УКРАИНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ
им. А. С. ПОПОВА

На правах рукописи

ПЛОТНИКОВ Валерий Михайлович

УДК 621.391:621.837

# РЕШЕТОЧНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ МНОГОМЕРНЫХ СООБЩЕНИЙ

05.12.17 — Радиотехнические
и телевизионные системы и устройства

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

ОДЕССА — 1997

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00751694 (W)

УКРАИНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ ИМ.А.С.ПОПОВА

На правах рукописи

ПЛОТНИКОВ ВАЛЕРИЙ МИХАЙЛОВИЧ

УДК 621.391:621.837

# РЕШЕТОЧНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ МНОГОМЕРНЫХ СООБЩЕНИЙ

05.12.17 – Радиотехнические и телевизионные системы и устройства

**А в т о р е ф е р а т**

диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

Одесса – 1997

Работа выполнена в Украинской Государственной Академии связи им. А.С.Попова

Научный консультант: Заслуженный деятель науки и техники Украины, Президент академии связи Украины, доктор технических наук, профессор ПАНФИЛОВ И.П.

Официальные оппоненты: Лауреат государственной премии СССР, докт.тех.наук, профессор АЛЕКСАНДРОВ А.М.;

Заслуженный деятель науки и техники Украины, академик академии связи Украины, Лауреат государственной премии Украины, докт.тех.наук, профессор СТЕКЛОВ В.А.

Академик академии связи Украины и академии наук технологической кибернетики, руководитель Центра информационных технологий, докт.тех.наук, профессор ВЛАСЕНКО В.А.

Ведущее предприятие: Украинский научно-исследовательский институт радио и телевидения

Защита состоится "27" марта 1997г. в 10 час. 00 мин. на заседании специализированного совета Д 05.18.01 в Украинской государственной академии связи им.А.С.Попова по адресу: 270021, г.Одесса, ул.Челюскинцев, д.1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке УГАС им.А.С.Попова

Автореферат разослан "26" февр. 1997г.

Ученый секретарь специализированного совета канд.техн.наук, доцент Н.А.СОЛОП

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Прогресс науки и техники требует повышения эффективности и верности обработки, передачи и запоминания постоянно возрастающих объемов информационных данных.

Конструктивно-техническое решение основных проблем техники связи путем улучшения характеристик ее элементной базы не всегда возможно и экономически выгодно на определенном уровне технологии. Во-первых, потому, что такое улучшение часто идет в ущерб эксплуатационных показателей, а во-вторых, характеристики некоторых современных систем приближаются к пределам, определенным законами природы.

Перспективно и актуально иное направление, открывающее новые резервы совершенствования систем связи - решение проблем техники связи современными, теоретически обоснованными методами как многофакторной, вариационной задачи системного анализа, одним из которых является многомерная обработка сигналов (МОС).

Общая теория многомерного функционального анализа на сегодняшний день достигла такого уровня развития, что вполне очевидна необходимость применения ее результатов фундаментальных исследований в области МОС. Широкому развертыванию таких работ способствует также множество направлений актуальных на сегодня практических приложений: обработка сигналов движущихся изображений, геофизические исследования, томография, видеосвязь и многие другие.

"Межотраслевой" характер МОС обусловливает необходимость расширения области знаний, правильного понимания, непредвзятой оценки и, в конечном счете, интеграции идей и результатов, полученных из совершенно различных источников и сфер исследования.

Ведущее место в общей "архитектуре" построения МОС естественно занимает процесс пространственно-временной дискретизации.

В диссертационной работе взяты за основу подхода к разрешению некоторых проблем МОС сложной формы законы морфологии - науки, воплощающей в себе теоретико-множественную методологию анализа, позволяющую дать количественное описание многих особенностей геометрической структуры сигналов в виде, согласуемом с интуицией и восприятием человека. Методы математической морфологии позволяют корректно ввести определение категории "многообразия" для конкретной системы при определенных граничных условиях, что позволяет совершить качественный переход от глобальной проблемы к спектру локальных задач, связанных с сокращением естественной избыточности информационных сообщений.

Накопленный практический опыт показывает, что выявленные многообразия всегда порождают определенную структуру, которая и должна служить предметом дальнейшего анализа в этой области исследований. Граничные условия априорных возможностей структуризации определяются определенной топологией пространства сообщений, в котором каждая точка (отсчет) должна иметь окрестность и гомеоморфизм на область евклидова, гильбертова, банахова и др. пространства сигнала. В таком аспекте эффективность системы связи обеспечивается соблюдением принципа взаимно однозначного соответствия преобразования пространства отсчетов множества сообщений определенной статистики от объекта исследования при проецировании его в пространство сигнала (намного меньшей размерности), определенной длительности, полосы частот и динамического диапазона.

Настоящая диссертационная работа посвящена анализу систем топологического многообразия класса сферического компакта, наиболее перспективного для практических реализаций преобразования пространства "множество сообщений - сигнал". Результат такого анализа показал, что функционал указанного преобразования пространства с пред-

ложенным в работе ядром преобразования всегда имеет точную нижнюю и верхнюю границы, т.е. обладает сильной сходимостью по норме, если структура центров сферического компакта относится к классу аддитивных абелевых групп, а в идеале является многомерной математической решеткой. Дальнейшие результаты исследований в плане разработки эффективных решеточных алгоритмов представления сигнала показали значительный резерв возможностей дальнейшего совершенствования процесса многомерной дискретизации для обширной области классов квадратично интегрируемых функций сигналов модели систем связи с гауссовым каналом.

О б ъ е к т о м исследований являются решеточные структуры дискретизации представления пространства сигнала в размерностях $n \leq 8$.

П р е д м е т о м исследования являются модели многомерного дискретизатора пространства, системы обобщённой многомерной фильтрации и методы векторно-решеточного представления пространства сигнала многомерных сообщений.

Цель работы. Основной целью настоящей диссертационной работы является развитие основ теории дискретного представления функции информационного сигнала изображения на пространственно-временной структуре отсчетов различного класса многомерных (размерностью $n \leq 8$) математических решеток.

