

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

На правах рукопису

Шидловська

ШИДЛОВСЬКА Наталія Анатоліївна

АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ МЕТОДОМ МАЛОГО
ПАРАМЕТРУ

Спеціальність: 05.09.05 - теоретична електротехніка

· АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук

Київ - 1997



Дисертацією є рукопис

Роботу виконано в Інституті електродинаміки НАН України

321.314

Науковий консультант -

доктор технічних наук,
член-кореспондент НАН України
Резцов Віктор Федорович.

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор
член-кореспондент НАН України
Євдокімов Віктор Федорович;
доктор технічних наук, професор
Бондаренко Володимир Михайлович;
доктор фізико-математичних наук,
професор
Марченко Борис Григорович.

Провідна установа -

Національний технічний
університет України «КПІ», м. Київ,
МО УкраїниЗахист дисертації відбудеться « 25 » березня 1997 р.
о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.98.02 в
Інституті електродинаміки НАН України за адресою: 252680, м. Київ-57,
просп. Перемоги, 56, тел. 446-91-15.З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту
електродинаміки НАН України.Автореферат розіслано « 18 » лютого 1997 р.Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради

В.С. Федій

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність проблеми і ступінь дослідження тематики дисертації.
Останнім часом в багатьох галузях електротехніки приділяється велика увага дослідженням явищ, що ґрунтуються на нелінійності. Підвищений інтерес до нелінійних систем і їх теорії пояснюється тим, що сучасні технічні пристрої досить часто ґрунтуються саме на використанні нелінійних фізичних явищ, а також тим, що при більш жорстких конструктивних та експлуатаційних вимогах система, аналіз якої, раніш можливий в межах лінійної теорії, виявляє властивості, для дослідження яких необхідно враховувати нелінійність характеристик її елементів в реальних умовах їх функціонування.

Лінеаризація залежностей між електромагнітними величинами являє собою у більшості випадків більш або менш грубе наближення істинних співвідношень і справедлива в тих випадках, коли урахування нелінійності не вносить суттєвих змін, а тільки ускладнює вирішення конкретної задачі. Однак точна залежність між величинами, що розглядаються, у багатьох випадках має вирішальне значення. Її лінеаризація може призвести до спотворення істинних процесів.

Дослідження нелінійних електричних кіл задача, як правило, досить складна. На відміну від лінійних систем тут не існує загальних методів, що дають можливість відразу одержати всі потрібні відомості про процеси в нелінійному колі. Розроблена велика кількість математичних методів, кожен з яких може бути застосований до обмеженого кола задач і спроможний дати лише частину необхідної інформації.

Широке використання комп'ютерної техніки обумовило досить інтенсивний розвиток високоєфективних числових методів аналізу нелінійних електричних кіл. Вони дозволяють проводити кількісний аналіз конкретних схем з високою точністю і вірогідністю. Однак ці методи не завжди дозволяють провести якісний аналіз процесів, що відбуваються в нелінійних електричних колах і мають обмежені можливості щодо узагальнень.

Аналітичні методи аналізу нелінійних електричних кіл, що дозволяють провести якісний аналіз і зробити узагальнення, завдяки їх складності і громіздкості відійшли на другий план і останнім часом зустрічаються в досить обмеженій кількості публікацій. Разом з тим існує нагальна потреба у розвитку теорії і аналітичних методів аналізу з урахуванням особливостей процесів у нелінійних електричних колах.

Мета і основні завдання наукового дослідження. Метою дисертаційної роботи є розвиток на основі застосування методу малого параметру теорії аналітичних методів якісного аналізу нелінійних електричних кіл сталого та змінного струму, одно- і трифазних систем, ліній з розподіленими параметрами та чотириполюсників, які включають довільне число нелінійних елементів. Досягнення визначеної мети вимагало вирішення таких задач:

- доведення можливості та визначення умов застосування методу малого параметру для безпохибкового аналізу електричних кіл з нелійними елементами;
- аналіз електричних кіл, що містять нелінійне навантаження, нелінійність якого залежить від струму та напруги при різних типах джерел живлення;
- аналіз електричних кіл, що містять довільне число активних і реактивних нелінійних елементів та різних схемах їх з'єднання;
- аналіз нелінійних чотириполюсників та визначення впливу розташування нелінійного елемента на їх параметри;
- дослідження трифазних (трипроводових та чотирипроводових) електричних кіл з несиметричним нелінійним навантаженням;
- аналіз електричних кіл з нелійними розподіленими параметрами;
- на основі одержаних аналітичних результатів та теоретичних узагальнень виконати аналіз конкретних систем з нелійними елементами.

Робота виконувалась у відповідності до планів досліджень НАН України в галузі природничих наук по темах «Сонце-2» (Шифр 1.7.3.68, затверджена Пост. Бюро ВФТПЕ НАНУ протоколом №8 від 03.12.90 р.), «Сонце-Д» (Шифр 1.7.3.132, затверджена Пост. Бюро ВФТПЕ НАНУ протоколом №9 від 07.12.94 р.) та програмою ДКНТПП 5.51.04 («Ресурсозберігаючі проблеми виконавчих та транспортних систем») (проект «Електромобіль», 1994 р.)

Об'єктом досліджень є електричні кола сталого та змінного струму одно- і багатофазних системи, лінії з розподіленими параметрами та чотириполюсники, що включають нелінійні елементи та різномісні джерела живлення.

Методи досліджень. Вирішення задач, поставлених у дисертаційній роботі виконано з використанням теорії електричних кіл, методів малого параметру, гармонічного балансу, диференційного та інтегрального числення, тригонометричних співвідношень, наближених обчислень та розкладення елементарних функцій в степеневі ряди, методу фазових послідовностей, теорії диференціальних рівнянь та ін.

Наукова новизна досліджень і одержаних результатів полягає у слідуючо-

му:

- доведено можливість та визначені умови безпохибкового аналізу електричних кіл з довільним числом різнорідних нелінійних елементів за допомогою методу малого параметру;

- одержані узагальнені аналітичні співвідношення для різних класів нелінійних електричних кіл, за допомогою яких можна визначити складові основної та вищих гармонік напруг і струмів, обумовлених нелінійністю елементів кола. Це дозволяє значно спростити аналіз таких кіл і наочно оцінити вплив нелінійностей на гармонічний склад напруг і струмів;

- для нелінійних кіл, що містять індуктивності та ємності визначені умови виникнення множинного резонансу як на основній частоті, так і на частотах гармонік, обумовлених нелінійністю елементів кола, які дозволяють розробити рекомендації по запобіганню таких режимів;

- показано, що в залежності від розташування нелінійного елемента у чотириполюснику, нелінійність може бути чинником, який збільшує або зменшує параметри A чотириполюсника, що необхідно враховувати при відповідних розрахунках;

- проаналізовано вплив виду нелінійності навантаження та типу джерела живлення на струми і напруги в електричних колах при різних схемах з'єднання елементів у колі. Проведено екстремум-аналіз таких кіл;

- виконано аналіз багатофазних електричних кіл з нелійними елементами, на основі якого отримані вирази для визначення струмів у фазах з урахуванням схем з'єднання та параметрів нелінійностей у всіх фазах;

- показана можливість та виведені аналітичні залежності для розрахунків ліній з нелійними розподіленими параметрами за допомогою телеграфних рівнянь.

Вірогідність одержаних наукових результатів обумовлюється коректністю застосування математичних методів, обґрунтованістю прийнятих допусків та розрахунками нелінійних кіл пристроїв конкретного функціонального призначення.

Теоретична цінність роботи полягає в розвитку на основі застосування методів малого параметру та гармонічного балансу аналітичних методів аналізу нелінійних електричних кіл, у виведенні аналітичних рівнянь для різних типів таких кіл з довільним числом нелінійних елементів, які дозволяють зробити теоретичні узагальнення щодо процесів в таких колах та впливу на них параметрів нелінійних елементів.

Практична цінність роботи полягає в тому, що отримані на основі теоретичних досліджень аналітичні залежності дозволяють виконувати розрахунки нелінійних електричних кіл та визначати вплив параметрів нелінійних елементів на їх режими стосовно конкретних електротехнічних пристроїв. Це наочно підтверджено в роботі при розрахунку системи фотобатарея-нелінійне навантаження, аналізі кола з навантаженням, залежним від температури, та аналізі електромагнітних процесів в системі енергоживлення електромобіля.

Автор захищає:

1. Теоретичне обґрунтування можливості застосування методу малого параметру для аналізу нелінійних електричних кіл з мінімальними похибками, обумовленими апроксимацією нелінійностей, та визначення умов його реалізації.
2. Узагальнюючі аналітичні співвідношення для аналізу різних класів нелінійних електричних кіл, які дозволяють чітко визначити складові основної та вищих гармонік напруг і струмів, обумовлених нелінійністю елементів кола. При цьому нелінійність виступає як похибка, що спотворює ідеальну складову. Якщо коло містить декілька нелінійних елементів, то в остаточних співвідношеннях будуть присутні усі нелінійності з відповідними ваговими коефіцієнтами.
3. Аналітичні рівняння, що визначають умови виникнення множинного резонансу як на основній частоті, так і на частотах гармонік, обумовлених нелінійністю елементів кола.
4. Залежності параметрів різних типів нелінійних чотириполюсників від розташування нелінійного елемента та визначення характеру впливу нелінійності на коефіцієнти чотириполюсника.
5. Застосування методу малого параметру і телеграфних рівнянь для аналізу ліній з нелійними розподіленими параметрами в дійсній площині.
6. Результати аналізу нелінійних електричних кіл стосовно конкретних електротехнічних пристроїв.

Результати роботи реалізовані в застосуванні виведених аналітичних залежностей для аналізу нелінійних електричних кіл конкретних пристроїв та систем, в тому числі системи фотобатарея-нелінійне навантаження, кола з навантаженням, залежним від температури, системи енергоживлення електромобіля та аналізі ферорезонансних режимів при розробці пристроїв запобігання аварійних режимів в енергетичних системах, а також у використанні отриманих результатів у навчальному процесі студентів електротехнічних спеціальностей

вузів, в тому числі у Національному технічному університеті «Київський політехнічний інститут», Державній гірничій академії України, Чернігівському технологічному інституті і ін.

Апробація результатів досліджень здійснена на семінарах Наукової ради НАН України з проблеми «Наукові основи електроенергетики», на П'ятому міжнародному симпозіумі ІМЕКО (Відень, 1992), Першій міжнародній науково-технічній конференції «Математичне моделювання в електротехніці й електроенергетиці» (Львів, 1995), Міжнародному семінарі по проблемі створення систем з поновлюваними джерелами енергії (Фолькецентр, Данія, 1996), П'ятій науково-практичній конференції з питань розвитку і впровадження техніки і технологій використання нетрадиційних і відновлюваних джерел енергії (Крим, 1996), Міжнародній науково-практичній конференції «Ефективність систем електроенергетики» (Київ, 1996), та рецензуванням наукових праць, опублікованих в провідних фахових виданнях.

