционных материалов" (Новосибірськ, 1982р.).
7. IV-й Всесоюзній конференції "Проблемы научных исследований в области изучения и освоения Мирового океана" (Владивосток, 1983р.).
8. II-й Всесоюзній конференції "Механика неоднородных структур"(Львів, 1983р.).
9. V-й Всесоюзній конференції з механіки полімерних та композитних матеріалів (Рига, 1983р.).
10. I Всесоюзному симпозіумі "Математические методы механики деформируемого твердого тела" (Москва, 1984р.).
11. I-й Всесоюзній конференції "Механика разрушения материалов" (Львів, 1987р.).
12. I-ому Всесоюзному симпозіумі "Механика и физика разрушения композитных материалов и конструкций"(Ужгород, 1988р.).
13. Всесоюзній конференції "Интегральные уравнения и краевые задачи математической физики"(Владивосток, 1990р.).

Публікації. За матеріалами виконаних досліджень опубліковано 43 роботи, в тому числі монографія "Концентрация напряжений в трехмерных телах с тонкими включениями". - Киев:Наукова думка, 1986. - 216с. (Співавтори: В.В.Панасюк і М.М.Стадник) і 10 одноосібних статей.

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, 8 розділів, висновків, списку літератури. Загальний обсяг дисертації 370 сторінок машинописного тексту, що містить 57 рисунків та бібліографічний список з 291 найменування.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі сформульовані мета роботи, її актуальність та основні наукові положення, що виносяться на захист.

Перший розділ носить допоміжний характер. Тут дається короткий огляд літератури з проблем, що розглядаються в дисертації. Наведені основні співвідношення теорії пружності трансверсально-ізотропних тіл та співвідношення лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими напруженнями. Приводяться також елементи теорії інтегральних перетворень Фур'є та Ганкеля. Ці відомості необхідні при викладі матеріалу наступних розділів.

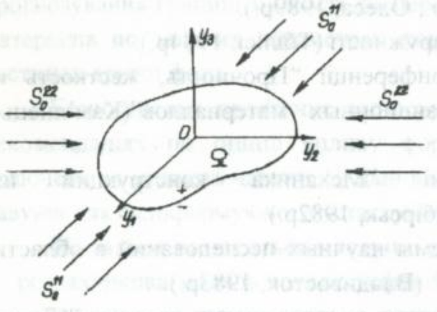

Рис. 1. Плоска область розриву переміщень і напружень в пружному тілі.

У другому розділі пропонується розрахункова модель тонких дефектів різної природи, що містяться в попередньо напружених та трансверсально-ізотропних тілах. Такі дефекти в конструкційних матеріалах у рамках концепцій механіки деформівного твердого тіла моделюються поверхнями, при перетині яких відбувається розрив переміщень або напружень, чи переміщень і напружень одночасно - в залежності від природи тріщиноподібного дефекту.

Розглядається необмежене пружне ізотропне тіло з довільною формою пружного потенціалу. Початковий напружений стан вважається однорідним і виражається компонентами симетричного тензора напружень $S_{11}^0 = S_{22}^0 \neq 0$, $S_{33}^0 = 0$ або коефіцієнтами видовження $\lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$ вздовж осей $0y_i (i = 1,2,3)$ декартової системи координат, введеної в початковому напруженому стані. Припускається, що в площині $y_3 = 0$ такого тіла міститься плоский розріз Ω, на якому задані розриви переміщень і напружень (рис.1):

$$[\vec{\sigma}_N]_\Omega = \vec{f}, \; [\bar{u}]_\Omega = \bar{g}. \qquad (1)$$

Гармонічні в системах координат $\left(y_1, y_2, y_3/\sqrt{n_j}\right)$ функції φ_j, до визначення яких зводиться розв'язок статичних просторових задач лінеаризованої теорії пружності для матеріалів з початковими напруженнями (Гузь А.Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями. - Киев: Наук.думка, 1983. - 296с.), розшукуються у вигляді інтегрального представлення Фур'є:

$$\varphi_j = \int\int_{-\infty}^{\infty} A_j(\xi, \eta) \exp\left(-\frac{|y_3|}{\sqrt{n_j}}\sqrt{\xi^2 + \eta^2} + i(y_1\xi + y_2\eta)\right)\frac{d\xi d\eta}{\xi^2 + \eta^2}. \quad (2)$$

Приєднуючи до граничних умов (1) очевидні умови неперервності напружень і переміщень поза областю Ω з використанням інтегральних перетворень Фур'є, отримуються співвідношення для знаходження функції A_j через стрибки $\vec{f}$ і $\vec{g}$:

$$A_j = a_{ij}F(g_i) + b_{ij}F(f_i), \quad (3)$$

$$F(g) = \iint_{\Omega} g(y_1, y_2)\exp[-i(y_1\xi + y_2\eta)]dy_1dy_2.$$

Коефіцієнти a_{ij}, b_{ij} включають в себе пружні сталі матеріалу та параметри поля початкових напружень.

Переміщення і напруження в будь-якій точці тіла отримуються на основі співвідношень (2), (3) і мають вигляд

$$u_j(y_1, y_2, y_3) = L_{ji}(g_i, f_i),$$

$$\sigma_{kj}(y_1, y_2, y_3) = M_{kji}(g_i, f_i), \quad (4)$$

де L_{ij}, M_{kji} - інтегральні оператори.

На основі наведеного розв'язку побудовані інтегральні рівняння і розв'язок першої, другої та змішаної основних задач лінеаризованої теорії пружності тіл з початковими напруженнями для плоского математичного розрізу.

Такі ж результати отримані для плоскої області розриву переміщень і напружень, що знаходиться в площині ізотропії трансверсально-ізотропного тіла.

Розглянуті задачі дозволяють досліджувати поведінку дефектів та неоднорідностей різної фізичної природи, зокрема, тріщини з довільно завантаженими берегами, жорсткі включення, включення з відшарованими берегами, а також тонкі пружні включення, якщо скористатися модельними співвідношеннями, отриманими нижче.

У випадку ізотропних матеріалів в рамках лінійної теорії пружності ця проблема досліджувалась в роботах Г.Я.Попова, М.М.Стадника, Г.С.Кіта, М.В.Хая.

У літературі відомі моделі тонких пружних включень, різні варіанти яких запропоновані в роботах А.С.Хачикяна, К.Р.Чобаняна, Д.В.Грилицького, С.М.Мхітаряна, Г.П.Черепанова, Я.С.Підстригача, М.М.Стадника і М.В.Хая.

У даній роботі пропонується розрахункова модель тонкого пружного включення з трансверсально-ізотропного матеріалу. Припускається, що включення обмежене гладкою поверхнею і площина ізотропії матеріалу співпадає з плоскою серединною областю включення Ω. Застосувавши операцію сумування співвідношень по товщині включення h, методом усереднення рівнянь рівноваги та закону Гука для трансверсально-ізотропного тіла отримано шість умов, які зв'язують переміщення і напруження на поверхні включення:

$$A_{11}\frac{\partial^2(u_j)}{\partial x_j^2}+A_{12}\frac{\partial^2(u_j)}{\partial x_j\partial x_k}+A_{13}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{[u_3]}{h}\right)+\frac{(A_{11}-A_{12})}{2}\left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j^2}+\frac{\partial^2(u_k)}{\partial x_j\partial x_k}\right)+\frac{[\sigma_{j3}]}{h}=0,$$

$$A_{44}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{[u_1]}{h}\right)+\frac{\partial^2(u_3)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{[u_2]}{h}\right)+\frac{\partial^2(u_3)}{\partial x_2^2}\right)+\frac{[\sigma_{33}]}{h}=0, \tag{5}$$

$$(\sigma_{j3})=A_{44}\left(\frac{[u_j]}{h}+\frac{\partial(u_3)}{\partial x_j}\right),$$

$$(\sigma_{33})=A_{13}\left(\frac{\partial(u_1)}{\partial x_1}+\frac{\partial(u_2)}{\partial x_2}\right)+A_{33}\frac{[u_3]}{h}\quad j=1,k=2;\ j=2,k=1.$$

Тут квадратна і кругла дужки означають різницю і суму значень величини на протилежних сторонах поверхні V.