Состояние проблемы и задачи исследований. В настоящее время существуют научные труды ученых стран СНГ и зарубежных авторов, посвященные проблемам теории дискретизации и ее приложениям. Среди них особенно можно выделить работы В.А.Котельникова, А.А.Харкевича, Н.К.Игнатьева, А.М.Александрова, А.Г.Зюко, В.К.Стеклова, Л.М.Финка, В.А.Власенко, В.А.Кисель, О.В.Гофайзена, В.Л.Банкета, Л.П.Ярославского, А.А.Бородянского, D.P.Petersen, D.Middleton, E.Dubois, F.Kretz, B.Mersereau, J.Gregor, J.H.Conway, N.J.A.Sloane и других

авторов. В работах первых трех авторов в принципе заложен фундамент теории дискретного представления функции сигнала для одномерного пространства. Последующие работы авторов посвящены научным исследованиям возможности распространения теории на многомерное пространство. Анализ известных научных трудов показывает, что при подобных исследованиях всегда необходимо особо уделять внимание на следующие аспекты:

- корректное обобщение теории линейных систем на функции сигналов многомерных сообщений, связанное с корректностью метризации и нормирования пространства многих измерений;

- достаточно глубокий математический анализ на приемлемую полноту и сходимость пространственных преобразований;

- наличие морфологического анализа топологии компакта разбиения многомерного пространства для оптимизации процесса дискретизации.

В соответствии с указанной целью в данной работе поставлены и решены следующие о с н о в н ы е з а д а ч и:

- разработка модели процесса многомерной решеточной дискретизации пространственно-временной функции сигнала с позиций многомерного функционального анализа, векторноматричного исчисления, теории чисел и геометрии;

- разработка концепции общего критерия подхода к созданию эффективного многомерного дискретизатора;

- разработка аналитической модели обобщенной фильтрации, связанной с ортогональными решеточными преобразованиями в их собственном подпространстве;

- разработка метода корректного сингулярного разложения функции сигнала на отсчетах многомерной решетки как структуры дискретизации;

- разработка метода построения интерполяционных формул высокой

степени точности при регулярной сходимости соответствующих рядов как решение проблемы квадратуры Гаусса, связанное с решеточными преобразованиями пространства;

– разработка метода расчета оценок вероятности ошибок декодирования многомерного сигнала, определяемых параметрами решеток как структур дискретизации;

– разработка метода построения сложных структур дискретизации как комбинации в собственном подпространстве исходных решеточных структур адаптивно к обработке сигналов телевизионных изображений;

– внедрение полученных в работе научных результатов в практику проектирования систем МОС изображений и других систем различного назначения.

Методы исследования. Разработка и исследование проблем решеточной дискретизации сигналов многомерных сообщений базируются в настоящей работе на математическом аппарате функционального многомерного анализа, векторноматричного исчисления, геометрии, теории чисел, общей алгебры, теории вероятностей, а также на имитационном моделировании.

С целью проверки достоверности разработанных аналитических моделей использованы имитационные модели и приводятся результаты их сравнительного анализа.

Научные результаты, полученные в диссертационной работе, основываются также на измерениях, проведенных при исследованиях качества обработки сигналов различных классов сложности изображений методами решеточной дискретизации для приемного и передающего видеостиков в рамках опытно-конструкторских работ "Синтез-Ц", "Океан-32", "Микроспутник" и др. на стадиях технического проектирования и изготовления опытных образцов в Одесском НИИ телевизионной техники.

Автор выносит на защиту:

- концепцию построения оптимального многомерного дискретизатора функции сигнала, критерием качественных параметров которого являются экстремальные параметры категорий упаковки и покрытия выбираемой структуры в реальном и спектральном областях пространства;

- метод построения квадратурных формул при использовании целочисленных решеток как структур дискретизации в многомерном пространстве дискретного представления функции сигнала для возможности построения интерполяционных приближений высокой степени точности;

- метод представления решеточных структур как квадратичных форм корректного нормирования и метризации дискретного многомерного пространства;

- метод корректного сингулярного разложения функции сигнала на отсчетах многомерной решетки как структуры дискретизации;

- метод расчета оценки вероятности ошибок декодирования многомерного сигнала, определяемой параметрами решетки как структуры дискретизации;

- метод построения сложных структур дискретизации как комбинации в собственном подпространстве исходных решеточных структур адаптивно к обработке сигналов телевизионных изображений;

- аналитическую модель обобщенной фильтрации, связанную с ортогональными решеточными преобразованиями дискретного представления входных данных.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

- развитии основ теории процесса многомерной дискретизации функции сигнала на структурах математических решеток;

- разработке новых методов исследования и расчетов характеристик систем с дискретным представлением функции сигнала на структурах многомерных решеток с целью их оптимизации;

- разработке формализованных моделей многомерного решеточного дискретизатора и системы обобщенной фильтрации на базе ортогональных решеточных преобразований в их собственном подпространстве;

- развитии метода анализа сингулярного разложения функции сигнала на отсчетах структуры решетки и корректное распространение его на многомерное пространство;

- развитии основ теории объединения смежных классов решеток с целью оптимизации параметров многомерной дискретизации.

Практическая ценность полученных в диссертационной работе результатов сводится к следующему:

- разработаны физические структуры подсистем приемных и передающих видеостыков и транскодеров для обработки сигналов различных классов сложности изображений, базирующиеся на принципах теории решеточной дискретизации и фильтрации сигналов;

- получены аналитические выражения для инженерного расчета характеристик многомерных решеточных процессов пространственно-временной дискретизации, кодирования и фильтрации;

- предложены численные методы расчета параметров векторно-решеточного представления сигнала многомерных сообщений.

Личный вклад. Все основные результаты получены автором самостоятельно. Их внедрение осуществлялось коллективами разработчиков при непосредственном участии автора, либо его руководстве.

Реализация и внедрение результатов работы. Основные результаты диссертационной работы получены в ходе выполнения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, проводимых в Одесском НИИ телевизионной техники в рамках Государственной целевой научно-технической программы при участии и под руководством автора.

Результаты нашли внедрение:

- в разработках приемопередающих транскодеров ОКР "Синтез-Ц", ОКР "Океан-32" и др.;

– в разработках приемных и передающих видеостыков обработки сигналов изображений ОКР "Микроспутник" и др.;

подтвержденных соответствующими актами о внедрении.