Публікації. По темі дисертаційної роботи опублікована 21 наукова праця, з них 18 самостійних.

Структура і обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, 6 розділів, загальних висновків та переліку використаних літературних джерел із *195* найменувань та додатків, що підтверджують практичне використання результатів роботи. Робота містить 257 сторінок основного машинописного тексту, 39 малюнків та 14 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність проблеми, вказано об'єкт і ступінь дослідження тематики дисертації, сформульовано мету і задачі роботи, визначені методи досліджень, викладені основні положення, наукова новизна, практична цінність і реалізація результатів. Розглянуто основні методи аналізу нелінійних електричних кіл. Потужним знаряддям для вирішення задач якісного аналізу нелінійних електричних кіл є застосування методу малого параметру, який використовується окремо, або в поєднанні з іншими методами. Однак застосування цього методу обмежується його недоліками, серед яких часто називають ускладнення математичних виразів з кожним наступним наближенням та обмежена точність. Щодо першого недоліка, то він супроводжує усі аналітичні методи аналізу нелінійних електричних кіл. Це, мабуть, закономірно, оскільки нелінійності елементів таких кіл самі мають досить складний аналітичний

вигляд. Що ж до другого недоліка, то його можна позбутись при виконанні певних умов.

Проаналізуємо умови використання методу малого параметра з мінімальними похибками, обумовленими апроксимацією нелінійностей, для розрахунку миттєвих значень напруг і струмів в нелінійних електричних колах.

Нехай опір елемента кола описується залежністю вигляду:

$$R_H = R_0(a_0 + a_1 i_H + a_2 i_H^2 + \dots + a_n i_H^n), a_0, a_1, \dots, a_n - const, \quad (1)$$

де R_0 - деяке характерне значення опору, а i_H - струм у ньому.

Тоді для напруги на опорі можна записати:

$$u_H = i_H R_0(a_0 + a_1 i_H + \dots + a_n i_H^n). \quad (2)$$

Нормуючи вираз (2) відносно характерного значення напруги $U_* = I_* R_0$, одержимо:

$$\frac{u_H}{U_*} = \frac{a_0 i_H R_0}{I_* R_0} + \frac{a_1 i_H^2 R_0}{I_* R_0} \cdot \frac{I_*}{I_*} + \dots + \frac{a_n i_H^{n+1} R_0}{I_* R_0} \cdot \frac{I_*}{I_*}. \quad (3)$$

Позначивши

$$\frac{u_H}{U_*} = \sigma; \frac{i_H}{I_*} = \delta, \quad (4)$$

приведемо рівняння (3) до вигляду:

$$\sigma = a_0 \delta + a_1 \delta^2 I_* + \dots + a_n \delta^{n+1} I_*^n. \quad (5)$$

Поклавши

$$a_n I_*^n = a_*, \quad (6)$$

представимо коефіцієнти поліному (5) у вигляді:

$$a_1 I_* = \varepsilon_1 a_*, \dots, a_{n-1} I_*^{n-1} = \varepsilon_{n-1} a_*; \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{n-1} - const. \quad (7)$$

Тоді вираз (5) прийме вигляд:

$$\sigma = a_0 \delta + \varepsilon_1 a_* \delta^2 + \dots + \varepsilon_{n-1} a_* \delta^n + a_* \delta^{n+1}. \quad (8)$$

Нехай δ є деякий поліном по параметру a_*

$$\delta = \delta_0 + a_* \delta_1 + \dots + a_*^K \delta_K. \quad (9)$$

Якщо кількість членів в поліномі σ дорівнюватиме кількості членів в поліномі δ , то з співвідношення (8) видно, що не всі члени по a_* будуть враховані, що і веде до похибок при аналізі. У цьому випадку σ можна

вирахувати без похибки, якщо поліном σ

$$\sigma = \sigma_0 + a_1 \sigma_1 + \dots + a_s^s \sigma_s \quad (10)$$

має кількість членів (не враховуючи нульового)

$$S = K(n+1) + 1. \quad (11)$$

Зазначимо, що для урахування всіх особливостей нелінійності необхідно кількість членів у поліномах струму і напруги вибирати більшою за кількість членів у апроксимаційному поліномі нелінійних елементів.

Проаналізуємо, як приклад, випадок послідовного з'єднання елементів електричного кола, для яких рівняння Кірхгофа мають вигляд:

$$u_H = a_0 i_H R_0 + a_1 i_H^2 R_0 + \dots + a_n i_H^{n+1} R_0 = E + i_H r_0 + \epsilon_0 i_H R' + \epsilon_1 i_H^2 R' + \dots + \epsilon_m i_H^{m+1} R' + c_0 i_H R'' + c_1 i_H^2 R'' + \dots + c_l i_H^{l+1} R'', \quad (12)$$

де r_0, R', R'' - опори; E - ЕРС; $\epsilon_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_m - const$; $c_0, c_1, \dots, c_l - const$.

Позначимо

$$\epsilon_1 I_* = \Delta_1 a_*, \dots, \epsilon_m I_*^m = \Delta_m a_*; \Delta_1, \dots, \Delta_m - const; \quad (13)$$

$$c_1 I_* = \gamma_1 a_*, \dots, c_l I_*^l = \gamma_l a_*; \gamma_1, \dots, \gamma_l - const. \quad (14)$$

Нормуючи вирази (12) аналогічно вищевикладеному і скориставшись виразами (13), (14), одержимо:

$$\begin{aligned} \sigma = a_0 \delta + \epsilon a_* \delta^2 + \dots + \epsilon_{n-1} a_* \delta^n + a_* \delta^{n+1} = & \frac{E}{U_*} + \delta \frac{r_0}{R_0} + \epsilon_0 \delta \frac{R'}{R_0} + \\ & + \Delta_1 a_* \delta^2 \frac{R'}{R_0} + \dots + \Delta_m a_* \delta^{m+1} \frac{R'}{R_0} + c_0 \delta \frac{R''}{R_0} + \gamma_1 a_* \delta^2 \frac{R''}{R_0} + \dots + \\ & + \gamma_l a_* \delta^{l+1} \frac{R''}{R_0}. \end{aligned} \quad (15)$$

Похибка буде відсутня при кількості членів S у поліномі σ

$$S = K(K' + 1) + 1, \quad (16)$$

де K' - найбільше число з n, m, l .

Ускладнимо задачу, рахуючи, що напруга на опорі описується рівнянням:

$$u_H = a_0 i_H R_0 + a_1 i_H^2 R_0 + \dots + a_n i_H^{n+1} R_0 = E \cos \omega t + i_H r_0 + \frac{d(\epsilon_0 i_H + \epsilon_1 i_H^2 + \dots + \epsilon_m i_H^{m+1})}{dt} + \int (c_0 i_H + c_1 i_H^2 + \dots + c_l i_H^{l+1}) dt. \quad (17)$$

Нормуючи (17) відносно U_* , одержим:

$$\sigma = a_0 \delta + \varepsilon a_* \delta^2 + \dots + \varepsilon_{n-1} a_* \delta^n + a_* \delta^{n+1} = \frac{E}{U_*} \cos \omega t + \delta \frac{r_0}{R_0} + \frac{d(\varepsilon_0 \delta + \Delta_1 a_* \delta^2 + \dots + \Delta_m a_m \delta^{m+1})}{dt} + \int (c_0 \delta + \gamma_1 a_* \delta^2 + \dots + \gamma_l a_* \delta^{l+1}) \times dt. \quad (18)$$

Нехай ідеальна складова струму δ_0 , що відповідає ідеальному випадку, описується виразом:

$$\delta_0 = A_0 \cos \omega t + B_0 \sin \omega t. \quad (19)$$

Тоді з'являється можливість звільнитися від диференціалів та інтегралів в рівнянні (18). У цьому випадку вигляд кожної із наступних складових буде залежати від вигляду попередніх складових. Це пов'язано з тим, що при прирівнюванні членів по ступенях a_* , однакові складові будуть мати різні показники степені. При цьому структура σ повністю залежить від структури δ , а у випадку точного вирішення, кількість членів у поліномі σ відповідає вищезгаданому випадку. Від того, які складові присутні в початкових поліномах нелінійних величин, залежить гармонічний склад δ та σ . При цьому він буде більш широким для σ .

При паралельному з'єднанні елементів кола початкове рівняння може бути подане у вигляді системи:

$$u_H = a_0 i_H R_0 + a_1 i_H^2 R_0 + \dots + a_n i_H^{n+1} R_0 = \varepsilon_0 i_1 R' + \varepsilon_1 i_1^2 R' + \dots + \varepsilon_m i_1^{m+1} R' = c_0 i_2 R'' + c_1 i_2^2 R'' + \dots + c_l i_2^{l+1} R'' = E_0 + r_0 (i_1 + i_2 + i_H), \quad (20)$$

де i_1, i_2 - струми в гілках кола.

У цьому випадку зручно ввести додаткові позначення:

$$\frac{i_1}{I_*} = \delta_m; \quad \frac{i_2}{I_*} = \delta_l, \quad (21)$$

після чого задача набуває вигляду попередньої. Для точного аналізу кількість складових в поліномі σ вибирається з умови максимуму значення $K_n(n+1)+1; K_m(m+1)+1; K_l(l+1)+1$, де K_n, K_m, K_l - кількість членів в поліномах $\delta, \delta_m, \delta_l$, відповідно.

При наявності диференціалів та інтегралів, для нульових складових поліномів δ_m та δ_l можна ввести позначення, аналогічні (19) і проводити аналіз кожної наступної складової з урахуванням форми попередньої складової. Значимо, що вираз нульової складової в (19) був вибраний довільно і може мати різний вигляд в залежності від конкретного досліджуваного випадку.

Таким чином, в рамках методу малого параметра можна аналізувати процеси в електричних колах з нелінійними параметрами з похибкою, що залежить від точності визначення апроксимаційних поліномів елементів кола. При цьому, як видно з аналізу, вимоги до малості параметру a_n не обов'язкові.

Звернемо також увагу на те, що при записі результатів аналізу у вигляді (9), (10), нульова складова (δ_0, σ_0) відповідає ідеальному випадку (лінійності кола), а решта характеризують внесок нелінійності.

Виходячи із зазначених зручностей такий підхід використано в даній роботі як основний при аналізі нелінійних кіл.

В першому розділі проаналізовано електричні кола, що містять нелінійні навантаження, причому розглядалися два види нелінійності навантаження:

$$а) R_H = R_0(1 + m i_H^2), m - const; \quad (22)$$

$$б) R_H = R_0(1 + n u_H^2), n - const, \quad (23)$$

де i_H, u_H - відповідно струм через навантаження і напруга на ньому; R_0 - стала складова опору.