На основі співвідношень (5) та результатів розв'язку задачі про плоску область розриву переміщень і напружень отримані інтегральні рівняння для задачі про тонке пружне включення в попередньо напруженому матеріалі та трансверсально-ізотропному тілі.

У цьому ж розділі пропонується критерій виникнення і поширення тріщини біля концентраторів напружень, що базується на деформаційній теорії міцності і умовах енергетичного балансу.

На даний час в механіці руйнування тіл з тріщинами чи концентраторами напружень вже розроблені різні критерії цілісності таких тіл. Але, як правило, відомі критерії обмежуються лише встановленням гранично-рівноважного стану тіла з макротріщиною. При цьому залишається без відповіді питання про величину підростання тріщини після її старту. Визначення області підростання тріщини в результаті одноразового прикладання навантаження має важливе значення, оскільки цілісність конструкції може зберігатися при підростанні тріщини до певної межі.

У цьому розділі роботи пропонується критерій, що дозволяє визначати поряд з граничним значенням навантаження розмір стрибка тріщини під час її старту. При цьому процеси зародження та поширення тріщини в тілі трактуються з єдиної точки зору, як порушення суцільності матеріалу вздовж деякої поверхні.

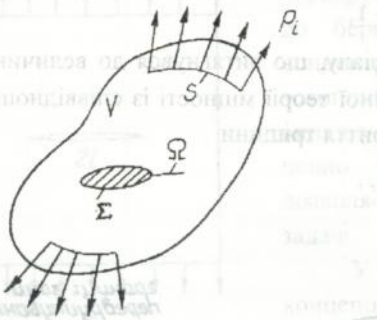

Рис. 2. Схематичне зображення тіла з концентратором напружень.

За необхідну і достатню умови того, щоб розрив матеріалу вздовж деякої поверхні Ω відбувся (рис.2), приймається одночасне виконання двох критеріальних умов - деформаційної та енергетичної, а саме:

1) гранично-рівноважний стан тіла з концентратором напружень визначається на основі класичного деформаційного критерію міцності, який зводиться, як відомо, до такої рівності:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon_c , \tag{6}$$

де ε_{max} – максимальні деформації розтягу в околі концентратора; ε_c - граничне значення деформації, при якій відбувається розрив матеріалу,

2) величина області розриву суцільності в тілі визначається з умови енергетичного балансу, яка при нехтуванні тепловими та динамічними ефектами має вигляд:

$$\int_\Omega \sigma_i \Delta u_i d\Omega = 4\gamma \int_\Omega d\Omega . \tag{7}$$

Тут γ - густина енергії, що необхідна на утворення одиниці нової поверхні тіла (енергія руйнування); σ_i - напруження в тілі в області Ω до утворення розриву; Δu_i - переміщення берегів утвореної тріщини.

Таке представлення процесу виникнення чи поширення тріщини є закономірним, оскільки для того, щоб відбувся розрив матеріалу, потрібно, щоб деформація в екстремальній точці досягла граничного значення ε_c, а щоб відбулося поширення тріщини вздовж деякої області Ω, необхідно забезпечити достатнє накопичення пружної енергії деформації в околі концентратора.

Підхід до проблеми міцності матеріалів з позицій механіки руйнування передбачає, що в околі концентратора напружень формується область передруйнування, де матеріал деформується за границю пружності. Згідно прийнятої деформаційної теорії міцності постає завдання визначення деформації в цій зоні. Стосовно тріщини як концентратора напружень ця проблема вирішується на основі відомої δ_c - моделі (В.В.Панасюк. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. - Киев: Наук.думка, 1968 - 246с.) і зводиться до визначення розкриття δ_1 вершини тріщини. Зона передруйнування моделюється розрізом, береги якого взаємодіють з напруженнями σ_0. Деформація в цій зоні визначається, як при дослідженні зразка на розтяг:

$$\varepsilon = \frac{\delta_1}{d} - 1, \qquad (8)$$

де d - початкова довжина елемента матеріалу, що витягнувся до величини δ_1 (Рис.3). Прийнявши умови (6) деформаційної теорії міцності із співвідношення (8) отримується критерій критичного розкриття тріщини

$$\delta_1 = \delta_{1c}, \qquad (9)$$

де $\delta_{1c} = (1 + \varepsilon_c)d$ – константа матеріалу.

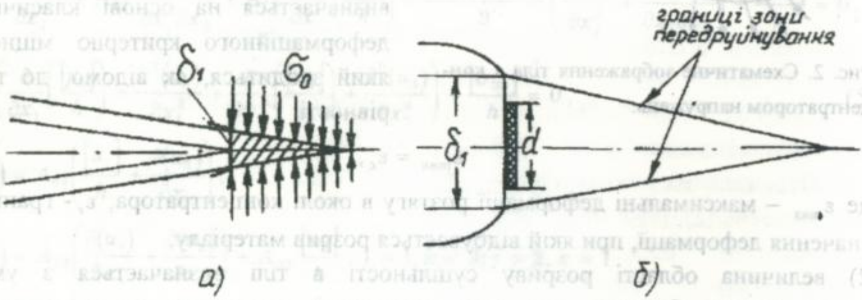

Рис. 3. Схематичне зображення вершини тріщини із зоною передруйнування:

а) схема навантажень;

б) схема зміщення берегів модельного розрізу.

Рис. 4. Концентратор напружень із зоною передруйнування.

У випадку довільного концентратора напружень зони передруйнування по аналогії з тріщиною пропонується моделювати математичними розрізами, береги яких взаємодіють з певними напруженнями (Рис.4).

Згідно з концепцією деформаційної теорії міцності приймається, що суцільність матеріалу порушується, якщо розриви переміщень берегів математичного розрізу (моделі зони передруйнування) досягають критичних значень

$$u_i^+ - u_i^- = \delta_{ic}, \; i = I, II, III . \tag{10}$$

Така постановка відповідає уявленням δ_c-моделі в теорії тріщин і є її поширенням на дефекти та концентратори напружень довільної природи.

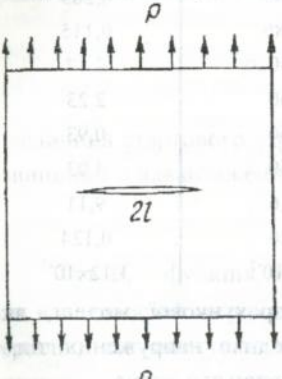

Рис. 5. Схема розтягу нескінченної пластинки з тріщиною.

Відзначимо, що схема зон передруйнування та напруження, що прикладені до берегів розрізів визначаються природою концентраторів напружень і характером зовнішнього навантаження. В конкретному випадку вибирається модель, що достатньо повно відображає механізм руйнування та дозволяє провести аналіз відповідної крайової задачі.

У цьому ж розділі запропонована концепція, застосована до класичної задачі Гріффітса (рис.5). В доповнення до відомого розв'язку цієї задачі в рамках δ_c-моделі, що полягає у встановленні значення граничного навантаження

$$p_* = \frac{2}{\pi}\sigma_0 \arccos \exp\left(-\frac{\delta_{Ic}\pi E}{8l\sigma_0}\right), \tag{11}$$

отримана формула для обчислення величини області поширення тріщини (Δl) у цьому випадку, а саме:

$$\Delta l = \frac{8\gamma E}{\pi p_*^2} - 2l . \tag{12}$$

Тут E – модуль Юнга; p_* – визначається згідно (11).