Апробация работы. Теоретические и практические результаты докладывались и обсуждались на Всесоюзной НТК "Развитие и совершенствование технических средств телевизионного вещания" (Минск,1988); Республиканской НТК "Телевизионные методы и средства в науке и технике" (Ужгород,1989); 3-ей Всесоюзной НТК "Совершенствование технической базы, организации и планирования телевидения и радиовещания" (Москва,1990, диплом 1-ой степени); Республиканской НТК "Анализ и синтез телевизионных систем обработки изображения" (Ленинград,1990); Всесоюзной НТК "Развитие и совершенствование технических средств телевидения и радиовещания"-РОАЛИ-1, (Минск,1991); Всесоюзной НТК "Телевизионные методы и средства в науке и технике" (Москва,1991); Всесоюзной НТК "Проблемы стандартизации и качества телевизионных изображений (Москва,1992); Республиканской НТК "Развитие и совершенствование телевизионной техники" (Львов,1993); Республиканской НТК "Проблемы функционирования информационных сетей" (Киев,1994); 2-ой Международной НТК "Радиосвязь, звуковое и телевизионное вещание" (Одесса,1995); 3-я Международная НТК "Телекоммуникационные и информационные системы связи" (Братислава,1995).

Публикации. Материалы, отражающие основное содержание работы, изложены в 52 публикациях, в том числе в зарубежных, в учебном пособии и 7 авторских свидетельствах на изобретения.

В прилагаемом списке указано 28 основных публикации.

Объем работы. Работа содержит 260 страниц текста, 36 рисунков, 12 таблиц и список литературы, включающий 128 наименований.

Диссертационная работа состоит из введения, 5 разделов и заключения.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется ее цель и основные положения, выносимые на защиту.

В первом разделе рассматриваются исходные закономерности теории информации во взаимосвязи с теоретическими и практическими проблемами чистой геометрии. Приведены конкретные примеры корреляции проблем плотнейших упаковок и покрытий многомерного пространства сферами одинакового радиуса, центры которых образуют определенные структуры отсчетов, с актуальными проблемами пространственного представления сигнала многомерных сообщений и проблемами оптимального кодирования.

Сформулирована проблема определения пространственных координат релевантных отсчетов сигнала (структуры представления) как наилучшего двоичного кода в определенной размерности пространства. Предложены основные исходные концепции разрешения поставленной проблемы в направлении поиска корреляции параметров структур дискретизации (СД) с математическими решетками или их линейными комбинациями.

Проведено исследование методов компактного векторматричного описания СД посредством порождающих матриц или матриц Грама, определяющих базисы их построения как аддитивные группы.

Приведены примеры конструктивности, удобства и компактности матричного подхода описания многомерных решеточных СД как в реальном, так и спектральном областях пространства. Показана простота аффинных преобразований матричного представления решеток, позволяющая оперативно выделить классы эквивалентных, конгруентных, унимодулярных и дуальных решеток.

Впервые доказано математически, что величина плотности решеточной упаковки (или покрытия) $\Delta$ определяется только порядком порож-

дящей матрицы $L_n$ и спектром ее собственных (характеристических) значений (СЗ), таким образом:

$$\Delta = \frac{\mathcal{R}^{\frac{n}{2}} r^n}{\Gamma(\frac{n}{2}+1)\sqrt{\det L_n}} = \frac{\prod_{i=1}^{n}(\lambda_i)^{\frac{n}{2}}}{2^n \Gamma(\frac{n}{2}+1)}, \qquad (1)$$

где $\Gamma(\frac{n}{2}+1)$ – гамма-функция, эйлеров интеграл второго рода; – $\lambda_i$ – нормализованное соотношение СЗ матрицы СД.

Рассмотрены также возможности точного расчета величин плотности упаковки некоторых актуальных нерешеточных структур и периодических упаковок. Сравнительный анализ известных работ по подобным исследованиям, использующим более громоздкие методы, показал в основном достаточно полное соответствие результатов.

Рассмотрены методы построения ТВ растра как СД сигнала изображения в пространстве-времени. Приведены примеры матричного описания ТВ растра как СД в реальном и спектральном пространствах для различных известных стандартов разложения.

Показана корреляция по конструктивному построению известных, наиболее эффективных СД ТВ растра с рассматриваемыми в диссертации решеточными СД. Рассмотрены зависимости характеристик дискретного представления ТВ информации об изображении в основной полосе пространственно-частотного спектра (ПЧС), что является введением в более детальные проблемы многомерной цифровой фильтрации.

Представлен математический метод преобразования СД обработки ТВ изображения в спектральную область из области изображения, основанный на операциях векторматричного анализа, который позволяет, используя принцип суперпозиции в собственном подпространстве, распространить его на случаи более сложных структур, не выражающихся единым базисом.

Показано, что путем для нахождения эффективной и перспективной

для применения в ТВ развертке СД с "плотноупакованными" ПЧС является геометрический анализ замкнутых изоэдров кристаллографических классов, полученных различными группами движения.

Показано, что законы преобразования ячейки Вороного для обратной решетки как СД в процессах передискретизации дают перспективу для распространения теоремы об отсчетах для эффективного процесса дискретизации в случае многомерного сигнала.

Показано, что практическое значение решения поставленных проблем находится в сфере современного применения методов многомерной обработки изображений, главным образом, для решения проблем экономии потока битов информации в цифровых передающих системах при преобразовании иерархических ступеней сложного цифрового кодирования, связанного с адаптивным к сигналу изменением СД.

В о  в т о р о м  разделе исследуются подходы к решению проблем многомерного решеточного дискретизатора с позиций геометрии, векторматричного анализа и теории чисел.

Предложено математическое определение величины плотности покрытия одинаковыми многомерными сферами пространства дискретного представления, подобное данному в первом разделе диссертации определению плотности упаковки (1).

Сформулирована задача поиска экстремальных величин плотностей упаковок и покрытий как минимаксная задача вариационного анализа величин нормализованных соотношений СЗ. Доказано, что величины радиусов упаковок и покрытий параметрически связаны с характеристиками соответствующих порождающих матриц для решеток как СД, что позволяет корректно распространить векторматричный анализ на исследование величин плотностей покрытия.

Впервые доказано, что для определенного класса решеток существует определенная нижняя и верхняя граница нормализованного соотношения

СЗ для определения плотности упаковки и покрытия, связанная с конфигурацией соответствующего многогранника Вороного (МВ). Проведен расчет величин плотностей упаковок и покрытий по предложенной методике для решеточных СД в размерностях $n \leq 8$ и дан сравнительный анализ их значений в соответствии с геометрическими конфигурациями их МВ.

Впервые разработаны основные условия геометрической интерпретации определенного упорядоченного множества отсчетов с целью отнесения его к решеточной структуре. Первое условие – конгруентность МВ для каждого отсчета (в идеале унимодулярность МВ для реального и спектрального пространства решетки); второе – оптимум соотношения радиусов упаковки и покрытия (в идеале центры сфер совпадают и МВ становится параллелоэдром).