У цьому разі виникає чотири характерних випадки:

- 1) коло має джерело ЕРС, і опір навантаження залежить від струму;
- 2) коло має джерело ЕРС і опір навантаження залежить від напруги;
- 3) коло має джерело струму і опір навантаження залежить від струму;
- 4) коло має джерело струму і опір навантаження залежить від напруги.

Позначимо

$$m_* = m I_*^2; \quad n_* = n U_*^2; \quad P_* = I_*^2 R_0 = \frac{U_*^2}{R_0} \quad (24)$$

і представимо нормовані значення струму (δ), напруги (σ) і потужності (p) у вигляді поліномів по параметру m_* або n_* .

$$\delta = \frac{i_H}{I_*} = \delta_0 + m_* \delta_1 + m_*^2 \delta_2; \quad \sigma = \frac{u_H}{I_* R_0} = \sigma_0 + m_* \sigma_1 + m_*^2 \sigma_2.$$

$$\frac{P}{P_*} = P_0 + m_* P_1 + m_*^2 P_2. \quad (25)$$

$$\frac{i_H R_0}{U_*} = \delta_0 + n_* \delta_1 + n_*^2 \delta_2; \quad \frac{u_H}{U_*} = \sigma_0 + n_* \sigma_1 + n_*^2 \sigma_2,$$

$$\frac{P}{P_*} = P_0 + n_* P_1 + n_*^2 P_2. \quad (26)$$

Тоді для складових струму, напруги та потужності при відповідних порядках малості по m_* або n_* одержимо:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \delta_0 = \frac{E/I_*}{r_* + R_0}; \quad P_0 = \delta_0^2 = \frac{\left(\frac{E}{I_*}\right)^2}{(r_* + R_0)^2}; \\ \delta_1 &= -\frac{\delta_0^3 R_0}{r_* + R_0} = -\frac{(E/I_*)^3 R_0}{(r_* + R_0)^4}; \quad \sigma_1 = \frac{\delta_0^3 r_*}{r_* + R_0} = \frac{(E/I_*)^3 r_*}{(r_* + R_0)^4} \\ P_1 &= \frac{\delta_0^4 (r_* - R_0)}{r_* + R_0} = \frac{\left(\frac{E}{I_*}\right)^4 (r_* - R_0)}{(r_* + R_0)^5}; \quad (27) \\ \delta_2 &= \frac{3\delta_0^5 R_0^2}{(r_* + R_0)^2} = \frac{3(E/I_*)^5 R_0^2}{(r_* + R_0)^7}; \quad \sigma_2 = \frac{-3\delta_0^5 r_* R_0}{(r_* + R_0)^2} = \frac{3(E/I_*)^5 r_* R_0}{(r_* + R_0)^7} \\ P_2 &= \frac{\delta_0^6 (3R_0 - 4r_*) R_0}{(r_* + R_0)^2} = \frac{\left(\frac{E}{I_*}\right)^6 (3R_0 - 4r_*) R_0}{(r_* + R_0)^8}; \end{aligned}$$

для другого випадку

$$\sigma_0 = \delta_0 = \frac{\left(\frac{E}{U_*}\right) R_0}{r_* + R_0}; \quad P_0 = \delta_0^2 = \frac{\left(\frac{E}{U_*}\right)^2 R_0^2}{(r_* + R_0)^2};$$

$$\delta_1 = -\frac{\delta_0^3 R_0}{r_* + R_0} = -\frac{\left(\frac{E}{U_*}\right)^3 R_0^4}{(r_* + R_0)^4}; \quad \sigma_1 = \frac{\delta_0^3 r_*}{r_* + R_0} = \frac{\left(\frac{E}{U_*}\right)^3 r_* R_0^3}{(r_* + R_0)^4}; \quad (28)$$

$$P_1 = \frac{\delta_0^4 (r_* - R_0)}{r_* + R_0} = \frac{\left(\frac{E}{U_*}\right)^4 (r_* - R_0) R_0^4}{(r_* + R_0)^5};$$

$$\delta_2 = \frac{\delta_0^5 (R_0 - 2r_*) R_0}{(r_* + R_0)^2} = \frac{\left(\frac{E}{U_*}\right)^5 (R_0 - 2r_*) R_0^6}{(r_* + R_0)^7};$$

$$\sigma_2 = -\frac{\delta_0^5 r_* (R_0 - 2r_*)}{(r_* + R_0)^2} = -\frac{\left(\frac{E}{U_*}\right)^5 (R_0 - 2r_*) r_* R_0^5}{(r_* + R_0)^7};$$

$$P_2 = \frac{\delta_0^6 \{R_0^2 - 4r_* R_0 + 2r_*^2\}}{(r_* + R_0)^2} = \frac{\left(\frac{E}{U_*}\right)^6 (R_0^2 - 4r_* R_0 + 2r_*^2) R_0^6}{(r_* + R_0)^8}$$

для третьего выпадку

$$\sigma_0 = \delta_0 = \frac{\left(\frac{I}{I_*}\right) r_*}{r_* + R_0}; \quad P_0 = \delta_0^2 = \frac{\left(\frac{I}{I_*}\right)^2 r_*^2}{(r_* + R_0)^2};$$

$$\delta_1 = -\frac{\delta_0^3 R_0}{r_* + R_0} = -\frac{\left(\frac{I}{I_*}\right)^3 r_*^3 R_0}{(r_* + R_0)^4}; \quad \sigma_1 = \frac{\delta_0^3 r_*}{r_* + R_0} = \frac{\left(\frac{I}{I_*}\right)^3 r_*^4}{(r_* + R_0)^4};$$

$$P_1 = \frac{\delta_0^4 (r_* - R_0)}{r_* + R_0} = \frac{\left(\frac{I}{I_*}\right)^4 (r_* - R_0) r_*^4}{(r_* + R_0)^5}; \quad (29)$$

$$\delta_2 = \frac{3\delta_0^5 R_0^2}{(r_* + R_0)^2} = \frac{3\left(\frac{I}{I_*}\right)^5 r_*^5 R_0^2}{(r_* + R_0)^7}; \quad \sigma_2 = -\frac{3\delta_0^5 r_* R_0}{(r_* + R_0)^2} = -\frac{3\left(\frac{I}{I_*}\right)^5 r_*^6 R_0}{(r_* + R_0)^7}.$$

$$P_2 = \frac{\delta_0^6 (3R_0 - 4r_e) R_0}{(r_e + R_0)^2} = \frac{\left(\frac{I}{I_0}\right)^6 (3R_0 - 4r_e) r_e^6 R_0}{(r_e + R_0)^8}$$

І, нарешті, для останнього, четвертого випадку:

$$\sigma_0 = \delta_0 = \frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right) r_e}{r_e + R_0}; \quad P_0 = \delta_0^2 = \frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right)^2 r_e^2}{(r_e + R_0)^2};$$

$$\delta_1 = -\frac{\delta_0^3 R_0}{r_e + R_0} = -\frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right)^3 r_e^3 R_0}{(r_e + R_0)^4};$$

$$\sigma_1 = \frac{\delta_0^3 r_e}{r_e + R_0} = \frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right)^3 r_e^4}{(r_e + R_0)^4}; \quad P_1 = \frac{\delta_0^4 (r_e - R_0)}{r_e + R_0} = \frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right)^4 r_e^4 (r_e - R_0)}{(r_e + R_0)^5}; \quad (30)$$

$$\delta_2 = \frac{\delta_0^5 (R_0 - 2r_e) R_0}{(r_e + R_0)^2} = \frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right)^5 (R_0 - 2r_e) r_e^5 R_0}{(r_e + R_0)^7};$$

$$\sigma_2 = -\frac{\delta_0^5 (R_0 - 2r_e) r_e}{(r_e + R_0)^2} = -\frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right)^5 (R_0 - 2r_e) r_e^6}{(r_e + R_0)^7};$$

$$P_2 = \frac{\delta_0^6 (R_0^2 - 4r_e R_0 + 2r_e^2)}{(r_e + R_0)^2} = \frac{\left(\frac{IR_0}{U}\right)^6 (R_0^2 - 4r_e R_0 + 2r_e^2) r_e^6}{(r_e + R_0)^8}$$

Співставивши одержані вирази побачимо, що без урахування розбіжностей у виразах для δ_0 , складові $\delta_1, \sigma_0, \sigma_1, P_0, P_1$ визначаються однаково відносно δ_0 в усіх чотирьох випадках. Щодо складових δ_2, σ_2, P_2 , то вирази для їх визначення відносно δ_0 можна поділити на дві групи: в першу входять рівняння, одержані для випадків нелінійності опору навантаження по струму, а в другу - нелінійності опору навантаження по напрузі.

Подальший аналіз кіл з різнорідними елементами показав, що зручно ввести коефіцієнт K , який залежить від типу джерела живлення та характеру

нелінійності елементів.

У таблиці 1 наведено коефіцієнти K залежно від джерела живлення та типу нелінійності при послідовному з'єднанні наведених елементів кола, а в таблиці 1.7 - при паралельному з'єднанні.

Як видно з таблиць 1, 2, при однаковому складі кола маємо однакові знаменники коефіцієнтів. Щодо чисельників, то вони будуть однаковими при співпаданні не тільки джерела живлення, але й типу нелінійності. Усі коефіцієнти K при нелінійності навантаження по типу (23) містять в чисельнику R_0 незалежно від типу джерела живлення. У випадку живлення від джерела струму у чисельнику з'явиться внутрішній опір r_a .

У другому розділі проаналізовано кола з довільним числом нелінійних елементів. При цьому розглядалися такі види нелінійності реактивних елементів:

для потокозчеплення індуктивності з магнітним осердям

$$\Phi = a i_L - b i_L^3, \quad a, b - const, \quad (31)$$

де i_L - струм через індуктивність,

для напруги на нелінійній ємності:

$$u_C = d_1 Q + d_3 Q^3, \quad d_1, d_3 - const, \quad (32)$$

де Q - заряд на ємності.

Позначивши

$$b_* = b I_*^2 = \varepsilon m_*, \quad \text{та} \quad d_* = d_3 I_*^2 R_0^2 = \Delta m_*, \quad \varepsilon, \Delta - const, \quad (33)$$

приводимо всі нелінійності до одної.

Таблиця 3 демонструє, як змінюється вигляд коефіцієнтів K залежно від елементів, з яких складається коло та типу їх з'єднання між собою.

Порівнюючи таблиці 1, 2 та 3, бачимо, що при $a = L$, $d_1 = 1/C$ знаменники відповідних коефіцієнтів співпадають.

Зазначимо, що для уникнення тангенсів при аналізі лінійних складових струмів і напруг зображались у вигляді суми косинусної та синусної складових з відповідними коефіцієнтами. Щодо складових, викликаних нелінійністю, то, дякуючи зазначеному вище зображенню та вигляду нелінійностей, що аналізуються, вони включають складові першої та третьої гармонік.