Як видно з отриманого співвідношення (12), величина області поширення тріщини суттєво залежить від початкової довжини тріщини. Коли довжину тріщини $2l$ спрямувати до нуля, то Δl залишається скінченною величиною і дорівнює:

$$\Delta l_* = \frac{8\gamma E}{\pi\sigma_0} . \tag{13}$$

Це значення Δl_* можна, очевидно, вважати мінімальним розміром макротріщини, що може виникнути в даному матеріалі в умовах одноосного розтягу. Розрив матеріалу вздовж меншої площі енергетично необумовлений.

Аналогічні дослідження проведені для лінійної тріщини в умовах поперечного та поздовжнього зсувів.

У таблиці 1 наведені деякі співставлення значень Δl_*, які одержані на підставі формули (13) і формул, що встановлені у згаданій монографії В.В.Панасюка (1968).

Таблиця 1.

Матеріал	Δl_* (мм)	$2a_*$ (мм)
Сталь 50ХН	0,460	0,285
Сталь (низькотемпературні дослідження)	0,186	0,115
Алюмінієвий сплав АКЧ – 1ч	3,50	2,17
Титановий сплав ВТЗ – 1	3,60	2,23
Чавун	1,50	0,93
Карбопластик	6,50	4,03
Склопластик	14,6	9,11
Скло силікатне	0,20	0,124
Монокристал NaCl	$1{,}8\times10^{-5}$	$1{,}12\times10^{-5}$

Третій розділ присвячений застосуванню розрахункової моделі, яка запропонована в роботі для оцінки міцності попередньо напружених тіл з тріщинами нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсувів.

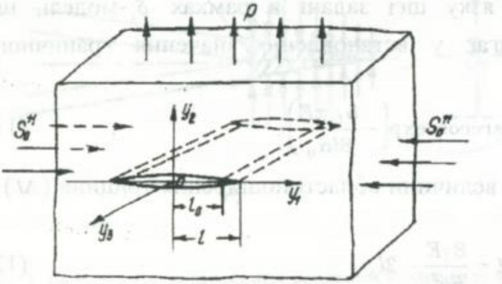

Рис. 6. Попередньо напружене тіло з тріщиною нормального відриву.

Розглядається тріщина, що займає область у вигляді смуги $\left(|y_1| \le l_0, -\infty < y_3 < \infty\right)$ в площині $y_2 = 0$ попередньо напруженого нескінченного тіла (рис.6). Поле початкових напружень характеризується компонентами симетричного тензора напружень $S_0^{11}, S_0^{33}\left(S_0^{22} = 0\right)$ або коефіцієнтами видовження $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ вздовж координатних осей, тобто початкові напруження – це напруження розтягу-стиску вздовж площини розміщення тріщини. Додаткові навантаження тіла беруться такі, що викликають на тріщині деформації нормального відриву, поперечного чи поздовжнього зсувів. При цьому згідно δ_c-моделі припускається, що в області $l_0 < |y_1| < l$ матеріал деформується за границю пружності, утворюючи зону передруйнування. Ця область моделюється розрізами на продовженні тріщини, береги яких взаємодіють з напруженнями σ_0 у випадку нормального відриву, τ_0 – у випадках поперечного та поздовжнього зсувів, якщо розрив переміщень в точках $y_1 = \pm l_0$ не перевищує відповідно величин $\delta_{Ic}, \delta_{IIc}, \delta_{IIIc}$ - постійних матеріалу. При відсутності змiцнення матеріалу величини σ_0, τ_0 співпадають з границями текучості σ_T, τ_T.

Отримані розв'язки відповідних крайових задач і на підставі деформаційно-енергетичних критеріїв знайдено значення граничних навантажень та області поширення тріщин. Зокрема, для тріщини нормального відриву граничне значення зовнішнього навантаження p_* визначається формулою

$$p_* = \frac{2}{\pi}\sigma_0 \arccos\left(\exp\left(-\frac{\delta_{Ic}\pi B_4}{8l_0\sigma_0}\right)\right), \tag{14}$$

а величина стартового стрибка тріщини Δl у результаті монотонного зростання зовнішнього навантаження дорівнює

$$\Delta l = \frac{8\gamma B_4}{\pi p_*} - 2l_0. \tag{15}$$

Тут B_4 – функція, що характеризує вплив початкових напружень та пружних властивостей матеріалу. Наприклад, для високоеластичних нестисливих матеріалів, що описуються потенціалом типу Трелоара, ця функція набуває вигляду

$$B_4 = \frac{2C_{10}\left(\lambda_1^9 + \lambda_1^6 + 3\lambda_1^3 - 1\right)}{\lambda_1^4\left(\lambda_1^3 + 1\right)}, \ \lambda_1 = \sqrt{1+\varepsilon_1},$$

де C_{10} – пружна стала; ε_1 – компонента тензора деформацій Гріна.

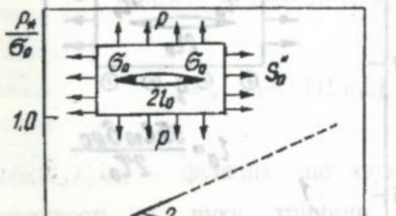

Рис. 7. Залежність граничного навантаження розтягу від інтенсивності попередньої деформації.

При низьких рівнях зовнішнього навантаження отримані співвідношення описують локалізоване пластичне деформування біля вершини тріщини через коефіцієнти інтенсивності напружень K_I, що збігається з відомими результатами (див. згадану монографію О.М.Гузя).

Аналогічні дослідження по встановленню граничної рівноваги попередньо напруженого тіла проведені для тріщин поперечного та поздовжнього зсувів.

Проведено детальний аналіз отриманих результатів для кількох типів пружних потенціалів, що відповідають достатньо жорстким та високоеластичним матеріалам. Встановлено особливості впливу розтягуючих та стискуючих напружень, що діють вздовж тріщини нормального відриву та поперечного і поздовжнього зсувів. Зокрема, для високоеластичних матеріалів, що описуються потенціалом типу Трелоара, побудовані графічні залежності величини граничного навантаження від початкових зусиль розтягу-стиску вздовж тріщини нормального відриву (рис.7), поперечного (рис.8) та поздовжнього (рис.9) зсувів. Частини кривих, що позначені як 1 і 2, відносяться до попередньої деформації стиску та розтягу відповідно. Знаком "*" позначено точки на графіках, коли відсутня попередня деформація тіла. Як видно з наведених кривих, вплив вказаних зусиль на процеси деформування та поширення тріщин різних типів неоднаковий. Так, зусилля розтягу відіграють роль зміцнюючого фактору стосовно тріщини нормального відриву і, навпаки, полегшують процес поширення тріщин зсуву. Початкові зусилля стиску сприяють поширенню тріщини нормального відриву і гальмують розвиток тріщини поздовжнього зсуву. Вплив зусиль стиску на тріщину поперечного зсуву носить дещо складніший характер. До певного рівня зусилля стиску зміцнюють тіло, збільшуючи величину руйнуючого навантаження. Однак, починаючи з певного значення характер впливу змінюється на протилежний. При дальшому зростанні зусиль стиску до значень, що відповідають втраті стійкості півпростору при стиску, спостерігаються явища різкого падіння до нуля граничного навантаження для тріщин нормального відриву і поперечного зсуву. Для тріщин поздовжнього зсуву явищ резонансного типу не спостерігається.

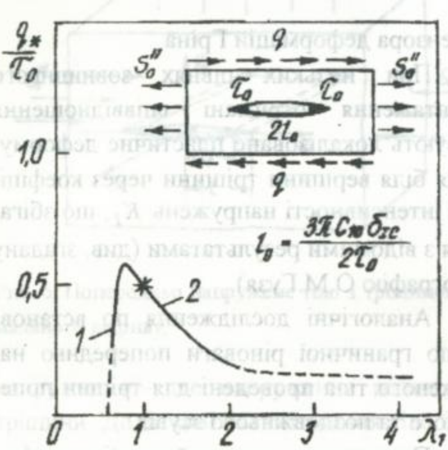

Рис. 8. Залежність величини граничного навантаження зсуву від інтенсивності початкової деформації.