Впервые разработаны условия векторматричной интерпретации определенного упорядоченного множества отсчетов с целью отнесения его к классу решеточных структур. Достаточным условием является обладание полным рангом для порождающей матрицы СД ее собственного подпространства (СПП), т.е. полным базисом собственных векторов с принадлежащими им собственными значениями. Показана также связь векторматричной интерпретации решеток как СД с геометрической, которая заключается в том, что:

– минимаксные соотношения вариационного описания спектра собственных значений в экстремумах совпадают с величинами радиусов упаковок и покрытий для соответствующего МВ;

– величина объема МВ $V(L_n)$ полностью определяется детерминантом порождающей матрицы (произведением всех ее СЗ);

– набор собственных векторов (сингулярный пучок матриц) дает направления в пространстве возможных оптимальных комбинаций объединения решеток – автоморфизмов при всевозможных линейных преобразова-

ниях дискретного пространства.

Впервые проведено описание свойств решеток методом квадратичных форм (КФ) матричного представления, который позволяет математически корректно провести метризацию и нормирование пространства дискретного представления функции сигнала и открывает новые возможности более глубокого анализа решеточных СД.

Доказано, что необходимым и достаточным условием отнесения определенной СД в многомерном евклидовом пространстве к определенному классу математических решеток является существование положительно определенной КФ. Процесс нахождения однородного минимума этой КФ адекватен корректному нормированию и метризации пространства дискретного представления.

Проведены исследования процессов нормирования дискретного пространства как решение многомерной задачи – аналога диофантова уравнения, посредством КФ и показано, что решение этой задачи значительно упрощается в случае применения предложенного в работе метода, использующего известные из теории чисел тэта-ряды на базе тэта-функций Якоби.

Впервые дано математическое доказательство строгой эквивалентности между решетками как СД и КФ их матричного представления. Это позволило строго переформулировать геометрические проблемы упаковок и покрытий в терминах КФ в конкретные задачи процесса многомерной дискретизации и дать в последствии основные направления их разрешения. Исходным пунктом доказательства взято понятие градиента в точке скалярного поля функционала множества отсчетов и понятие полилинейных форм банахова пространства векторного базиса порождающей матрицы. Исходя из критериев Коши на сходимость и согласно теоремам Хана-Банаха, проведена операция метрической трансляции дискретного пространства. В результате этой операции получена собственная функ-

ция (СФ) оператора многомерной дискретизации: $\hat{L}_{mn} \exp\left\{-(x, L_{mn} x)\right\}$, где $\hat{L}_{mn}$ – целочисленная матрица Грама, а $(x, L_{mn} x)$ – соответствующая КФ. Доказано, что обобщенная функция оператора дискретизации удовлетворяет всем налагаемым краевым условиям задачи: однозначности, вещественности, ортогональности и др., если матрица Грама – положительно определена.

Доказано, что указанная проблема сводится к задаче нахождения собственных значений (СЗ) матрицы, т.е. нахождению регулярного или точечного спектра СЗ. Доказано также, что объем фундаментальной области СД выражается через спектр СЗ матричного представления СД и может быть вычислен как интеграл Лебега от СФ.

Предпринят анализ поиска экстремумов КФ, используя соотношения Рэлея, теоремы Куранта-Фишера и др., в результате которого исследованы вариационные свойства СЗ и построен алгоритм определения спектра СЗ оператора дискретизации. Сделаны заключения, что, во-первых, вариация СЗ задает нижние и верхние границы конечного подмножества частично упорядоченного множества СД (т.е. предпосылки перехода к выбору подходящей решетки), во-вторых, дает направление поиска экстремумов КФ именно в СПП (наличие которого обязательно для исходной СД) и, в-третьих, непосредственно коррелирует с величинами радиусов упаковки и покрытия.

Дано формальное определение модели многомерного дискретизатора как математической задачи: по заданному числу точек (отсчетов) $n$ СД и функции плотности вероятности $p(x)$ входного сигнала, найти нижнюю границу – $E$ (т.е. наименьшую достижимую ошибку дискретизатора, например СКО), используя подходящую решетчную СД – $L_{mn}$ определенной размерности пространства $m$, то есть:

$$E\left[n, M, p(x)\right] = \inf_{L_{mn}} E.$$

Предложено решение этой задачи посредством использования результатов исследований: второго нормализованного момента МВ $J^2(L_{mn})$ определенного большого фрагмента решетки $L_{mn}$, теории КФ, теории СФ и СЗ $\{l_i\}$ оператора дискретизации.

Впервые получено математическое решение этой задачи в пространстве Евклида $R^n$ для нормального закона распределения входных данных в следующем виде:

$$\inf_{L_{mn} \in R^n} E(L_{mn}) = \min \left\{ J^2(L_{mn}) \right\} = (2^n \det L^*_{mn})^{-1} = \frac{\prod_{i=1}^{n} l_i^{\frac{1}{2}}}{2^n},$$

где $\det L^*_{mn}$ – детерминант матрицы Грама решетки дуальной исходной решетке как СД или квадрат объёма МВ решетки $L^*_{mn}$.

Проведены расчеты СКО для решеток и некоторых нерешеточных упаковок для $n \leq 8$ по предлагаемому методу и приведены их сравнительные оценки.

Представлены алгоритмы векторно-решеточного дискретного представления пространства сигнала многомерных сообщений, которые могут быть в будущем успешно использованы для конструктивного построения наиболее перспективных многомерных дискретизаторов или декодирования решеточных кодов, базирующихся на соответствующих решетках, например, для гауссова канала связи.

В третьем разделе рассматриваются проблемы сингулярного представления функции сигнала на структуре многомерной решетки, проблемы квадратуры решеточной дискретизации сигналов многомерных сообщений и проблемы решеточного кодирования.

Предложено доказательство принадлежности описанной во втором разделе СФ как ядра функционала пространственно-временных преобразований к системе ортогональных функций. Целью доказательства является разработка условий возможности применения метода Фурье для многомер-

ных решеточных преобразований с указанным ядром в частном случае.