При послідовному з'єднанні трьох нелінійних елементів (опору, індуктивності та ємності) у колі може виникнути резонанс напруг, умовою якого

Таблиця 1

Елементи кола		r_e, L, R_u	r_e, L, C, R_u
Живлення від джерела ЕРС	Нелінійність по типу (22)	$\frac{(E/I)}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{(E/I)}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$
	Нелінійність по типу (23)	$\frac{(E/U)R_e}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{(E/U)R_e}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$
Живлення від джерела струму	Нелінійність по типу (22)	$\frac{(I/I)r_e}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{(I/I)r_e}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$
	Нелінійність по типу (23)	$\frac{(I/U)r_e R_e}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{(I/U)r_e R_e}{(r_e + R_e)^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$

Таблиця 2

Елементи кола		r_s, L, R_u	r_s, L, C, R_u
Живлення від джерела ЕРС	Нелінійність по типу (22)	$\frac{\left(\frac{E}{I_s}\right)\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2}$	$\frac{\left(\frac{E}{I_s}\right)\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2(1 - \omega^2 LC)^2}$
	Нелінійність по типу (23)	$\frac{\left(\frac{E}{U}\right)R_0\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2}$	$\frac{\left(\frac{E}{U}\right)R_0\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2(1 - \omega^2 LC)^2}$
Живлення від джерела струму	Нелінійність по типу (22)	$\frac{\left(\frac{I}{I_s}\right)r_s\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2}$	$\frac{\left(\frac{I}{I_s}\right)r_s\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2(1 - \omega^2 LC)^2}$
	Нелінійність по типу (23)	$\frac{\left(\frac{I}{U}\right)r_s R_0\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2}$	$\frac{\left(\frac{I}{U}\right)r_s R_0\omega L}{(r_s + R_0)^2(\omega L)^2 + r_s^2 R_0^2(1 - \omega^2 LC)^2}$

Таблиця 3

Тип з'єднання елементів		послідовний	паралельний
Елементи кола	Φ, R_H	$\frac{E/I_s}{(r_s + R_0)^2 + (\omega\alpha)^2}$	$\frac{E/I_s}{(r_s + R_0)^2 (\omega\alpha)^2 + r_s^2 R_0^2}$
	Φ, C, R_H	$\frac{E/I_s}{(r_s + R_0)^2 + \left(\omega\alpha - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\frac{E/I_s}{(r_s + R_0)^2 (\omega\alpha)^2 + r_s^2 R_0^2 (1 - \omega^2 a C)^2}$
	Φ, Q, R_H	$\frac{E/I_s}{(r_s + R_0)^2 + \left(\omega\alpha - \frac{d_1}{\omega}\right)^2}$	$\frac{\left(\frac{E}{I_s}\right)\omega\alpha}{(r_s + R_0)^2 (\omega\alpha)^2 + r_s^2 R_0^2 \left(1 - \frac{\omega^2 a}{d_1}\right)^2}$

буде виконання співвідношення

$$u_L = -u_C, \quad (34)$$

тобто

$$d\Phi/dt = -d_1 Q - d_3 Q^3, \quad (35)$$

або

$$a \frac{di_L}{dt} - b \frac{di_L^3}{dt} = -d_1 Q - d_3 Q^3; \quad i_L = dQ/dt. \quad (36)$$

Нормуючи систему (36) відносно I_* і враховуючи ту обставину, що у досліджуваному випадку $i_L = i_H$, одержимо:

$$a \frac{d(\delta_0 + m_0 \delta_1)}{dt} - \varepsilon m_0 \frac{d\delta_0^3}{dt} = -d_1 \int (\delta_0 + m_0 \delta_1) dt - \frac{\Delta}{R_0^2} \left(\int \delta_0 dt \right)^3. \quad (37)$$

Як видно з (37), при відсутності нелінійності (коефіцієнти при m_0^0), для частоти резонансу можна записати:

$$\omega = \sqrt{d_1/a}, \quad (38)$$

що, за умови $a = L, d_1 = 1/C$ співпадає з класичним випадком.

Якщо $\varepsilon = 0$ і $\Delta = 0$, тобто індуктивність та ємність лінійні, умовою резонансу на першій гармоніці буде $\omega = \sqrt{d_1/a}$, а на третій гармоніці - $3\omega = \sqrt{d_1/a}$.

При наявності нелінійності для косинусних складових першої гармоніки одержимо:

$$\left(\omega a - \frac{d_1}{\omega} \right) \left\{ R_0 \left(\omega a - \frac{d_1}{\omega} \right) + (r_e + R_0) \left(\frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} + \omega \varepsilon \right) \right\} = 0. \quad (39)$$

Це означає, що для досягнення резонансу напруг на частоті першої гармоніки необхідно виконання умов:

$$1) \omega_{1,2} = \sqrt{\frac{d_1 R_0^2 \pm \sqrt{d_1^2 R_0^4 - 4\Delta(r_e + R_0)\{r_e \varepsilon + R_0(a + \varepsilon)\}}}{2R_0\{r_e \varepsilon + R_0(a + \varepsilon)\}}}; \quad (40)$$

$$2) \omega = \sqrt{d_1/a}. \quad (41)$$

Для синусних складових першої гармоніки маємо:

$$\left\{ \left(\omega a - \frac{d_1}{\omega} \right)^2 - (r_s + R_0)^2 \right\} \left\{ R_0 \left(\omega a - \frac{d_1}{\omega} \right) + (r_s + R_0) \left(\frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} + \omega \varepsilon \right) \right\} = 0 \quad (42)$$

Тобто, умовами досягнення резонансу будуть:

$$1) \omega_{1,2} = \sqrt{\frac{d_1 R_0^2 \pm \sqrt{d_1^2 R_0^4 - 4 \Delta (r_s + R_0) \{r_s \varepsilon + R_0 (a + \varepsilon)\}}}{2 R_0 \{r_s \varepsilon + R_0 (a + \varepsilon)\}}}; \quad (43)$$

$$2) \omega = \frac{(r_s + R_0) + \sqrt{(r_s + R_0)^2 + 4 a d_1}}{2 a} \quad (44)$$

Як бачимо, умови (40) і (43) повністю співпадають.

Для виявлення умов досягнення резонансу напруг на частоті третьої гармоніки для косинусних складових, базове співвідношення має вигляд:

$$\left\{ R_0 \left(3 \omega a - \frac{d_1}{3 \omega} \right) - (r_s + R_0) \left(\frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} - 3 \omega \varepsilon \right) \right\} \left\{ \left(\omega a - \frac{d_1}{\omega} \right)^2 \left(5 \omega a - \frac{d_1}{\omega} \right) - (r_s + R_0)^2 \left(3 \omega a - \frac{5 d_1}{\omega} \right) \right\} = 0. \quad (45)$$

Одним з рішень рівняння (45) буде

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{9} d_1 R_0^2 \pm \sqrt{\frac{1}{81} d_1^2 R_0^4 + \frac{4}{3} \Delta (r_s + R_0) \{r_s \varepsilon + R_0 (a + \varepsilon)\}}}{\frac{2}{9} R_0 \{r_s \varepsilon + R_0 (a + \varepsilon)\}}}. \quad (46)$$

Для синусних складових третьої гармоніки одержимо:

$$\left\{ R_0 \left(3 \omega a - \frac{d_1}{3 \omega} \right) - (r_s + R_0) \left(\frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} - 3 \omega \varepsilon \right) \right\} \left\{ (r_s + R_0)^4 - 12 (r_s + R_0)^2 \times \right. \\ \left. \times \left(\omega a - \frac{d_1}{\omega} \right) \left(\omega a - \frac{d_1}{3 \omega} \right) + \left(\omega a - \frac{d_1}{\omega} \right)^3 \left(3 \omega a - \frac{d_1}{3 \omega} \right) \right\} = 0 \quad (47)$$

Як і для рівняння (45), одним з рішень (47) буде (46).

Проаналізуємо, далі, коло, в якому нелінійні елементи з'єднані паралельно.

В розглядуваному колі може виникнути резонанс струмів, умовою якого є

$$i_L = -i_C = -dQ/dt. \quad (48)$$

Тоді буде справедливе співвідношення

$$a \frac{di_L}{dt} - b \frac{di_L^3}{dt} = -d_1 \int i_L dt - d_3 \left(\int i_L dt \right)^3. \quad (49)$$

В лінійному випадку резонанс виникне при

$$\omega = \sqrt{d_1/a}, \quad (50)$$

що при $a = L$, $d_1 = 1/C$ співпадає з класичним виразом.

Що стосується коефіцієнтів, викликаних нелінійністю, то вони запишуться у вигляді:

для косинусних складових першої гармоніки:

$$N_1 \left(1 - \frac{\omega^2 a}{d_1} \right) = -\frac{3}{4} N_0 (M_0^2 + N_0^2) \frac{\omega}{d_1} \left(\omega \varepsilon + \frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} \right); \quad (51)$$

для синусних складових першої гармоніки:

$$M_1 \left(1 - \frac{\omega^2 a}{d_1} \right) = -\frac{3}{4} M_0 (M_0^2 + N_0^2) \frac{\omega}{d_1} \left(\omega \varepsilon + \frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} \right); \quad (52)$$

для косинусних складових третьої гармоніки:

$$N_{13} \left(1 - \frac{9\omega^2 a}{d_1} \right) = \frac{3}{4} N_0 (N_0^2 - 3M_0^2) \frac{\omega}{d_1} \left(3\omega \varepsilon - \frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} \right); \quad (53)$$

для синусних складових третьої гармоніки:

$$M_{13} \left(1 - \frac{9\omega^2 a}{d_1} \right) = -\frac{3}{4} M_0 (M_0^2 - 3N_0^2) \frac{\omega}{d_1} \left(3\omega \varepsilon - \frac{\Delta}{\omega^3 R_0^2} \right). \quad (54)$$

Тут M_0, M_1, M_{13} - косинусні складові струму через індуктивність, N_0, N_1, N_{13} - синусні складові струму через індуктивність. Причому індекс «0» відповідає лінійній складовій, «1» - складовій при першій малості по m_* , що створює першу гармоніку за рахунок нелінійності, «13» - складовій при першій малості по m_* , яка відповідає третій гармоніці, викликаній нелінійністю.

Підстановка в вирази (51) - (54) відповідних формул призводить до громіздких виразів, тому вони тут не наводяться. Зазначимо лише, що при $\varepsilon = 0, \Delta = 0$, одним з рішень рівнянь (51) - (54) буде (50).

Резонансні процеси в розглянутих колах можуть обумовлюватись і більш високими гармоніками. Умови їх виникнення розраховуються аналогічно і тут

не розглядаються. Що ж до електричних кіл з нелінійними елементами, то вони можуть мати більш складну конфігурацію, але можуть бути зведені до розглянутих вище випадків.