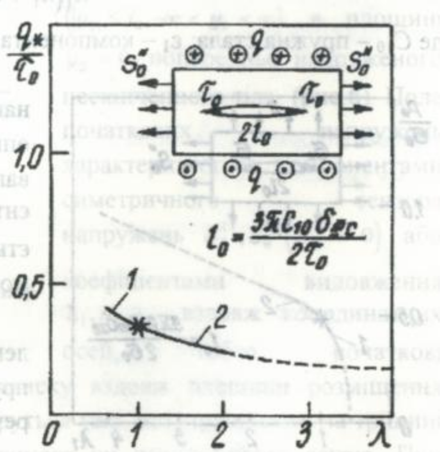

Рис. 9. Залежність граничного навантаження від інтенсивності початкових деформацій.

У четвертому розділі розглядаються динамічні задачі про рух тріщин в попередньо напружених тілах. Вперше задача такого типу без урахування напружень вздовж тріщини розглядалась Е.Йоффе. В роботах О.М.Гузя такі динамічні задачі розглянуті без врахування області послаблених зв'язків біля вершини тріщини. Припускається, що тріщина у вигляді смуги $(|y_1| \le l_0, -\infty < y_2 < \infty)$ рухається в площині $y_2 = 0$ попередньо напруженого тіла вздовж осі Oy_1 з постійною швидкістю υ (рис.10). Додаткові зовнішні зусилля викликають на тріщині деформації нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсувів. Згідно δ_c - моделі, припускається, що на продовженні тріщини в її площині формуються області, де матеріал деформований за границю пружності.

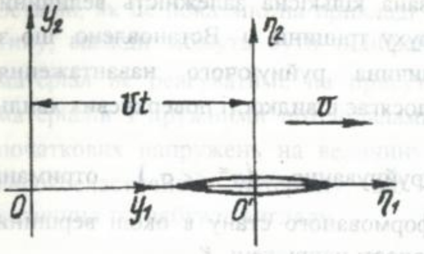

Рис. 10. Рух тріщини в попередньо напруженому тілі.

Для розглянутих трьох основних типів деформації тріщини отримані замкнуті розв'язки відповідних крайових задач, з яких випливає важливий практичний результат: протяжність області послаблених зв'язків (у рамках сформульованої задачі) не залежить від швидкості руху тріщини υ та початкових напружень, що діють вздовж тріщини.

Переміщення берегів тріщини нормального відриву визначається співвідношенням

$$u_2(\eta_1, 0) = L(\upsilon, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)\sigma_0 \left\{(\eta_1 - l_0)\Gamma(l, \eta_1, l_0) - (\eta_1 + l_0)\Gamma(l, \eta_1, -l_0)\right\},$$

$$\eta_1 = y_1 - \upsilon t; \quad \Gamma(l, \eta_1 \xi) = \ln \frac{l^2 - \eta_1 \xi - \sqrt{\left(l^2 - \eta_1^2\right)\left(l^2 - \xi^2\right)}}{l^2 - \eta_1 \xi + \sqrt{\left(l^2 - \eta_1^2\right)\left(l^2 - \xi^2\right)}}, \tag{16}$$

$L(\upsilon, \lambda_1, \lambda_2 \lambda_3)$ – функція, що характеризує вплив початкових напружень та швидкості υ руху тріщини. Наприклад, для високоеластичних тіл неогуківського типу ця функція має вигляд

$$L_1 = \frac{\beta^2 - \lambda_2^2}{4C_{10}\pi\left[\left(\lambda_2^2 + \beta^2\right) - 4\lambda_2^3\beta\right]}, \quad \beta = \sqrt{\lambda_1^2 - \frac{\upsilon^2}{c_S^{02}}}.$$

Тут λ_1, λ_2 – коефіцієнти видовження вздовж осей y_1, y_2; c_S^0 – швидкість хвилі зсуву в тілі без початкових напружень.

Величина зони передруйнування для тріщини відриву буде такою:

$$l - l_0 = l_0\left[\sec\left(\frac{\pi p}{2\sigma_0}\right) - 1\right],$$

тобто співпадає з результатами відповідної задачі статики лінійної теорії пружності тіл без початкових напружень.

Згідно критерію критичного розкриття тріщини отримуємо величину граничного навантаження

$$\sigma_*^\infty = \frac{2}{\pi}\sigma_0 \arccos \exp\left(-\frac{\delta_{Ic}^d}{8\sigma_0 l_0 L(\upsilon, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)}\right). \tag{17}$$

З цієї формули випливає, що $\sigma_*^{(\infty)}$ суттєво залежить від швидкості руху тріщини і зовнішніх зусиль вздовж тріщини. На прикладі матеріалів з пружним потенціалом Трелоара у дисертації показана кількісна залежність величини граничного навантаження від швидкості руху тріщини υ. Встановлено, що з ростом швидкості руху тріщини величина руйнуючого навантаження зменшується, а у випадку, коли швидкість досягає швидкості поверхневих хвиль Релея – прямує до нуля.

У випадку малих зон передруйнування $\left(\sigma^\infty << \sigma_0\right)$ отримані співвідношення для опису напружено-деформованого стану в околі вершини тріщини за допомогою коефіцієнта інтенсивності напружень K_I:

$$l - l_0 = \frac{\pi K_I}{8\sigma_0}, \quad 2u_2(\pm l_0, 0) = \frac{\pi K_I^2 L}{\sigma_0}, \quad K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi l_0}\,. \tag{18}$$

Для тріщин поперечного та поздовжнього зсувів проведені аналогічні дослідження. Встановлені особливості руху тріщини в цих випадках.

У п`ятому розділі в постановці δ_c - моделі розглянуті питання міцності попередньо напружених тіл, що містять кругові в плані тріщини. Припускається, що під впливом додаткових навантажень навколо тріщини утворюється плоска кільцева область, в якій матеріал деформується за межі пружності. Напруження, що виникають в цій області, вважаються рівними границі міцності матеріалу при деформації нормального відриву і τ_0 - при зсуві.

Для випадків внутрішнього тиску у тріщині та заданого на нескінченності однорідного поля одноосного розтягу отримані точні розв`язки задач. Тут, як і для двовимірного випадку, величина зони передруйнування не залежить від початкових зусиль вздовж тріщини і співпадає із відповідним результатом В.В.Панасюка (В.В.Панасюк "Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. - Киев: Наук.думка, 1968. - 241с.). Для визначення граничного навантаження отримані співвідношення

$$p_* = \sigma_0 \frac{a_*}{a}\sqrt{\frac{2a}{a_*} - 1} \tag{19}$$

для розтягу на нескінченності і

$$p_* = \sigma_0\left(1 + \sqrt{\frac{2a}{a_*}}\right)\frac{a_*}{a} \tag{20}$$

для внутрішнього тиску в порожнині тріщини. Тут a – радіус тріщини, $a_* = \dfrac{\pi B_4 \delta_{Ic}}{4\sigma_0}$, $a > a_*$, B_4 – функція, що характеризує вплив початкових напружень. Умова $a < a_*$ визначає розмір тріщин, що при розглянутих видах зовнішнього навантаження не поширюються, тобто тіло з такими дефектами володіє міцністю бездефектного матеріалу $(p_* = \sigma_0)$. Оскільки величина a_* визначається, окрім пружних констант, також рівнем початкових напружень, то останні, як це показано на прикладі тіл з пружними потенціалами поширеного типу, завжди можуть бути підібрані так, щоб було $a < a_*$ і, таким чином, матеріал не реагуватиме на присутність тріщин розміром a_* і менше. Для матеріалів з пружними потенціалами різного типу проведений аналіз впливу початкових напружень на величину граничного навантаження. Зокрема, для високоеластичного матеріалу, що описується потенціалом типу Трелоара, величина a_* набуває вигляду

$$a_* = \frac{\pi C_{10}\left(\lambda_1^9 + \lambda_1^6 + \lambda_1^3 - 1\right)\delta_{Ic}}{2\lambda_1^4\left(\lambda_1^3 + 1\right)\sigma_0}, \tag{21}$$

де C_{10} – пружна стала неогуківського матеріалу; λ_1 – коефіцієнт відносного видовження вздовж осі y_1.