Исследованы свойства функции ядра предлагаемого сингулярного преобразования:

Впервые доказано, что СФ решеточных преобразований являются также СФ широкого класса задач Штурма-Лиувилля при определенных краевых условиях в общем виде. Это доказательство обосновано следующими строго установленными в работе фактами:

- СФ удовлетворяют нетривиальному решению дифференциального уравнения типа Штурма-Лиувилля в общем виде;

- СЗ соответственно вещественны и ограничены снизу (доказано во втором разделе диссертации);

- конечность промежутка непрерывности СФ доказана (см.второй раздел работы) - существует МВ конечного объема, т.е. спектр СЗ с принадлежащими им СФ дискретен;

- СФ ортогональны и квадратично интегрируемы, т.е. выполняются следующие соотношения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_n(x)\exp\left\{-(x,Ax)\right\}\cdot H_m(x)\cdot dX = 0; \qquad \int_{-\infty}^{\infty} H_n^2(x)\exp\left\{-(x,Ax)\right\}\cdot dX = \frac{2^n n!\,\pi^{\frac{n}{2}}}{\prod_{i=1}^{n}\lambda_i^{\frac{1}{2}}}.$$

Рассмотрена проблема дискретного представления функции сигнала F(X) сообщений с определенной степенью точности в поле отсчетов некоторой решетки посредством вещественной, симметрической и положительно определенной КФ, которая ортогонализируется (приводится к канонической форме) в СПП (СЗ и СФ решетки рассчитаны заранее).

Проведены исследования возможности решения этой проблемы в свете известной задачи квадратуры Гаусса посредством использования подходящих решеточных СД.

Впервые для оценки качества указанных преобразований выбран известный из теории чисел критерий Вейля, требующий анализа поведения

распределения дробных долей целочисленных отсчетов в фундаментальной области решетки в процессе нормирования пространства.

Проведен анализ, результатом которого получен обоснованный вывод, что вероятность "попадания" дробных долей (ДД) для нормального закона распределения функции входного сигнала пропорциональна только величине объема соответствующего определенной решетке МВ. Этот факт доказывает равномерность распределения ДД функции сигнала при его представлении на целочисленной решетке как СД.

Предложен метод оценки точности квадратурных приближений посредством тригонометрических сумм (ТС). Согласно критерию Вейля (равномерность распределения ДД уже доказана) задается система равномерно распределенных решеточных отсчетов функций, моделирующая исходную функцию: $\left\{(\mu_1 \cdot k, (\mu_2 \cdot k, \ldots, (\mu_n \cdot k\right\}$.

Впервые доказано, что для узлов целочисленной решетки квадратура Гаусса преобразуется посредством метода ТС в следующее интерполяционное выражение:

$$\int_0^1 \cdots \int_0^1 F(x_1, \ldots, x_s)\,dx = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} F\left\{\frac{(\mu_1(k)}{p}, \ldots, \frac{(\mu_s(k)}{p}\right\},$$

где $\sum_{\bar{m}_1 \ldots \bar{m}_s < q}^{s} (\mu_i \bar{m}_i \equiv 0 \pmod p)$; $q$ – минимальное значение произведения чисел $\bar{m}_1 \cdot \bar{m}_2 \cdot \ldots \cdot \bar{m}_s$;

наперед заданная точность которого определяется выбором подходящей целочисленной решетки (или их комбинаций) и размерностью пространства.

Показано, что метод ТС предъявляет для достижения заданной точности аппроксимации минимум программных и аппаратурных затрат по сравнению с другими известными методами интерполяции.

Сформулирована и поставлена задача общей модели проблемы коди-

рования для гауссова канала связи: при заданных - размерности пространства $n$ и числе кодовых точек $M$, и при ограничении мощности сигнала нормой пространства СД $N(c_k) \le \sqrt{nP}$, $\forall n \in \overline{1,M}$ найти код $\{c_1, c_2, \ldots, c_k\}$ такой, что вероятность ошибки его декодирования $P_e$ минимальна при заданной величине $\sigma^2$ - средней мощности $n$-компонентного шума.

Проведен анализ возможности решения поставленной задачи на основе известных методов в свете рассмотренных ранее родственных проблем упаковки и покрытия пространства дискретного представления функции сигнала многомерных сообщений.

В результате анализа получено выражение для верхней границы $P_e$, полезное для практических инженерных расчетов:

$$\lg P_e = \text{const} - (0{,}22n\Delta^{\frac{2}{n}})S,$$

где $S$ - нормализованное соотношение сигнал/шум;
из которого также можно заключить, что при малых $\sigma$ проблема кодирования совпадает с проблемой упаковки, при относительно больших $\sigma$ совпадает с проблемой дискретизатора.

Проведен сравнительный анализ расчетов $P_e$ для различных решеток $A_n$, $D_n$ и $E_n$ как СД с известными зависимостями для различных дискретных (нерешеточных) методов.

Показано, что эффективность передачи информации значительно повышается в случае применения решеточного кодирования по сравнению с другими способами дискретного представления отсчетов (например, ортогонального - кубического) и возрастает с ростом размерности пространства решетки.

Показано, что вероятность ошибки декодирования в случае решеточной дискретизации на 2...3 порядка ниже при одинаковой величине

отношения $S$ - сигнал/шум по сравнению с наилучшими известными значениями.

Проведено также решение поставленной задачи посредством предложенного метода ТС второй степени для различных целочисленных решеток как СД: $A_2$, $D_3$, $D_4$, $E_8$, исходя из конфигураций им соответствующих тэта-рядов в различных размерностях пространства.

Результаты расчетов представлены в виде графических зависимостей в сравнении с результатами аналогичных аппроксимаций, использующих функцию ошибок, для различных соотношений сигнал/шум $S$. Из представленной графической зависимости $\lg P_e(S)$ можно наглядно сделать заключение, что порядок величины $P_e$ для известных данных и предложенных, расчитанных в диссертации в основном совпадает для больших величин $S$, а в случае средних и малых $S \leq 10$ предпочтение в точности следует отдать предлагаемому методу оценки полных ТС второй степени.

В четвертом разделе подробно описываются характеристики ряда основных решеток, которые рассматривались в предыдущих разделах. Это решетки корней $Z^n$ $(n \geq 1)$, $A_n$ $(n \geq 1)$, $D_n$ $(n \geq 3)$, $E_6$, $E_7$ и $E_8$, а также двойственные к ним (дуальные) решетки.