У третьому розділі розглядається аналіз нелінійних чотириполосників.

Вплив нелінійних елементів на параметри чотириполосників залежить від того, де знаходиться нелінійний елемент: поза чотириполосником, у вигляді навантаження, чи безпосередньо як елемент чотириполосника.

Причому у другому випадку суттєве значення має розташування нелінійного елемента серед інших елементів чотириполосника.

Якщо серед елементів чотириполосника є декілька нелінійних елементів, то їх вплив на коефіцієнти чотириполосника має досить складний характер. Тому однозначно вказати, яку вагу в "неідеальність" того чи іншого коефіцієнта чотириполосника вносить окремий нелінійний елемент визначити дуже важко, а іноді навіть неможливо. Для виявлення впливу розташування нелінійного елемента серед інших елементів чотириполосника, будемо використовувати нелінійний елемент як своєрідний "пробний сигнал", розміщуючи його послідовно в усіх можливих для даного типу чотириполосника положеннях.

Для однорідності математичних виразів введемо позначення. Нехай нелінійність активного елемента описується співвідношенням:

$$R_k = R_0(1 + m i_k^2), \quad (55)$$

де k приймає значення n, a, b, c, ab, bc, ac залежно від того, де знаходиться нелінійний елемент; $m - const$; i_k - струм через нелінійний елемент; R_0 - опір нелінійного елемента, що відповідає ідеальному випадку.

$$\delta_k = i_k / I_s = \delta_{k0} + m \delta_{k1}; \quad \sigma_k = u_k / I_s R_0 = \sigma_{k0} + m \sigma_{k1}. \quad (56)$$

Для вхідних (i', u') і вихідних (i'', u'') струмів та напруг чотириполосника маємо, відповідно

$$\delta' = i' / I_s = \delta'_0 + m \delta'_1; \quad \sigma' = u' / I_s R_0 = \sigma'_0 + m \sigma'_1; \quad (57)$$

$$\delta'' = i'' / I_s = \delta''_0 + m \delta''_1; \quad \sigma'' = u'' / I_s R_0 = \sigma''_0 + m \sigma''_1.$$

Будемо також вважати, що на вхід чотириполосника подається напруга $U \cos \omega t$.

Проаналізуємо на початку вплив нелінійного навантаження на параметри лінійного чотириполосника. Для спрощення аналізу припустимо, що чотириполосник оборотний, тобто

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1. \quad (58)$$

Тут $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ - коефіцієнти чотириполосника.

Значимо, що вимога оборотності відноситься тільки до першої частини аналізу, а саме до випадку, коли нелінійним є активне навантаження.

Для вхідних і вихідних струмів та напруг чотириполосника можна записати

$$u'' = A_{22}u' - A_{12}i' = i''R_0(1 + mi''^2) = A_{22}U \cos \omega t - A_{12}i';$$

$$i'' = -A_{21}u' + A_{11}i' = -A_{21}U_0 \cos \omega t + A_{11}i'. \quad (59)$$

Нормуючи систему (3.5) відносно I_* та скориставшись позначеннями (3.3), виділивши із системи (3.6) коефіцієнти при однакових ступенях m , і врахувавши умову оборотності (3.4), одержимо:

$$\delta_0' = \frac{A_{22} + A_{21}R_0}{A_{12} + A_{11}R_0} \cdot \frac{U}{I_*} \cos \omega t; \quad \delta_0'' = \sigma_0'' = \frac{U/I_* \cos \omega t}{A_{12} + A_{11}R_0};$$

$$\delta_1' = \frac{-\frac{1}{4}\left(\frac{U}{I_*}\right)^3 R_0(3\cos \omega t + \cos 3\omega t)}{(A_{11}R_0 + A_{12})^4}; \quad (60)$$

$$\delta_1'' = \frac{-\frac{1}{4}\left(\frac{U}{I_*}\right)^3 A_{11}R_0(3\cos \omega t + \cos 3\omega t)}{(A_{11}R_0 + A_{12})^4};$$

$$\sigma_1'' = \frac{\frac{1}{4}\left(\frac{U}{I_*}\right)^3 A_{12}(3\cos \omega t + \cos 3\omega t)}{(A_{11}R_0 + A_{12})^4}.$$

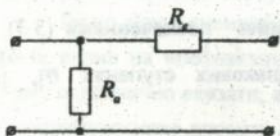
Із співвідношень (60) видно, що при наявності нелінійного навантаження, миттєві значення вхідного струму і вихідних струму та напруги мають ідеальну складову $(\delta_0', \delta_0'', \sigma_0'')$, яка відповідає випадку лінійного навантаження, і додаткову складову $(\delta_1', \delta_1'', \sigma_1'')$, залежну від вигляду нелінійності. У розглянутому випадку поряд з основною з'являється третя гармоніка. Але при складних нелінійностях навантаження, наприклад, у вигляді полінома, може бути присутній широкий спектр гармонічних складових.

Відомо, що коефіцієнти чотириполюсника визначаються формулами:

$$A_{11} = \left(\frac{u_1}{u_2} \right)_{i_1=0}; A_{22} = \left(\frac{i_1}{i_2} \right)_{u_2=0}; A_{12} = \left(\frac{u_1}{i_2} \right)_{u_2=0}; A_{21} = \left(\frac{i_1}{u_2} \right)_{i_2=0}. \quad (61)$$

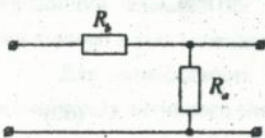
Надалі будемо користуватися саме формулами (61) для знаходження коефіцієнтів передачі чотириполюсників.

На рис. 1 представлені основні види чотириполюсників та матриці коефіцієнтів A , що відповідають лінійному випадку.



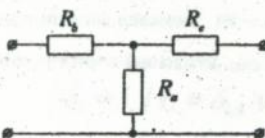
$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & R_c \\ \frac{1}{R_s} & 1 + \frac{R_c}{R_s} \end{bmatrix}$$

прямий Г-подібний



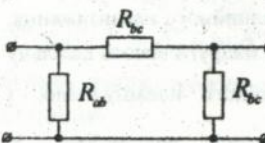
$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_b}{R_s} & R_b \\ \frac{1}{R_s} & 1 \end{bmatrix}$$

зворотний Г-подібний



$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_b}{R_s} & R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_s} \\ \frac{1}{R_s} & 1 + \frac{R_c}{R_s} \end{bmatrix}$$

Т-подібний



$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_{bc}}{R_{ab}} & R_{bc} \\ \frac{1}{R_{ab}} + \frac{1}{R_{bc}} \frac{R_{bc}}{R_{ab} R_{bc}} & 1 + \frac{R_{bc}}{R_{ab}} \end{bmatrix}$$

П-подібний

Рис. 1 Основні види чотириполюсників

Зазначимо, що для обчислення струмів та напруг холостого ходу та

короткого замикання для знаходження коефіцієнтів використовувався викладений вище метод. При цьому для спрощення дільника у співвідношеннях для коефіцієнтів A бралася до уваги формула

$$\frac{B}{A \pm \Delta A} \approx \frac{B}{A} \pm \frac{B \Delta A}{A^2}. \quad (62)$$

Таблиці 4, 5 демонструють залежність коефіцієнтів A від розташування нелінійного елемента для прямого і зворотного Γ -подібних чотириполосників відповідно. В табл. 6 наведено коефіцієнти A для T -подібного, а в табл. 7 - для Π -подібного чотириполосників. У роботі розглянуто також мостовий та T -подібно мостовий чотириполосники.

Отже, виведені аналітичні залежності дозволяють виконати аналіз впливу нелінійності на параметри різних типів чотириполосників, а також визначити умови, при яких нелінійність виступає зменшуючим або збільшуючим чинником.

У четвертому розділі розглядалися багатозазні кола.

Перш ніж перейти до аналізу трифазних кіл, що містять нелінійні елементи, перепишемо вирази для ЕРС симетричної зірки та симетричного трикутника в такому вигляді.

$$E_A = E \cos \omega t; \quad E_B = E \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{E}{2} (-\cos \omega t + \sqrt{3} \sin \omega t);$$

$$E_C = E \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = -\frac{E}{2} (\cos \omega t + \sqrt{3} \sin \omega t);$$

$$E_{AB} = E_A - E_B = \frac{\sqrt{3}}{2} E (\sqrt{3} \cos \omega t - \sin \omega t); \quad (63)$$

$$E_{BC} = E_B - E_C = \sqrt{3} E \sin \omega t;$$

$$E_{CA} = E_C - E_A = -\frac{\sqrt{3}}{2} E (\sqrt{3} \cos \omega t + \sin \omega t).$$

Таким чином, ми позбулися кута зсуву фази у виразах для ЕРС. Зазначимо також, що у цьому розділі розглядалися лише активні навантаження, оскільки присутність реактивних елементів не змінює послідовності аналізу.

У розділі аналізуються системи «зірка-зірка», «трикутник-трикутник» та чотирипроводові лінії при нелінійності одного, двох або трьох навантажень. Зупинимось детальніше на розгляді чотирипроводової лінії з несиметричним навантаженням, нелінійним в усіх трьох фазах.