Як видно з наведеного співвідношення та формул (19), (20), зусилля розтягу вздовж тріщини відіграють роль фактору, що гальмує процес поширення тріщини, в той час як стискуючі зусилля полегшують її ріст.

Покладаючи в задачі, що розглянута вище, $l_1 = l_2 = 1$ (l_1, l_2 – параметри попередньо напруженого стану) та здійснюючи формальну заміну постійних лінеаризованої теорії пружності тіл з початковими напруженнями на відповідні пружні сталі трансверсально-ізотропних тіл, отримуються співвідношення, що відповідають гранично-рівноважному стану трансверсально-ізотропного безмежного тіла з круговою тріщиною в площині ізотропії. Відмічається залежність граничного навантаження від анізотропії пружних сталих, чого не спостерігається при застосуванні силового критерію Ірвіна для цієї задачі.

У цьому ж розділі отримані розв'язки задач про кручення грубого циліндра з тріщиною та задачі про кругову тріщину в умовах радіального зсуву. Наводяться аналітичні залежності для визначення зони послаблених зв'язків, розкриття тріщини та граничного значення зовнішнього навантаження. Проведений аналіз залежності вказаних величин від зусиль розтягу-стиску вздовж тріщини. Як і в попередніх випадках здійснено перехід до відповідної задачі трансверсально-ізотропного тіла без початкових напружень. Відмічаються особливості впливу початкових напружень та анізотропії пружних властивостей на поширення тріщини в умовах кручення та зсуву.

Шостий розділ присвячений вивченню закономірностей деформування та руйнування попередньо напружених та трансверсально-ізотропних матеріалів з тонкими жорсткими включеннями. Аналіз проведено на основі отриманих в розділі 2 інтегральних рівнянь для цих випадків.

Проблема тонкого жорсткого включення (кругового чи еліптичного), вміщеного в нескінченне ізотропне тіло, вивчалась такими авторами, як Г.Я.Попов, В.Коллінз, Л.Кір, М.Кассір, Дж.Сі.

У даній постановці припускається, що в плоский розріз Ω, зроблений в площині $y_3 = 0$ попередньо напруженого тіла (або в площині ізотропії трансверсально-ізотропного тіла) встановлено без натягу жорстке тонкостінне включення. Для різних видів зовнішнього навантаження і форми включення у вигляді еліптичного диска отримані розв'язки відповідних крайових задач. В усіх розглянутих задачах встановлені залежності напружень, що виникають в околі включень, від величини початкових напружень. На прикладі матеріалів з конкретною формою пружного потенціалу проведений аналіз отриманих результатів. Встановлено, що зусилля розтягу сприяють процесу переміщення жорсткого включення у його площині, зменшуючи дотичні напруження, що виникають на поверхні неоднорідності, і, навпаки, стиск вздовж площини включення збільшує опір матеріалу переміщенню неоднорідності.

На основі деформаційного критерію досліджується гранично рівноважний стан попередньо напруженого тіла з жорстким круговим включенням. Згідно δ_c - моделі та аналізу розв'язків розглянутих вище задач, припускається, що край включення оточений тонкою кільцевою зоною послаблених зв'язків, яку моделюємо розрізом, береги якого взаємодіють з поверхнею включення з напруженнями зсуву τ_0. Отримано розв'язок крайової задачі, коли зовнішні зусилля – однорідний на нескінченності розтяг у напрямі перпендикулярному до площини включення. На основі критеріальних співвідношень знайдено значення граничного навантаження для схеми, що розглядається:

$$p_* = \frac{\tau_0\left(m_2\sqrt{n_1} - m_1\sqrt{n_2}\right)}{2B_0C_{44}\left[(1+m_2)m_1 - (1+m_1)m_2\right]} \times$$
$$\times arch \frac{a\tau_0\left(m_2\sqrt{n_1} - m_1\sqrt{n_2}\right)}{\tau_0 a\left(m_2\sqrt{n_1} - m_1\sqrt{n_2}\right) + \pi\delta_{IIc}C_{44}\left[(1+m_2)m_1 - (1+m_1)m_2\right]}. \quad (22)$$

Тут $m_1, m_2, n_1.n_2, C_{44}, B_0$ – параметри лінеаризованої теорії пружності, що характеризують поле початкових напружень та пружні властивості матеріалу.

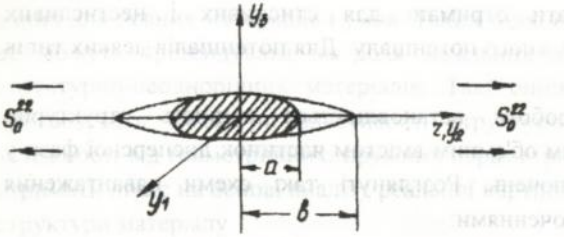

Рис. 11. Переріз попередньо напруженого тіла з тріщиною і жорстким включенням площиною $y_1=0$.

У цьому ж розділі проведений аналіз впливу напружень розтягу-стиску на розклинювання тіла тонким жорстким включенням (рис.11). Припускається, що кругова тріщина в попередньо напруженому нескінченному тілі розкривається тонким жорстким включенням у вигляді поверхні обертання. Проблема зведена до деякої змішаної задачі гармонічного потенціалу, з якої випливає, що напруження в площині тріщини можуть бути записані у формі

$$\sigma_{33}(r) = k\sigma_{33}^{0}(r), \tag{23}$$

де σ_{33}^{0} – напруження відповідної задачі лінійно-пружного ізотропного тіла без початкових напружень; k – коефіцієнт, що визначає вплив початкових напружень і пружних властивостей матеріалу.

Детально розглянуті включення у вигляді диска постійної товщини та сплющеного сфероїда. Отримані вирази для контактних напружень та напружень зовні тріщини.

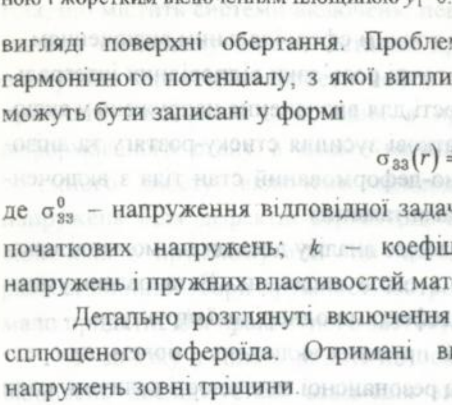

Рис. 12. Залежність коефіцієнта інтенсивності напружень від рівня попередньої деформації і параметра a/b.

Отримані результати показують, що напруження розтягу-стиску суттєво впливають на процес розклинювання тіла жорстким включенням. При цьому якісно характер впливу цілком протилежний до випадку тріщини, що розкривається зусиллями, прикладеними до її берегів або розтягу на нескінченності. Так, зусилля розтягу вздовж тріщини розклинювання приводять до росту напружень в її околі (рис.12), в той час як для вільної тріщини такі напруження виступають зміцнюючим фактором. І навпаки, зусилля стиску в першому випадку посилюють опір матеріалу поширенню тріщини і сприяють її росту у випадку тріщини, що розкривається нормальними напруженнями.

Відмітимо, що результати отримані для стисливих і нестисливих матеріалів і довільної форми пружного потенціалу. Для потенціалів деяких типів результати конкретизуються.