Показано, что в пространстве $R^n$ размерностью $n \leq 8$ существует лишь три целочисленных класса индивидуумов решеток, потенциальных СД сигнала информационных сообщений: кубическая, ортогональная (широко используемая на практике при $n \leq 2$) решетка целых чисел - $Z^n$; решетки корней с нулевой суммой - $A_n$ $(n \geq 1)$ и шахматные решетки корней с четной суммой - $D_n$ $(n \geq 3)$.

Показано, что предлагаемая теория объединения в СПП (комбинация структур) решетки позволяет провести редукцию множества известных из практических приложений СД (иногда их называют некорректно даже решетками) до трех указанных выше известных классов.

Предложенная методика объединения , комбинирования решеточными СД в их СПП матричного представления нашла свое полное подтверждение корректности такой интерпретации также в процессе проведенного аназа посредством теории множеств, отображений, групп и т.д. - разделов общей алгебры, по всем приведенным в работе соотношениям подобия для различных размерностей пространства.

Приведен полный спектр основных параметров назначения каждой из решеток определенного класса, позволяющий всегда оперативно провести сравнительный анализ и корректно оценить преимущества определенной выбранной СД как в реальном, так и спектральном областях пространства в целях дискретного представления функции сигнала с редукцией его информационной избыточности.

Показано, что практически все параметры назначения определенной решетки как СД можно получить посредством расчета конструктива соответствующей порождающей матрицы или МВ по известным методикам и методикам, предлагаемым в диссертационной работе.

Показано, что построение каждой порождающей матрицы решетки проверено на базе классической теории кристаллографических групп отражений и сопоставления с диаграммами Кокстера-Дынкина. Исследования показали полную адекватность таких построений. Таким образом приведенные формы матриц A решеток как СД (например, телевизионного растра обработки сигналов изображения) правомочно могут быть использованы как аргументы рассмотренных в третьем разделе собственных функций решеточного процесса дискретизации.

Впервые доказано, что СД известных ТВ разверток представляют собой эволюционный последовательный ряд линейных преобразований подобия в собственном подпространстве, который имеет тенденцию к повышению степени пространственной симметрии структуры.

Впервые доказано, что местоположение составляющих пространствен-

ственно-частотного спектра (ПЧС), соответствующих сложной комбинированной СД ТВ растра, полученной суперпозицией линейных преобразований исходной более простой СД, всегда несложно построить однозначно, если все вышеуказанные преобразования проведены в собственном подпространстве.

Предложен метод проведения управляемого процесса компенсации некоторых мешающих составляющих ПЧС сигналов изображения, позволяющий улучшить качество их воспроизведений в приемнике.

Доказано, что эволюционный ряд пространственных структур ПЧС имеет тенденцию по мере повышения симметрии соответствующих решеточных СД иметь более простые формы ячеек Г.Ф.Вороного для соответствующих СД ТВ растра.

Приведены конкретные примеры матричных преобразований СД ТВ растра в реальном и спектральном пространствах, сопровождающие указанные выше доказательства, и построено их графическое изображение для трехмерного пространства.

В пятом разделе рассматриваются преимущества использования многомерной решеточной дискретизации функции сигнала в системе обобщенной фильтрации. Целью данного раздела является проведение сравнительного анализа свойств различных ортогональных преобразований (в том числе и решеточного гипотетического преобразования, ортогональность СФ которого доказана) в системе обобщенной фильтрации.

Изложена математическая модель системы обобщенной винеровской фильтрации и приведены основные граничные соотношения и исходные условия при расчете фильтра.

Получено основное компактное соотношение для многомерного градиента КФ как обобщение операции дифференцирования по отношению к порождающей матрице решетки, позволяющее значительно упростить мате-

матический анализ минимизации СКО проводимых преобразований.

Определены матрицы фильтра $A_f$ посредством ковариационных матриц входных данных и соответственно шума в реальной области: $Cov_X$ и $Cov_W$ ; и спектральной области: $Cov_X^{\circ}$ и $Cov_W^{\circ}$ следующим образом:

$$A_f = T \cdot Cov_X \cdot T^T \left[ T \cdot (Cov_X + Cov_W) \cdot T^T \right]^{-1} = T \cdot A_0 \cdot T^T,$$

где $A_0$ – матрица отклика системы; $T$ – модальные матрицы ортогональных преобразований.

Исследованы проблемы минимизации СКО ($\mathcal{E}_{min}$) системы обобщенной фильтрации посредством предложенных ковариационных матриц и в результате получено следующее выражение в виде операции нахождения следа Sp некоторой комбинации матриц, а именно:

$$\mathcal{E}_{min} = Sp \left\{ Cov_X - Cov_X \cdot ( Cov_X + Cov_W )^{-1} \cdot Cov_X \right\},$$

где символ "-1" означает операцию взятия обратной матрицы, а символ "T" – операцию транспонирования матрицы.

Сформулирована основная проблема оптимизации процесса фильтрации и предложены варианты ее решения как задачи диагонализации матрицы отклика фильтра при сохранении минимума СКО.

Проведен анализ возможных методов диагонализации, в результате которого для базисного метода отдано предпочтение преобразованию Карунена-Лоэва (ПКЛ) как наиболее близкому по своей математической методологии к поставленной задаче гипотетического преобразования посредством решеточных СД в процессе фильтрации.

Впервые предложено в качестве СД входных данных использовать при реализации проведения процесса фильтрации математические решетки подходящей размерности и класса.

Показано, что в отличие от эффективного по своей методике ПКЛ, для которого не существует общего быстрого алгоритма вычисления, решеточные преобразования (РП), оставаясь по своей математической сути близкими к ПКЛ, обладают рядом значительных конструктивных преимуществ. А именно, свойства РП таковы, что заранее известно:

- матричное представление в области оригинала и области спектра для входных данных;

- минимальная СКО (дисперсионный критерий), которую следует ожидать (т.е. величины определенных внедиагональных элементов в ковариационной матрице можно отбрасывать корректно);

- взаимная корреляция (значения внедиагональных величин) значительно уменьшается с ростом размерности пространства при относительно малом изменении минимума СКО;

- искажения, вносимые процессом решеточной дискретизации ( и они поддаются расчету);

- квадратичная форма решетки и методы определения эквивалентности другим формам, что важно при необходимости передискретизации (например, ортогональной структуры в другие классы решеток);

- и самое главное, известны заранее параметры сингулярного разложения матрицы решетки: СФ и СЗ как в области оригинала, так и в области спектра.