Таблиця 4

Коефіцієнт	Нелінійність у плечі «а»	Нелінійність у плечі «с»
A_{11}	1	1
A_{12}	R_c	$R_c - m \frac{1}{R_c} U^2 \cos^2 \alpha t$
A_{21}	$\frac{1}{R_0} - m \frac{1}{R_0^3} U^2 \cos^2 \alpha t$	$\frac{1}{R_c}$
A_{22}	$1 + \frac{R_c}{R_0} - m \frac{R_c}{R_0^3} U^2 \cos^2 \alpha t$	$1 + \frac{R_0}{R_c} - m \frac{1}{R_c R_0} U^2 \cos^2 \alpha t$

Таблиця 5

Коефіцієнт	Нелінійність у плечі «а»	Нелінійність у плечі «б»
A_{11}	$1 + \frac{R_c}{R_0} + m \frac{R_0}{R_0(R_0 + R_c)^2} U^2 \cos^2 \alpha t$	$1 + \frac{R_0}{R_c} - m \frac{R_0}{R_0(R_0 + R_c)^2} U^2 \cos^2 \alpha t$
A_{12}	R_c	$R_0 - m \frac{1}{R_0} U^2 \cos^2 \alpha t$
A_{21}	$\frac{1}{R_0} - m \frac{R_0 - R_c}{R_0(R_0 + R_c)^2} U^2 \cos^2 \alpha t$	$\frac{1}{R_c}$
A_{22}	1	1

Таблиця 6

Коефіцієнт	Нелінійність у плечі «а»	Нелінійність у плечі «в»	Нелінійність у плечі «с»
A_{11}	$1 + \frac{R_c}{R_0} + m \frac{R_0 U^2 \cos^2 \omega t}{R_0 (R_0 + R_c)^2}$	$1 + \frac{R_c}{R_0} - m \frac{R_0 U^2 \cos^2 \omega t}{R_0 (R_0 + R_c)^2}$	$1 + \frac{R_c}{R_0}$
A_{12}	$R_0 + R_c + \frac{R_0 R_c}{R_0} +$ $+ m \frac{R_0 R_c^2 U^2 \cos^2 \omega t}{R_0 \{R_0 R_0 + R_0 R_c + R_c R_0\}^2}$	$R_0 + R_c + \frac{R_0 R_c}{R_0} -$ $- m \frac{R_0 (R_0 + R_c)^2 U^2 \cos^2 \omega t}{R_0 \{R_0 R_0 + R_0 R_c + R_c R_0\}^2}$	$R_0 + R_c + \frac{R_0 R_c}{R_0} -$ $- m \frac{R_0 R_0 (R_0 + R_c) U^2 \cos^2 \omega t}{\{R_0 R_0 + R_0 R_c + R_c R_0\}^2}$
A_{21}	$\frac{1}{R_0} - m \frac{(R_0 - R_c)}{R_0 (R_0 + R_c)^3} U^2 \cos^2 \omega t$	$\frac{1}{R_0}$	$\frac{1}{R_0}$
A_{22}	$1 + \frac{R_c}{R_0} + m \times$ $\times \frac{R_c^2 \{R_0 (R_0 + R_c) - R_0 R_c\} U^2 \cos^2 \omega t}{R_0 \{R_0 R_0 + R_0 R_c + R_c R_0\}^3}$	$1 + \frac{R_c}{R_0} - m \times$ $\times \frac{2 R_0 R_c (R_0 + R_c)^2 U^2 \cos^2 \omega t}{R_0 \{R_0 R_0 + R_0 R_c + R_c R_0\}^3}$	$1 + \frac{R_c}{R_0} - m \times$ $\times \frac{R_0 R_0 \{R_0 (R_0 + R_c) - R_0 R_c\} U^2 \cos^2 \omega t}{\{R_0 R_0 + R_0 R_c + R_c R_0\}^3}$

Таблиця 7

Коефі- цієнт	Нелінійність у плечі «ав»	Нелінійність у плечі «ас»	Нелінійність у плечі «вс»
A_{11}	$1 + \frac{R_w}{R_m}$	$1 + \frac{R_w}{R_0} + m \frac{R_w}{R_0(R_0 + R_w)} U^2 \cos^2 \alpha t$	$1 + \frac{R_0}{R_w} - m \frac{R_0}{R_w(R_w + R_0)} U^2 \cos^2 \alpha t$
A_{12}	R_w	R_w	$R_0 - m \frac{1}{R_0} U^2 \cos^2 \alpha t$
A_{21}	$\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_w} + \frac{R_w}{R_0 R_w} -$ $- m \frac{R_w + R_0}{R_0^2 R_w} U^2 \cos^2 \alpha t$	$\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_w} + \frac{R_w}{R_w R_0} + m \times$ $\times \frac{\{R_w(R_w + R_0 + R_w) - R_w R_0\}}{R_w R_0 (R_0 + R_w)^2} U^2 \cos^2 \alpha t$	$\frac{1}{R_w} + \frac{1}{R_w} + \frac{R_0}{R_w R_w} -$ $- m \frac{R_0}{R_w R_w (R_w + R_0)^2} U^2 \cos^2 \alpha t$
A_{22}	$1 + \frac{R_w}{R_0} - m \frac{R_w}{R_0^2} U^2 \cos^2 \alpha t$	$1 + \frac{R_w}{R_w}$	$1 + \frac{R_0}{R_w} - m \frac{1}{R_w R_0} U^2 \cos^2 \alpha t$

Нехай навантаження у фазі А нелінійне по типу (22), нелінійність у фазах В і С описується співвідношеннями

$$R_B = R_0'(1 + m' i_B^2); R_C = R_0''(1 + m'' i_C^2). \quad (64)$$

Позначимо також

$$m' I_*^2 = m'_* = \gamma_B m_*; m'' I_*^2 = m''_* = \gamma_C m_*, \gamma_B, \gamma_C - const. \quad (65)$$

$$i_j / I_* = \delta_j = \delta_{j0} + m_* \delta_{j1}; \delta_{j0} = A_j \cos \omega t + B_j \sin \omega t;$$

$$\delta_{j1} = A_{j1} \cos \omega t + B_{j1} \sin \omega t + A_{j13} \cos 3\omega t + B_{j13} \sin 3\omega t, \quad (66) \text{ де}$$

j приймає значення А, В, С, N залежно від того, розглядається струм у відповідній фазі чи нейтралі.

Взявши до уваги позначення (65), (66), для лінійних складових маємо:

$$A_A = \frac{1}{2} K (2R_0'R_0'' + 3R_0''R_N + 3R_N R_0');$$

$$B_A = -\frac{\sqrt{3}}{2} K R_N (R_0' + R_0'');$$

$$A_B = -\frac{1}{2} K R_0'' (R_0' + 3R_N); B_B = \frac{\sqrt{3}}{2} K R_0'' (R_0' + R_N);$$

$$A_C = -\frac{1}{2} R_0' (R_0' + 3R_N); \quad (67)$$

$$B_C = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{K}{R_0''} (R_0'R_0'R_0'' + R_0'R_0''R_N + 2R_0''R_N R_0' + 2R_N R_0'R_0');$$

$$A_N = -\frac{1}{2} K (R_0'R_0' - 2R_0'R_0'' + R_0''R_0');$$

$$B_N = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{K}{R_0''} (R_0'R_0'R_0'' + 2R_0'R_0''R_N + 2R_0''R_N R_0' + 2R_N R_0'R_0' - R_0'R_0'').$$

Тут

$$K = \frac{E / I_*}{R_0'R_0'R_0'' + R_0'R_0''R_N + R_0''R_N R_0' + R_N R_0'R_0'}. \quad (68)$$

Щодо складових, викликаних нелінійністю, то для фази А вони набудуть вигляду:

$$A_{A1} = \left\{ -\frac{3}{4} R_0' (R_0'R_0'' + R_0''R_N + R_N R_0') A_A (A_A^2 + B_A^2) - \frac{1}{4} \gamma_B R_0' (R_0'R_0'' + R_0''R_N + R_N R_0') (3A_A A_B^2 + A_A B_B^2 + 2B_A A_B B_B) - \frac{1}{4} \gamma_C R_0'' (R_0'R_0' + R_0'R_N + \right.$$

$$+ R_N R_0)(3A_A A_C^2 + A_A B_C^2 + 2B_A A_C B_C) + \frac{1}{8} \frac{E}{I_A} \gamma_B R_0'(2R_0'' + 3R_N)(3A_B^2 + B_B^2) + \frac{1}{8} \frac{E}{I_A} \gamma_C R_0''(2R_0' + 3R_N)(3A_C^2 + B_C^2) - \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_B R_0' R_N A_B B_B - \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_C R_0'' R_N A_C B_C \} / (R_0 R_0' R_0'' + R_0' R_0'' R_N + R_0'' R_N R_0 + R_N R_0 R_0');$$

$$B_{A1} = \left\{ -\frac{3}{4} R_0 (R_0' R_0'' + R_0'' R_N + R_N R_0') B_A (A_A^2 + B_A^2) - \frac{1}{4} \gamma_B R_0' (R_0 R_0'' + R_0'' R_N + R_N R_0) (2A_A A_B B_B + B_A A_B^2 + 3B_A B_B^2) - \frac{1}{4} \gamma_C R_0'' (R_0 R_0' + R_0' R_N + R_N R_0) (2A_A A_C B_C + B_A A_C^2 + 3B_A B_C^2) + \frac{1}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_B R_0' (2R_0'' + 3R_N) A_B B_B + \frac{1}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_C R_0'' (2R_0' + 3R_N) A_C B_C - \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{E}{I_A} \gamma_B R_0' R_N (A_B^2 + 3B_B^2) - \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{E}{I_A} \times \gamma_C R_0'' R_N (A_C^2 + 3B_C^2) \right\} / (R_0 R_0' R_0'' + R_0' R_0'' R_N + R_0'' R_N R_0 + R_N R_0 R_0');$$

$$A_{A13} = \left\{ -\frac{1}{4} R_0 (R_0' R_0'' + R_0'' R_N + R_N R_0') A_A (A_A^2 - 3B_A^2) - \frac{1}{4} \gamma_B R_0' (R_0 R_0'' + R_0'' R_N + R_N R_0) (A_A A_B^2 - A_A B_B^2 - 2B_A A_B B_B) - \frac{1}{4} \gamma_C R_0'' (R_0 R_0' + R_0' R_N + R_N R_0) (A_A A_C^2 - A_A B_C^2 - 2B_A A_C B_C) + \frac{1}{8} \frac{E}{I_A} \gamma_B R_0' (2R_0'' + 3R_N) (A_B^2 - B_B^2) + \frac{1}{8} \frac{E}{I_A} \gamma_C R_0'' (2R_0' + 3R_N) (A_C^2 - B_C^2) + \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_B R_0' R_N A_B B_B + \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_C R_0'' R_N A_C B_C \right\} / (R_0 R_0' R_0'' + R_0' R_0'' R_N + R_0'' R_N R_0 + R_N R_0 R_0');$$

$$B_{A13} = \left\{ \frac{1}{4} R_0 (R_0' R_0'' + R_0'' R_N + R_N R_0') B_A (B_A^2 - 3A_A^2) + \frac{1}{4} \gamma_B R_0' (R_0 R_0'' + R_0'' R_N + R_N R_0) (B_A B_B^2 - 2A_A A_B B_B - B_A A_B^2) + \frac{1}{4} \gamma_C R_0'' (R_0 R_0' + R_0' R_N + R_N R_0) (B_A B_C^2 - 2A_A A_C B_C - B_A A_C^2) + \frac{1}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_B R_0' (2R_0'' + 3R_N) A_B B_B + \frac{1}{4} \frac{E}{I_A} \gamma_C R_0'' (2R_0' + 3R_N) A_C B_C \right\} / (R_0 R_0' R_0'' + R_0' R_0'' R_N + R_0'' R_N R_0 + R_N R_0 R_0');$$

$$+ \frac{1}{4} \frac{E}{I_c} \gamma_c R_0'' (2R_0' + 3R_N) A_C B_C - \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{E}{I_c} \gamma_B R_0' R_N (A_B^2 - B_B^2) - \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{E}{I_c} \times \\ \times \gamma_C R_0' R_N (A_C^2 - B_C^2) \} / (R_0 R_0' R_0'' + R_0' R_0' R_N + R_0'' R_N R_0 + R_N R_0 R_0'); \quad (69)$$

Співвідношення для складових струму фаз B , C і нейтралі будуть мати аналогічний вигляд.