У сьомому розділі роботи встановлюється міцність структурно неоднорідних матеріалів з малим об'ємним вмістом частинок дисперсної фази у вигляді тонких пружних включень. Розглянуті такі схеми навантаження безмежного тіла з тонкими включеннями:

1) еліпсоїдне включення, з натягом вставлене в плоский розріз в тілі;
2) розтяг тіла з включенням в напрямі перпендикулярному серединній площині;
3) зсув тіла з еліпсоїдним включенням;
4) кручення грубого циліндричного тіла з тонким сфероїдальним включенням.

В усіх названих випадках знайдено точні розв`язки відповідних інтегральних рівнянь. Отримані аналітичні залежності для визначення напружень у включеннях та їх околі. Встановлено, що початкові зусилля стиску-розтягу та анізотропія матеріалу впливають на напружено-деформований стан тіла з включенням для розглянутих видів додаткового навантаження.

На основі отриманих результатів пружного аналізу досліджені можливі механізми зародження та поширення тріщин в околі включень. Встановлені умови гранично-рівноважного стану тіл з такими дефектами однорідної структури.

Характерною особливістю взаємодії пружних включень з полем попередньої деформації стиску є відсутність явищ резонансної залежності величин, коли інтенсивність зусиль стиску наближається до значень, що відповідають втраті стійкості півпростору. Цим включення навіть малої жорсткості відрізняються від порожнин-тріщин, для яких ці явища є характерними.

Важливим результатом розв`язку даних задач можна вважати встановлення того факту, що однорідні на нескінченності напруження викликають у включенні еліпсоїдної форми, що містяться в попередньо напруженому тілі, однорідний напружений стан. Цим твердженням відомий результат про консервативність однорідного поля напружень в еліпсоїдному включенні (Дж.Эшелби. Континуальная теория дислокаций. - М.:Изд-во иностр.лит., 1963. - 472с.) поширюється на попередньо напружені тіла.

У восьмому розділі роботи досліджуються проблеми міцності структурно-неоднорідних матеріалів з урахуванням взаємодії полів концентрації напружень біля включень. Міцнісні властивості таких матеріалів, як відомо, залежать від міцності основи (матриці), а також форми, розмірів, пружних властивостей та розміщення включень. Найбільш поширений підхід у встановленні корреляційних залежностей між параметрами мікроструктури (тобто параметрами форми включень, їх розмірами і процентним вмістом) і міцнісними властивостями матеріалу полягає в обробці експериментальних даних для певних матеріалів і умов. Такий підхід дає достовірні дані, які, однак, не можуть претендувати на роль загальних критеріальних оцінок міцності структурно-неоднорідних матеріалів. Такі оцінки міцності, що дозволяли б прогнозувати механічні властивості структурно-неоднорідних матеріалів, в залежності від геометричних, пружних параметрів частинок другої фази, можна отримати лише на основі аналізу реальної картини розподілу напружень на рівні структури матеріалу.

Моделлю структурно-неоднорідного матеріалу (наприклад, чавуну), яка б відображала особливості його мікроструктури, може служити модель пружного тіла, що містить системи включень, певним чином розміщених у матеріалі. При малому об`ємному вмісті частинок другої фази за модель, яка б задовільно описувала характерні процеси деформування на рівні мікроструктури, можна прийняти ізольоване включення в пружному тілі. Особливості напружено-деформованого стану в цьому випадку досліджені в розділі 7. Збільшення об`ємного вмісту включень приводить до взаємодії, накладання полів напружень біля дефектів структури. Постає проблема дослідження взаємодії включень в пружному тілі. Ця проблема досліджена недостатньо, навіть в рамках лінійної теорії пружності ізотропного тіла. Існуючі розв`язки громіздкі і мало придатні для практичного застосування.

У зв`язку з цим в роботі на основі наближеної моделі тонких пружних включень досліджується взаємодія включень, що знаходяться в ізотропних, трансверсально-ізотропних та попередньо напружених тілах.

У випадку компланарного розміщення системи з N тонких включень та розтягу в напрямі перпендикулярному площині розміщення включень, проблема зведена до розв`язання інтегральних рівнянь типу

$$\Delta \iint_{\Omega_i} \frac{u_{3i}\, dS_i}{R_i} + \sum_{n=1(\neq i)}^{N} \iint_{\Omega_n} \frac{u_{3n}\, dS_1}{R_i^3} = K\left(\frac{u_{3i}}{n_i} + M\sigma^{\infty}\right). \qquad (24)$$

K і M – константи, що характеризують пружні включення, матриці та поле початкових напружень.

$$R_i = \sqrt{\left(y_{1i} - y_{1i}^{!}\right)^2 + \left(y_{2i} - y_{2i}^{!}\right)^2}\,.$$

Для включень у вигляді сплющених сфероїдів та різних схем розташування отримані асимптотичні розв`язки системи рівнянь (24).

$$u_{3i} = \sqrt{a_i^2 - y_{1i}^2 - y_{2i}^2}\left(A_{0i} + A_{1i} y_{1i} + A_{2i} y_{2i} + A_{3i} y_{1i}^2 + A_{4i} y_{1i} y_{2i} + A_{5i} y_{2i}^2\right). \qquad (25)$$

Тут $A_{ji}(j = 0,\ldots 5)$ – коефіцієнти, що залежать від силових, пружних та геометричних параметрів задачі; a_i -радіуси кругових серединних областей Ω_i включень.

Розглянуто два, три, чотири сфероїдальні включення та різні варіанти періодичного розміщення сфероїдальних включень в одній площині простору. Отримані вирази для визначення переміщень поверхонь включень, напружень у включеннях та в околі.

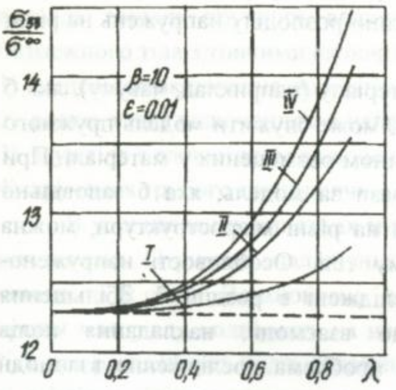

Рис. 13. Концентрація напружень біля сфероїдних включень, що періодично розміщені в одній площині тіла (β=10, ε=0,01).

Аналіз отриманих результатів показує, що наявність включень в одній площині приводить до збільшення концентрації напружень в порівнянні з одним включенням в необмеженому тілі. Якщо відстань між центрами включень перевищує два діаметри їх серединної області, то взаємодією включень можна знехтувати і розглядати їх як ізольовані. Максимальний взаємовплив включень спостерігається у випадку розміщення їх у вузлах трикутної сітки (рис.13, крива 4). Відмітимо, що розв`язки задач про періодичне розміщення включень в одній площині необмеженого тіла можуть бути використані для оцінки концентрації напружень біля включень в довгих призматичних брусах відповідних перерізів.