Приведены примеры конкретных расчетов матриц фильтра РП в сравнении с матрицами дискретного-косинусного (ДКП) и преобразований Уолша-Адамара (ПУА) и представлены их сравнительные зависимости, исходя из критерия минимума СКО, от числа элементов матриц, не равных нулю.

Проведено поэтапное, математическое решение задачи минимизации СКО при возможных вариантах искусственного ограничения диагонализации матрицы отклика фильтра, т.е. задачи сокращения избыточности

(сжатия) информации входного сигнала, используя методы вариации множителей Лагранжа, при ПКЛ и РП. В результате исследований доказано, что РП адекватно ПКЛ по математическому содержанию, но по форме - выражение ковариационных матриц входных данных в случае РП имеет смысл квадратичной формы представления, связанной с нормированием пространства, представленного в обобщенных координатах.

Приведены примеры сравнительных оценок качества работы различных скалярных фильтров по критерию минимума СКО как решение задачи оценивания марковского процесса на фоне белого шума для различных ортогональных преобразований (ПКЛ, РП, ДКП, ДПФ, ПУА, ПХ) для различных размерностей пространства.

Разработан дисперсионный критерий выбора внедиагональных коэффициентов матрицы фильтра, нормированных к ее следу, для оценки качества воспроизводимого в приемнике сигнала входных данных, подвергшегося сокращению избыточности информации в процессе фильтрации. Предложенный критерий дает меру в процентах СКО, возникающей при отбрасывании определенных внедиагональных элементов. Построены соответствующие графики распределения дисперсий по коэффициентам практически для всех известных ортогональных преобразований (ПКЛ, ДКП, ДПФ, ПУА, ПХ) в сравнении с РП.

Показано, что предложенный дисперсионный критерий дает возможность предсказать относительное качество различных преобразований в процессе сжатия данных. В результате исследований доказано, что наиболее эффективными преобразованиями являются РП, ПКЛ, ДКП (ряд составлен по мере некоторого небольшого ухудшения), при сохранении всех преимуществ РП, указанных выше.

Разработано устройство цифровой пространственно-временной многомерной фильтрации сигналов ТВ изображения с конвейерным принципом обработки видеоинформации в задаваемых направлениях фильтрации на

базе каскадно включенных рециркуляторов адаптивно к параметрам решеточных СД. В предлагаемом многомерном фильтре для обработки, например сигналов ТВ изображений, реализуются импульсные характеристики фильтрации (интегрального и дифференциального характера) с достаточным количеством уровней квантования при использовании минимального числа операций умножения.

Приведены функционально-структурные схемы многомерного рециркуляционного фильтра и показаны основные характеристики его работы, согласуемые с теоретическими изысканиями, проведенными в предлагаемой диссертационной работе.

## З А К Л Ю Ч Е Н И Е

1. Получено соотношение для вычисления плотности решеточной упаковки в реальной и спектральной области пространства дискретного представления функции сигнала, которое в отличие от известных уравнений зависит только от размерности пространства и от спектра собственных значений матричного представления решетки, подтвержденное в результате проведенного анализа с позиций классической геометрии, математического анализа и теории чисел. Это позволило:

- корректно провести сравнительный анализ решеток как СД применительно к ТВ растру обработки сигналов изображения и систематизировать результаты для размерностей пространства $n \leq 8$;

- исследовать и оценить перспективность нерешеточных упаковок;

- провести аналогии с математической проблемой расчета покрытия дискретного пространства, родственной с проблемой построения в перспективе многомерного решеточного дискретизатора;

- показать, что в принципе все необходимые параметры для проведения в перспективе многомерной решеточной дискретизации можно получить в процессе расчета соответствующего МВ этой решетки.

2. Проведен математический анализ проблем решеточной многомер-

ной дискретизации на языке квадратичных форм, что позволило:

- провести математические аналогии проблем метризации и нормирования дискретного пространства с задачами теории чисел;

- построить гипотетическую модель многомерного дискретизатора функции сигнала и связать его СКО с параметрами МВ используемой решетки как структуры дискретизации;

3. Исследованы методы сингулярного представления функции определенного класса сигналов на структуре многомерной решетки. В результате доказано:

- функция экспоненты от квадратичной формы решетки ее матричного представления является собственной функцией данной СД с принадлежащими ей СЗ;

- собственные функции многомерной решеточной дискретизации также являются решением уравнения широкого класса прикладных задач типа задач Штурма-Лиувилля;

- собственные функции многомерной решеточной дискретизации ортогональны и квадратично интегрируемы.

4. Исследованы проблемы квадратуры Гаусса дискретного представления функции сигнала в многомерном пространстве. Доказано, что решетки обладают экстремальными свойствами как СД с позиций построения интерполяционных квадратурных формул высокой степени точности при использовании соответствующих СФ многомерной решеточной дискретизации.

5. Предложены расчеты величин оценки вероятности ошибки декодирования многомерного сигнала, связанной с основными параметрами математических решеток как СД, посредством ТС второй степени и даны сравнительные характеристики с известными данными для определенной размерности пространства.

6. Доказано, что СД известных ТБ разверток (любой сложности)

представляет собой эволюционный ряд линейных преобразований подобия и комбинаций (суперпозиций) в собственном подпространстве исходных решеточных СД с повышением степени пространственной симметрии структуры. Это позволило:

- построить структуру пространственно-частотного спектра сложных СД, для которых метод Фурье напрямую не применим;

- предложить метод проведения управляемого процесса компенсации мешающих составляющих пространственно-частотного спектра сигналов ТВ изображения для повышения его качества при воспроизведении в приемнике.

7. Исследовано поведение решеточных ортогональных преобразований в практических приложениях процессов обобщенной системы фильтрации и доказана их экстремальная эффективность по критерию минимума СКО и дисперсионному критерию по сравнению с другими известными преобразованиями.

8. Построено устройство многомерной пространственно-временной фильтрации сигналов изображения, работа которого основана на теоретических разработках, проведенных в диссертации.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в следующих работах:

1. Плотников В.М. Решеточная дискретизация сигналов многомерных сообщений // Радиотехника.-1993.-№8-9.-С.30...37.

2. Плотников В.М. Квадратичные формы решеточных структур дискретизации многомерного сигнала // Радиотехника.-1994.-№12.-С.36...41.

3. Плотников В.М. Тэта-ряды квадратичных форм целочисленных решеток // Изв.вузов.Сер.Радиоэлектроника.-1993.-№11-12.-С.44...51.