У п'ятому розділі розглянуто нелінійні лінії з розподіленими параметрами.

Лінії з розподіленими параметрами на практиці, як правило, розраховують за допомогою телеграфних рівнянь. Такий підхід дуже зручний при умові лінійності параметрів лінії. Якщо один, або кілька параметрів лінії нелінійні, виникають труднощі з застосуванням символічного методу при розв'язанні телеграфних рівнянь. Це пов'язано з обмеженням символічного методу на використання при розрахунку нелінійних кіл. У деяких випадках нехтування нелінійністю не призводить до відчутних похибок і такі лінії можна розраховувати звичним методом, вважаючи їх лінійними. Коли припущення про лінійність параметрів лінії з тих чи інших причин недоцільне, розрахунок можна виконувати, користуючись моделлю ділянки лінії з розподіленими параметрами, як чотириполосника. Якщо розподілені параметри не залежать від розташування, то, розрахувавши параметри ділянки лінії, як зворотного Γ -подібного чотириполосника, наприклад, у формі A , з урахуванням нелінійності елементів і використавши метод скінченних різниць, можна виконати аналіз такої лінії. При цьому вхідним струмом і напругою кожної наступної ділянки лінії будуть вихідні струм і напруга попередньої ділянки. При використанні цієї методики для розрахунку нелінійних ліній з розподіленими параметрами основні труднощі пов'язані з катастрофічним ускладненням розрахунків від ділянки до ділянки. У цьому разі при необхідності тільки кількісного аналізу можна скористатись чисельними методами. Але якщо виникає необхідність у якісному аналізі, то громіздкість є суттєвим недоліком. Якщо форма нелінійності розподілених параметрів лінії не змінюється впродовж усієї її довжини, можна спробувати записати для такої лінії телеграфні рівняння. При цьому необхідно врахувати усі нелінійності розподілених параметрів. Для вирішення одержаної системи диференціальних рівнянь в частинних похідних необхідно зробити припущення щодо форми струмів і напруг на кінцях ділянки лінії. При цьому для уникнення застосування кута зсуву фази між напругою і струмом можна скористатись тригонометричними формулами. Якщо форма нелінійності розпо-

ділених параметрів лінії включає малий параметр, доцільно застосувати для вирішення одержаних рівнянь метод малого параметру. Вибравши ступінь малості, яким можна знехтувати, і скоротивши за рахунок цього початкові рівняння, а також скориставшись методом гармонічного балансу, можна таким чином проаналізувати нелінійну лінію з розподіленими параметрами.

Аналіз ділянки лінії як нелінійного чотириполосника через обмеженість обсягу в авторефераті не розглядатимемо, а перейдемо одразу до аналізу телеграфних рівнянь лінії з нелінійними розподіленими параметрами.

Класична схема заміщення ділянки нелінійної лінії з розподіленими параметрами має вигляд рис 2.

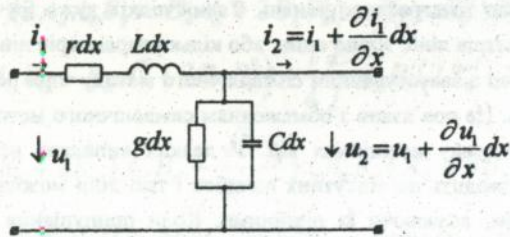


Рис. 2. Схема заміщення ділянки лінії з розподіленими параметрами

Нехай на вхід ділянки подається напруга

$$u_1 = U_c(x) \cos \omega t + U_s(x) \sin \omega t, \quad (70)$$

де $U_c(x), U_s(x)$ - амплітуди косинусної та синусної складових напруги, відповідно.

Струм на вході ділянки описується співвідношенням:

$$i = I_c(x) \cos \omega t + I_s(x) \sin \omega t, \quad (71)$$

де $I_c(x), I_s(x)$ - амплітуди косинусної та синусної складових струму відповідно.

Звертаємо увагу на те, що косинусні та синусні складові напруги та струму залежать від відстані x від початку лінії.

Розширення спектру напруги (70) і струму (71) не доцільно. Це пов'язано з тим, що при переході від ділянки до ділянки вплив вищих гармонік зменшується.

Нехай нелінійність елементів ділянки лінії з нелінійними розподіленими параметрами описується співвідношеннями:

$$r = R_0(1 + \varepsilon_1 i^2); \Phi = L_0 i - \varepsilon_2 i^3, \varepsilon_1, \varepsilon_2 - \text{const};$$

$$g = g_0(1 + \varepsilon_3 u^2); Q = c_0 u + \varepsilon_4 u^3, \varepsilon_3, \varepsilon_4 - \text{const}. \quad (72)$$

Без урахування величин другої і вищих порядків малості, телеграфні рівняння для лінії з вищевказаними нелінійностями мають вигляд:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} + \varepsilon_1 R_0 i^3 - 3\varepsilon_2 L_0 i^2 \frac{\partial i}{\partial t};$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 u + c_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon_3 g_0 u^3 + 3\varepsilon_4 c_0 u^2 \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (73)$$

Підставивши в систему (73) формули (70), (71) і виділивши косинусні та синусні складові першої гармоніки та скориставшись виразами для косинусних і синусних складових третьої гармоніки, як допоміжними, маємо остаточну систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{dU_C}{dx} = -R_0 I_C - \omega L_0 I_S - \varepsilon_1 R_0 I_C^3 + \varepsilon_2 \omega L_0 I_S^3;$$

$$\frac{dU_S}{dx} = \omega L_0 I_C - R_0 I_S - \varepsilon_2 \omega L_0 I_C^3 - \varepsilon_1 R_0 I_S^3;$$

$$\frac{dI_C}{dx} = -g_0 U_C - \omega C_0 U_S - \varepsilon_3 g_0 U_C^3 - \varepsilon_4 \omega C_0 U_S^3; \quad (74)$$

$$\frac{dI_S}{dx} = \omega C_0 U_C - g_0 U_S + \varepsilon_4 \omega C_0 U_C^3 - \varepsilon_3 g_0 U_S^3.$$

Для розв'язку системи (74) у загальному вигляді, користуючись методом малого параметру можна записати:

$$U_C(x) = U_{C_0}(x) - \varepsilon_1 R_0 P(x) + \varepsilon_2 \omega L_0 R(x);$$

$$U_S(x) = U_{S_0}(x) - \varepsilon_1 R_0 R(x) - \varepsilon_2 \omega L_0 P(x); \quad (75)$$

$$I_C(x) = I_{C_0}(x) - \varepsilon_3 g_0 S(x) - \varepsilon_4 \omega C_0 T(x);$$

$$I_S(x) = I_{S_0}(x) + \varepsilon_3 g_0 T(x) - \varepsilon_4 \omega C_0 S(x).$$

Скориставшись початковими умовами

$$U_C(x) \Big|_{x=0} = U_0; U_S(x) = I_C(x) = I_S(x) \Big|_{x=0} = 0 \quad (76)$$

та системою власних векторів, одержимо розв'язок однорідної частини системи

(74):

$$\begin{aligned}
 U_{C_0}(x) &= U_0 \left\{ e^{\beta x} [(P_1 k_7 - P_2 k_8) \cos \alpha x - (P_1 k_8 + P_2 k_7) \sin \alpha x] + \right. \\
 &+ e^{-\beta x} [(P_3 k_1 + P_4 k_2) \cos \alpha x + (P_3 k_2 - P_4 k_1) \sin \alpha x] \Big\}; \\
 U_{S_0}(x) &= U_0 \left\{ e^{\beta x} [(P_1 k_5 - P_2 k_6) \cos \alpha x - (P_1 k_6 + P_2 k_5) \sin \alpha x] + \right. \\
 &+ e^{-\beta x} [(P_3 k_3 + P_4 k_4) \cos \alpha x + (P_3 k_4 - P_4 k_3) \sin \alpha x] \Big\}; \\
 I_{C_0}(x) &= U_0 \left\{ e^{\beta x} [(P_2 k_2 - P_1 k_1) \cos \alpha x + (P_1 k_2 + P_2 k_1) \sin \alpha x] + \right. \\
 &+ e^{-\beta x} [(P_3 k_9 + P_4 k_{10}) \cos \alpha x + (P_3 k_{10} - P_4 k_9) \sin \alpha x] \Big\}; \\
 I_{S_0}(x) &= U_0 \left\{ e^{\beta x} [(P_2 k_4 - P_1 k_3) \cos \alpha x + (P_1 k_4 + P_2 k_3) \sin \alpha x] + \right. \\
 &+ e^{-\beta x} [(P_3 k_{11} + P_4 k_{12}) \cos \alpha x + (P_3 k_{12} - P_4 k_{11}) \sin \alpha x] \Big\}. \quad (77)
 \end{aligned}$$

Тут P_i, k_i - коефіцієнти, які враховують особливості кола, α - коефіцієнт фази, β - коефіцієнт згасання.

Перейдемо до аналізу неоднорідної частини системи диференціальних рівнянь (74). Підставивши (75) в (74), знаходимо систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dP(x)}{dx} = I_{C_0}^3; \quad \frac{dR(x)}{dx} = I_{S_0}^3; \quad \frac{dS(x)}{dx} = U_{C_0}^3; \quad \frac{dT(x)}{dx} = U_{S_0}^3, \quad (78)$$

яку необхідно інтегрувати виходячи з нульових початкових умов

$$P(x) = R(x) = S(x) = T(x)|_{x=0} = 0. \quad (79)$$

Вводячи змінні коефіцієнти n_i , які залежать від того, аналізуємо ми струм чи напругу, а також від того, косинусну чи синусну складову ми розглядаємо, розв'язок неоднорідної частини (74) для випадку $P(x)$, наприклад, матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
 P(x) &= U_0^3 \left\{ \frac{3e^{\beta x}}{\alpha^2 + \beta^2} [(\beta n_1 - \alpha n_2) \cos \alpha x + (\alpha n_1 + \beta n_2) \sin \alpha x] + \right. \\
 &+ \frac{3e^{-\beta x}}{9\alpha^2 + \beta^2} [(\beta n_3 - 3\alpha n_4) \cos 3\alpha x + (3\alpha n_3 + \beta n_4) \sin 3\alpha x] +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{3e^{-\beta x}}{\alpha^2 + \beta^2} [(-\beta n_5 - \alpha n_6) \cos \alpha x + (\alpha n_5 - \beta n_6) \sin \alpha x] + \quad (80) \\
 & + \frac{3e^{-\beta x}}{9\alpha^2 + \beta^2} [(-\beta n_7 - 3\alpha n_8) \cos 3\alpha x + (3\alpha n_7 - \beta n_8) \sin 3\alpha x] + \\
 & + \frac{e^{3\beta x}}{\alpha^2 + 9\beta^2} [(3\beta n_9 - \alpha n_{10}) \cos \alpha x + (\alpha n_9 + 3\beta n_{10}) \sin \alpha x] + \\
 & + \frac{e^{3\beta x}}{9\alpha^2 + 9\beta^2} [(3\beta n_{11} - 3\alpha n_{12}) \cos 3\alpha x + (3\alpha n_{11} + 3\beta n_{12}) \sin 3\alpha x] + \\
 & + \frac{e^{-3\beta x}}{\alpha^2 + 9\beta^2} [(-3\beta n_{13} - \alpha n_{14}) \cos \alpha x + (\alpha n_{13} - 3\beta n_{14}) \sin \alpha x] + \\
 & + \frac{e^{-3\beta x}}{9\alpha^2 + 9\beta^2} [(-3\beta n_{15} - 3\alpha n_{16}) \cos 3\alpha x + (3\alpha n_{15} - 3\beta n_{16}) \sin 3\alpha x] \}
 \end{aligned}$$

Зазначимо, що початкові умови (79) виконуються, коли при $x = 0$ всі коефіцієнти при $\cos \alpha x$ та $\cos 3\alpha x$ в (80) дорівнюють нулю.