Отримані результати аналізу взаємовпливу включень використані для визначення та прогнозування міцності структурно-неоднорідних матеріалів, зокрема чавунів. У припущенні, що матеріали матриці і включень руйнуються крихко, та поклавши, що при монотонному зростанні зовнішнього навантаження до деякого критичного значення першою в граничний стан приходить матриця, отримане співвідношення для визначення границі міцності σ_b структурно-неоднорідного матеріалу (чавуну) при розтязі

$$\sigma_b = \frac{\sigma_b^M}{\Phi(\beta,\varepsilon,\lambda)}, \tag{26}$$

де

$$\Phi(\beta,\varepsilon,\lambda) = 1 + 4\beta(1-\varepsilon)\gamma^{(1)} - \Big(1 + \lambda^3\Big[\gamma^{(1)}\Big(0.9183 + 0.1972\lambda^3 - 28.17\lambda^2\beta\varepsilon\big(1-\nu^2\big)\gamma^{(2)} \times$$
$$\times\Big(9\pi + 16\beta\varepsilon\big(1-\nu^2\big)\Big)\Big) + 31.70\lambda^2\gamma^{(2)}\Big(9\pi + 16\beta\varepsilon\big(1-\nu^2\big)\Big) + 0\big(\lambda^6\big)\Big]\Big);$$

$$\gamma^{(1)} = \left[\pi + 4\left(1 - \nu^2\right)\varepsilon\beta\right]^{-1};$$

$$\gamma^{(2)} = \left[\left(45\pi + 88\left(1 - \nu^2\right)\varepsilon\beta\right)^2 - 64\left(1 - \nu^2\right)^2 \varepsilon^2\beta^2\right]^{-1};$$

$$\beta = \frac{a}{c}, \varepsilon = \frac{E^*}{E}, \lambda = \frac{a}{d},$$

a, c – півосі сфероїда; E^*, E – модулі Юнга матеріалів включення і матриці; d – відстань між включеннями, σ_b^M – границя міцності матриці.

Отримана залежність (26) дозволяє за заданими параметрами мікроструктури (форми включень, їх ромірів, кількості, відстані між ними) визначати міцність структурно-неоднорідного матеріалу.

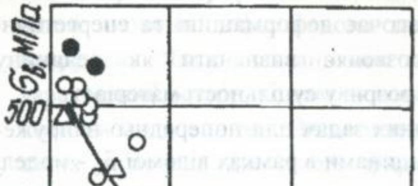

Рис. 14. Вплив параметра форми β графітових включень на границю міцності чавуну.

Для підтвердження формули (26) проведені експерименти з чавуном. Були виплавлені і фракційно розлиті три плавки чавуну приблизно однакового хімічного складу, що містив 4% вуглецю (за масою). В процесі розливання чавун модифікували зростаючими присадками лігатури КМ-2, що дозволило забезпечити кожній плавці зміну форми включень від пластинчатої до кулеподібної. Результати досліджень з визначення міцності чавуну σ_b кожної плавки при розтязі в залежності від параметра β зображені на рис.14. Тут суцільною лінією зображена крива міцності, побудована за формулою (26) при $\varepsilon = 0.1; \nu = 0.3$. Видно, що експериментальні дані добре узгоджуються з результатами аналітичних розрахунків. Це свідчить про ефективність застосування розрахункових співвідношень (26) для прогнозування міцності структурно-неоднорідних матеріалів за заданими параметрами форми, жорсткості та об'ємного вмісту включень і міцності основи (матриці).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

1. Розроблені розрахункові моделі і методи для дослідження проблем механіки руйнування твердих тіл з початковими напруженнями розтягу-стиску, що діють вздовж дефектів, та для тіл з анізотропією пружних властивостей.

2. Сформульована розрахункова модель тонких включень, що грунтується на концепції розриву переміщень і напружень у попередньо напруженому та трансверсально-ізотропному тілах. Модель дозволяє описати взаємодію з матрицею включень довільної жорсткості, що дає можливість досліджувати структурно-неоднорідні матеріали різної фізичної природи.
3. Побудовані розв`язки першої, другої та змішаної основних задач лінеаризованої теорії пружності тіл з початковими напруженнями та лінійної теорії пружності трансверсально-ізотропних тіл з розрізами-тріщинами.
4. Розроблено метод двовимірних сингулярних інтегральних рівнянь для розв`язку задач механіки руйнування трансверсально-ізотропних тіл та тіл з початковими напруженнями, що містять тонкі дефекти різного роду (тріщини, пори, включення, дислокації і т.п.).
5. Сформульовані критеріальні умови виникнення та поширення тріщин біля концентраторів напружень. Критерій включає деформаційні та енергетичні параметри процесу руйнування і дозволяє визначати як величину руйнуючого навантаження, так і область розриву суцільності матеріалу.
6. Отримані розв`язки статичних і динамічних задач для попередньо напружених і трансверсально-ізотропних тіл з тріщинами в рамках відомої δ_c - моделі для випадків нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсувів. На цій основі показано, що величина граничного навантаження суттєво залежить від зусиль розтягу-стиску вздовж тріщини та анізотропії матеріалу, навіть у випадку симетричного напруженого стану. В динамічних задачах до вказаної залежності додається ще й вплив швидкості руху тріщини. Встановлені практично важливі особливості впливу початкових напружень розтягу-стиску на процеси деформування та руйнування пружних тіл з тріщинами нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсувів.
7. Побудовані точні аналітичні розв`язки задач про вплив початкових напружень та анізотропії матеріалу на деформування та руйнування матеріалу в околі жорстких та пружних тонких включень. На основі цих досліджень встановлені закономірності та характерні особливості деформування та руйнування попередньо напружених та анізотропних матеріалів з дефектами і включеннями різного типу. Зокрема, встановлено, що на відміну від тріщини, у випадку тонких жорстких та пружних включень в попередньо напружених тілах, явища резонансного характеру не спостерігаються, коли початкові зусилля стиску наближаються до значень, що відповідають втраті стійкості півпростору при стиску. Для випадку пружних включень еліпсоїдної форми, які містяться в попередньо напруженому тілі показано, що однорідні на нескінченності додаткові напруження викликають у включеннях однорідний напружений стан.

8. Знайдені розв`язки для деяких нових просторових задач розклинювання попередньо напружених тіл з жорсткими включеннями різної форми. На цій основі встановлено, що процес розклинювання в порівнянні з поширенням вільної тріщини в полі початкових напружень має протилежний характер впливу зусиль розтягу-стиску вздовж дефекта. Так, зусилля розтягу полегшують процес розклинювання, в той час як стиск гальмує поширення тріщини розклинювання. Встановлені кількісні залежності цього впливу мають важливе значення для оптимізації неоднорідної структури.
9. Отримані асимптотичні аналітичні розв`язки задач для систем компланарних пружних сфероїдальних включень в ізотропних, трансверсально-ізотропних та попередньо напружених тілах. На прикладі цих задач досліджена проблема взаємодії включень в середовищах з різними реологічними властивостями. Встановлено, що зближення тонких пружних включень в одній площині деформівного твердого тіла веде до росту концентрації напружень. Якщо відстань між включеннями перевищує їх максимальний характерний розмір, то такі включення практично не взаємодіють і їх можна вважати ізольованими. Встановлена кількісна оцінка інтенсивності взаємодії таких включень дає змогу формувати структуру матеріалу з високими характеристиками її міцності або прогнозувати значення міцності неоднорідного матеріалу заданої структури.
10. Жорсткість включення, а також його форма суттєво впливають на величину концентрації напружень. Включення навіть невеликої жорсткості значно понижують напружений стан в тілі. Так, наприклад, якщо жорсткість включення на порядок менше жорсткості матриці, то концентрація напружень біля нього на 50% менша концентрації напружень біля порожнини такої ж конфігурації. Найбільш небезпечним з токи зору концентрації напружень, а отже і втрати міцності, є компланарне розміщення включень в матриці. Будь-яке інше розміщення буде оптимальнішим (безпечнішим) через розвантаження напруженого стану включеннями, що знаходяться в паралельних площинах.
11. Встановлено оцінки міцності конструкційних матеріалів з урахуванням їх структурної неоднорідності. Побудована розрахункова формула, що дозволяє визначити та прогнозувати міцність чавунів за заданими параметрами мікроструктури (форми включень, їх розмірів, кількості, відстані між ними). Ці результати використані при формуванні відповідних структур в чавунах, що використовуються для виготовлення склоформуючого устаткування з високим ресурсом довговічності.