4. Плотников В.М. Квадратура решеточной дискретизации сигналов многомерных сообщений // Изв.вузов.Сер.Радиоэлектроника.-1995.-№12.-С.48...56.

5. Плотников В.М. Ячейки Вороного и ошибки многомерной решеточной дискретизации // Изв.вузов.Сер.Радиоэлектроника.-1996.-№4.

6. Панфилов И.П., Плотников В.М. Сингулярное представление функции сигнала на структуре многомерной решетки пространства сообщений // Изв.вузов.Сер.Радиоэлектроника.-1996.-№12.-С.24...32.

7. Panfilov I.P., Plotnikov V.M. Coding of Multi-measured Signals // T.I.S'-95, Telecommunication and Information Systems, (Slovakia), 1995,pp.5...7.

8. Panfilov I.P., Plotnikov V.M. Lattice Coding of Multidemensional Space // U.T.C'-95, Telecommunication and Information Systems, (Slovakia), 1995, pp.48...56.

9. Плотников В.М. Общий подход к описанию многомерной дискретизации сигналов // Системы и средства передачи информации: Труды уч.ин-тов связи.-1989.-С.32...48.

10. Плотников В.М. Метод построения пространственно-временного спектра комбинированных структур дискретизации // Адаптивные системы связи: Труды уч.ин-тов связи.-1990.-С.24...32.

11. Плотников В.М. Многомерная дискретизация телевизионного сигнала изображения // Кодирование и обработка изображений: Труды уч.ин-тов связи.-1991.-С.16...24.

12. Плотников В.М. Мультимерная шахматная решетка как структура дискретизации сигналов изображения // Адаптивные системы связи: Труды уч.ин-тов связи.-1992.-40...48.

13. Плотников В.М. Систематизация по эффективности решеточных дискретизаторов сигналов многомерных сообщений // В сборнике: Информатика и связь.-Киев: Техніка,1995.

14. Панфилов И.П., Плотников В.М. Кодирование многомерных сигналов на решеточных структурах дискретизации // В сборнике: Информатика и связь.-Киев: Техніка,1996.

15. Панфилов И.П., Плотников В.М. Решеточная дискретизация сигналов многомерных сообщений: Учебное пособие / Украинская гос. академия связи.-1995.-80с.

16. А.с.4382422 (СССР) Устройство цифрового пространственно-временного разделения сигналов яркости и цветности в телевизионной системе СЕКАМ / Плотников В.М., Горьев С.А..-Опубл.05.88.

17. А.с.4454935 (СССР) Цифровое устройство пространственно-временной фильтрации сигналов яркости и цветности в телевизионной системе СЕКАМ / Плотников В.М.-Опубл.08.89.

18. А.с.4632514 (СССР) Устройство цифровой пространственно-временной фильтрации телевизионных сигналов изображения / / Плотников В.М.-Опубл.06.90.

19. А.с.4737116 (СССР) Способ восстановления цветоразностных сигналов в системе СЕКАМ / Гофайзен О.В., Плотников В.-Опубл.03.92.

20. Плотников В.М. Пространственно-временная фильтрация сигналов изображения // Тез.докл.Всесоюз.НТК по ТВ и РВ,окт.1988.-Минск.

21. Плотников В.М. Новый подход к теории дискретизации сигналов изображения // Тез.докл.Респуб.НТК по ТВ и РВ,май 1989.-Ужгород.

22. Плотников В.М. Дискретизация сигналов изображения на комбинации решеточных структур // Тез.докл.Респуб.НТК по ТВ и РВ, нояб.1989.-Львов.

23. Плотников В.М. Единая система структур дискретизации телевизионных сигналов изображения // Тез.докл.3-ей Всесоюз.НТК по ТВ, май 1990.-Москва.

24. Плотников В.М. Методы интерполяции сигналов телевизионных изображений // Тез.докл.Всесоюз.НТК по ТВ, март 1990.-Ленинград.

25. Плотников В.М. Многомерная дискретизация сигналов изображения // Тез.докл.Всесоюз.НТК по ТВ, апр.1991.-Москва.

26. Плотников В.М. Анализ решеточного дискретизатора сигналов многомерных сообщений // Тез.докл.Всесоюз.НТК по ТВ,нояб.1991.-Минск.

27. Плотников В.М. Решеточная дискретизация сигналов многомерных информационных сообщений // Тез.докл.Республ.НТК по пробл. информ.,нояб.1994.-Киев.

28. Панфилов И.П., Плотников В.М. Решеточное кодирование многомерных сигналов // Тез.докл.2-ой Междунар.НТК по РС, РВ и ТВ, сент.1995.-Одесса.

## АННОТАЦИЯ

В.М.Плотников "РЕШЕТОЧНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ МНОГОМЕРНЫХ СООБЩЕНИЙ". Рукоп. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.12.17 - Радиотехнические и телевизионные системы и устройства. Украинская Государственная академия связи им.А.С.Попова. Одесса, 1997.

Диссертационная работа посвящена развитию основ теории дискретного представления функции информационного сигнала изображения на пространственно-временной структуре отсчетов различного класса многомерных решеток. Исследованы модели и методы решеточных преобразований дискретного пространства, открывающие значительный резерв возможностей дальнейшего совершенствования эффективности процесса многомерной обработки сигналов сообщений. Приведены конкретные примеры разработок прогрессивных систем многомерной решеточной дискретизации и фильтрации сигналов ТВ изображений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: решеточная структура дискретизации; плотность упаковки и покрытия; квадратичные формы; квадратура; собственное подпространство; решеточные преобразования; реализация.

## ANNOTATION

V.M.Plotnikov."The Signals of multi-dimensional messages Lattice Sampling Theory? Doctor of Technical Science dissertation on speciality 05.12.17 - Radio-technical and TV-systems devices. Ukrainian State Telecommunication academy named after A.S.Popov.Odessa,1997.

This paper presents an overview the signals of multi-dimensional messages lattice sampling theory. The concept of sampling structures based on lattice is introduced. Lattice transformation models and methode are exploned: it discovers great possibilities of messages signals multi-measured processing further rationalization are showed.

KEY WORDS: lattice sampling space; density packing and covering; quadratic form; quadrature; lattice transformations; realisation.

Подписано к печати 5.02. 1997г. Объем : 2 печ. л.; 2,12 уч-изд.л.
Формат 60x84 1/16. Зак. 35 Тираж 50.

Тип.УГАС им.А.С.Попова. Одесса, Старопортофранковская 61.

Ав 37.064