Таким чином, як видно із співвідношень (77) та (80), остаточний розв'язок містить у собі пряму і зворотню хвилі першої та третьої гармонік, які, в свою чергу, теж мають відповідний гармонічний склад.

У шостому розділі розглянуто приклади розрахунку нелінійних кіл конкретних пристроїв, а саме: системи фотобатарея-нелінійне навантаження (з урахуванням нелінійності елементів схеми заміщення фотобатареї як джерела живлення), кола, що містять навантаження, залежне від температури, а також аналіз електромагнітних процесів в системі енергоживлення електромобіля.

Загальні висновки

Таким чином, представлена робота є теоретичним узагальненням і розвитком теорії і аналітичних методів аналізу нелінійних електричних кіл сталого та змінного струму на основі застосування методу малого параметра.

В результаті виконаних досліджень:

1. Доведена доцільність застосування методу малого параметра для аналізу нелінійних електричних кіл; доведено, що відомого його недоліка - недостатньої точності можна запобігти вірним вибором кількості членів у поліномах струмів і напруг. При цьому остаточні рівняння набувають

- зручного вигляду, оскільки дозволяють виділити ідеальну складову та складові, обумовлені нелінійностями елементів електричного кола.
2. Показано, що з метою отримання узагальнених результатів, аналіз нелінійних електричних кіл доцільно проводити у безрозмірних величинах. При цьому нормування треба виконувати з урахуванням типу нелінійності елементів кола.
 3. Виведено аналітичні вирази для напруг і струмів нелінійних електричних кіл сталого та змінного струму, одно- і трифазних систем та ліній з розподіленими параметрами, які включають довільне число нелінійних елементів і дозволяють виділити і окремо проаналізувати внесок нелінійності кожного з елементів окремо.
 4. Визначено умови виникнення в нелінійних колах множинного резонансу на основній частоті та частотах гармонік, обумовлених нелінійністю елементів кола.
 5. Виведено аналітичні залежності, на основі яких виконано аналіз впливу нелінійності та місця розташування нелінійного елемента на параметри різних типів чотириполосників. Визначено умови, при яких нелінійність виступає зменшуючим, або збільшуючим чинником щодо коефіцієнтів чотириполосників.
 6. Показана принципова можливість аналізу ліній з нелійними розподіленими параметрами за допомогою методу малого параметру з застосуванням телеграфних рівнянь. Виведені аналітичні залежності для напруг і струмів прямої та зворотної хвиль в припущенні однорідності параметрів лінії по всій довжині.
 7. Виконано аналіз нелінійних кіл конкретних пристроїв, що підтверджують правильність та ефективність виведених в дисертації аналітичних залежностей для аналізу складних нелінійних кіл.

ОСНОВНІ ПУБЛІКАЦІЇ НА ТЕМУ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Шидловская Н.А. Токи и напряжения в цепях с неидеальными источниками питания и нелинейной активной нагрузкой. // Техническая электродинамика - 1993. - №5 - С. 24-28.
2. Шидловская Н.А. Особенности влияния нелинейной активной нагрузки на напряжения, токи и мощность в цепях постоянного тока. // Техническая электродинамика - 1993. - №6 - С. 39-44.

3. Шидловская Н.А. Резонанс напряжений в цепи с нелинейной активной нагрузкой. // Техническая электродинамика - 1994. - №1 - С. 18-24.
4. Шидловская Н.А. Резонанс токов в цепи с нелинейной активной нагрузкой. // Техническая электродинамика - 1994. - №2 - С. 36-44.
5. Шидловская Н.А. Высшие гармоники в электрических цепях синусоидального тока с нелинейными активной нагрузкой и индуктивностью. // Техническая электродинамика - 1994. - №5-6 - С. 21-26.
6. Шидловская Н.А. Резонанс в цепях с нелинейными индуктивностью и активной нагрузкой. // Техническая электродинамика - 1995.- №1 - С. 19-24.
7. Шидловская Н.А. Расчет четырехпроводных цепей с нелинейными активными нагрузками методом малого параметра. // Техническая электродинамика - 1995. - №2 - С.24-28.
8. Шидловская Н.А. Расчет цепей переменного тока, содержащих три нелинейных элемента. // Техническая электродинамика - 1995. - №6 - С. 12-17.
9. Шидловская Н.А. Высшие гармоники в трехфазных цепях звезда-треугольник и треугольник-звезда с квадратично нелинейной активной нагрузкой / В кн. «Преобразование и стабилизация параметров электромагнитной энергии». - Киев, 1996. - С. 36-44.
10. Шидловская Н.А. О применении метода малого параметра в трехфазных сетях с нелинейными нагрузками / В кн. «Преобразование и стабилизация параметров электромагнитной энергии». - Киев, 1996. С. 80-90.
11. Шидловська Н.А. Вплив нелінійних елементів на параметри чотириполюсників. // Техническая электродинамика - 1996. - №2 - С. 46-48.
12. Шидловская Н.А, Кравченко О.П. Расчет цепи, содержащей нелинейное сопротивление, зависящее от температуры. // Техническая электродинамика - 1996. - №3 - С. 35-37.
13. Шидловская Н.А, Павлов В.Б. Анализ электромагнитных процессов в системе энергоснабжения электромобиля. // Экология и ресурсосбережение, 1996. - №3 - С. 17-20.
14. Шидловська Н.А Про використання методу збурень для аналізу

- нелінійних електричних кіл // Доповіді НАНУ - 1996.- №7 - с. 90-93.
15. Шидловская Н.А. Влияние расположения нелинейного элемента на параметры четырехполосника // Электронное моделирование.- 1996.- Т. 18.- №5 - С. 62-66.
 16. Шидловська Н.А Аналіз нелінійних ліній з зосередженими параметрами // Матеріали міжнар. наук.-практ. конф.: Ефективність систем електроенергетики.- Київ, листопад, - 1996.- част.1.- 84 с.
 17. Шидловська Н.А Аналіз нелінійної ділянки кабельної лінії зв'язку // Техн. електродинаміка.- 1996.- №6 - с.35-38.
 18. Шидловская Н.А. Расчет нелинейных электрических цепей с нелинейной активной нагрузкой. - Киев, 1996г.- 50 с. /Препринт НАНУ Ин-т электродинамики, №771 /.
 19. Шидловская Н.А. Расчет цепей переменного тока, содержащих несколько нелинейных элементов. - Киев, 1996г.- 38 с. /Препринт НАНУ Ин-т электродинамики, №780 /.
 20. Шидловська Н.А. Вплив нелінійних елементів на чотириполосники.- Київ, 1996г.- 48 с. / Препринт НАНУ Ін-т електродинаміки, №792 /.
 21. Taranov S.G., Karasinsky O.L., Rudenko N.A. (Shidlovskaya N.A.) Analysis of symmetric components of higher harmonics // IMEKO TC-4 5th International Symposium on "Electrical measuring instruments for low and medium frequencies". - Vienna, 1992.- P. 117-123.

Особистий внесок. В роботах, що опубліковані в співавторстві, дисертанту належить: в [12, 13] - постановка наукової задачі, теоретичне обґрунтування і метод розв'язку, а в [21] - розрахунок симетричних складових вищих гармонік.

SUMMARY

Natalia A. Shidlovskaya. The non-linear electric circuit analysis by the method of small parameter. The dissertation in the form of manuscript for seeking of the Scientific degree as the Doctor of Technical Sciences on the speciality 05.09.05 - Theoretical electrical engineering. Institute of Electrodynamics, Ukrainian National Academy of Sciences, Kyiv, 1997.

21 scientific works are defended, they contain the results of theoretical conclusions and development on the basis of utilization of small parameter method, theory and analytical methods of analysing non-linear electric circuits of direct and alternating current. The possibility of non-linear electric circuit analysis by the small parameter method with the error, defined by the accuracy of approximation polynomials of non-linearity of elements has been shown; the analytical expressions for voltages and currents of the non-linear electric circuits of alternating and direct current of one- and three-phase systems and lines with distributed parameters have been obtained; the conditions of the multiple resonance in the non-linear circuit have been defined; the analysis of influence of non-linearity and the location of the non-linear element on parameters of different types of four-terminal networks has been carried out; the non-linear circuits of the various devices have been analysed.

АННОТАЦІЯ

Шидловська Н.А. Аналіз нелінійних електричних цепей методом малого параметра. Дисертація на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.09.05 - теоретическая электротехника. Институт электродинамики НАН Украины, Киев, 1997.

Защищается 21 научная работа, в которых содержатся результаты по теоретическому обобщению и развитию теории и аналитических методов анализа нелинейных электрических цепей постоянного и переменного тока на основе использования метода малого параметра. Показана возможность анализа нелинейных электрических цепей методом малого параметра с погрешностью, определяемой точностью аппроксимационных полиномов нелинейности элементов; получены аналитические выражения для напряжений и токов нелинейных электрических цепей постоянного и переменного тока, одно- и трехфазных систем и линий с распределенными параметрами; определены условия возникновения в нелинейных цепях множественного резонанса; выполнен анализ влияния нелинейности и места нахождения нелинейного элемента на параметры разных типов четырехполюсников; проанализированы нелинейные цепи конкретных устройств.

Ключові слова: нелінійні електричні кола, вищі гармоніки, метод малого параметру.

КНИЖКА

Підписано до друку 12.02.97р. Формат 60x84/16

Папір офсетний. Умовн.-друк.аркуш. 2,0.

Об.-вид.аркуш 2,0. Тираж 100. Замовл. 53

Поліграф. дільн. Інституту електродинаміки АН України,
252680, Київ-57, проспект Перемоги, 56

48488-

AB 37.032