ОСНОВНІ ПУБЛІКАЦІЇ ЗА МАТЕРІАЛАМИ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

1. Панасюк В.В, Стадник М.М., Силованюк В.П. Концентрация напряжений в трьохмерных телах с тонкими включениями. - Киев: Наук.думка, 1986. - 216 с.
2. Стадник М.М., Силованюк В.П. Определение концентрации напряжений в упругом теле с системой тонких включений, размещенных в одной плоскости //Физ.-хим.механика материалов. - 1977. - N6. - с.88-92.
3. Андрейкив А.Е., Стадник М.М., Силованюк В.П. Решение упругой задачи для неограниченного тела с компланарной системой тонких включений. //Физ.-хим.механика материалов. - 1979. - N2. - с.56-62.
4. Силованюк В.П. Решение упругой задачи для пространства с тремя тонкими сфероидальными включениями. - Львов, 1980. - 9с. Рукопись деп. в ВИНИТИ, N2274-80 Деп.
5. Стадник М.М., Силованюк В.П. Одно- и двоякопериодическая система тонких упругих включений в трехмерном теле //Физ.-хим.механика материалов. - 1980. - N4. - с.84-89.
6. Стадник М.М., Силованюк В.П. Растяжение призматических брусьев, содержащих тонкие включения //Физ.-хим.механика материалов. - 1980. - N5. - с.56-60.
7. Панасюк В.В., Стадник М.М., Силованюк В.П. Осесимметричная задача для пространства с периодической системой тонких включений // Доп. АН УРСР.Сер.А. - 1981. - N1. - с.43-45.
8. Силованюк В.П. Осесимметричная деформация пространства с двумя тонкими упругими включениями //Физ.-хим.механика материалов. - 1981. - N2. - с.76-82.
9. Стадник М.М., Силованюк В.П. Концентрация напряжений у тонких включений, размещенных в теле с плоскими гранями //Физ.-хим.механика материалов. - 1981. - N3. - с.59-64.
10. Стадник М.М., Силованюк В.П. Упругая задача для слоя с тонким включением //Физ.-хим.механика материалов. - 1981. - N6. - с.72-76.
11. Панасюк В.В., Силованюк В.П., Стадник М.М. Осесимметричная упругая задача для полупространства с тонким включением //Изв. АН СССР, МТТ. - 1982. - N2. - с.65-69.
12. Стадник М.М., Силованюк В.П. Інтегральні рівняння для шару з тонким пружним включенням // Доп. АН УРСР.Сер.А. - 1982. - N4. - с.44-47.
13. Силованюк В.П., Стадник М.М. Осесимметричная задача для слоя с системой тонких упругих включений// Прикл. математика и механика. - 1984. - 48, вып.5. – с.816 – 822.

14. Силованюк В.П., Стадник М.М. Упругая задача для пространства с двумя включениями в поле одноосного растяжения //Физ.-хим.механика материалов. - 1984. - N2. - с.74-77.

15. Волчок И.П., Стадник М.М., Силованюк В.П. и др. Влияние формы графитовых включений на концентрацию напряжений и механические свойства чугунов //Физ.-хим.механика материалов. - 1984. - N3. - с.89-92.

16. Силованюк В.П. Жесткое пластинчатое включение в упругом пространстве //Физ.-хим.механика материалов. - 1984. - N5. - с.80-84.

17. Силованюк В.П. Интегральные уравнения трехмерных задач теории упругости для многогранников с тонкими жесткими включениями //Физ.-хим.механика материалов. - 1985. - N1. - с. 72-75.

18. Силованюк В.П., Стадник М.М. Тонкое упругое включение в условиях сдвига //Изв. АН СССР. Мех.тверд.тела. - 1985. - N2. - с.95-101.

19. Силованюк В.П. Розвиток смуг пластичності на жорсткому дископодібному включенні // Доп. АН УРСР.Сер.А. - 1985. - N10. - с.33-36.

20. Силованюк В.П. Розв`язок задачі теорії пружності для трансверсально-ізотропного тіла з плоскою поверхнею розриву // Доп. АН УРСР.Сер.А. - 1987. - N2. - с.63-66.

21. Стадник М.М., Силованюк В.П. Концентрация напряжений около тонких сфероидальных включений в случае размещения их в узлах прямоугольной сетки //Изв. АН Арм. ССР, Механика. - 1987. - N3. - с.54-57.

22. Панасюк В.В., Силованюк В.П. Предельное равновесие предварительно напряженного тела с трещинами с позиции δ_k-модели //Физ.-хим. механика материалов. - 1987. - N3. - с.54-57.

23. Силованюк В.П. К пластическому течению на жестком дисковидном включении в трансверсально-изотропном материале //Физ.-хим.механика материалов. - 1987. - N5. - с.99-102.

24. Стадник М.М., Силованюк В.П., Сень М.О. Тонке пружне включення в трансверсально-ізотропному матеріалі //Фіз.-хім.механіка матеріалів. - 1991. - N2. - с.80-85.

25. Силованюк В.П. Плоска поверхня розриву в попередньо напруженому тілі //Фіз.-хім.механіка матеріалов. - 1991. - N4. - с.41-44.

26. Панасюк В.В., Силованюк В.П. Вплив залишкових напружень на розклинювання тіла жорстким включенням // Доп. АН УРСР.Сер.А. - 1992. - N8. - с.60-63.

27. Силованюк В.П., Сень М.А. Интегральные уравнения задачи теории упругости для трансверсально-изотропных тел с тонкими включениями //В сб. "Интеральные уравнения и краевые задачи математической физики", Владивосток, 1992 - с.112-122.

28. Панасюк В.В., Силованюк В.П. Рух тріщини в пружнопластичному попередньо напруженому тілі // Доп. АН УРСР.Сер.А. - 1995. - N2. - с.49-52.
29. Силованюк В.П. Тріщини і тріщиноподібні дефекти в попередньо напруженому тілі //Фіз.-хім.механіка матеріалів. - 1995. - N2. - с.22-35.
30. Панасюк В.В., Силованюк В.П. КРТ-критерій для попередньо напружених тіл з тріщинами поперечного та повздовжного зсувів // Доп. АН УРСР.Сер.А. - 1995. - N3. - с.36-38.
31. Sylovanyuk V.P. The residual stresses influence upon the body wedged out by the rigid inclusions // In: Advances in fracture resistance in materials./Edited by V.V.Panasyuk, P.Rama Rao and others. - New Delhi: Tata McGraw - Hill Publishing Company Limited, 1996, v.1, pp.563-569.

ABSTRACT. Sylovanyuk V.P. Methods of strength evaluation of the prestressed isotropic and transverse-isotropic materials with inclusions and cracks.

The disertation presented for a doctor's degree (technical); speciality 05.02.07 – mechanics of deformable bodies, Karpenko Physico-mechanical Institute, National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, 1997.

The calculational models and methods for solution of the problems of fracture mechanics of the prestressed and transverse-isotropic materials with thin homogeneous defects have been developed. The deformation-energetic criterion of crack initiation and propagation in a deformable body has been formulated. Using the above approached the limiting equilibrium state of the prestressed and transverse-isotropic bodies with cracks and inclusions has been investigated.

АННОТАЦИЯ. Силованюк В.П. Методы оценки прочности предварительно напряженных изотропных и трансверсально-изотропных материалов с включениями и трещинами.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.02.07 – механика деформируемого твердого тела. Физико-механический институт им. Г.В.Карпенко НАН Украины, Львов, 1997.

Разработаны расчетные модели и методы по решению проблем механики разрушения предварительно напряженных и трансверсально-изотропных материалов с тонкими дефектами однородной структуры. Сформулирован деформационно-энергетический критерий возникновения и распространения трещины в деформируемом теле. На основании предложенных подходов исследовано предельно-равновесное состояние предварительно напряженных и трансверсально-изотропных тел с трещинами и включениями.

Ключові слова: включення, тріщина, модель, попередньо напружене тіло, анізотропія, руйнування, критерій, зона передруйнування.