

Український державний педагогічний  
університет імені М. П. Драгоманова

На правах рукопису

БИЧ Олена Вікторівна

СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ  
МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ  
АЛГЕБРАЇЧНИХ СТРУКТУР

13.00.02 - теорія і методика навчання математики

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового  
ступеня кандидата педагогічних наук

Київ - 1997



Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Інституті педагогіки АПН України

Науковий керівник: - кандидат педагогічних наук,  
старший науковий співробітник  
Хмара Тамара Миколаївна.

Офіційні опоненти: - академік АПН України,  
доктор фізико-математичних наук,  
професор Шкіль Микола Іванович;  
  
- кандидат педагогічних наук, доцент  
Чердиченко Валентина Іванівна.

Провідна організація: Чернігівський державний педагогічний  
інститут

Захист відбудеться "10" "квітня" 1997 р. о <sup>00</sup>14 годині на  
засіданні спеціалізованої вченої ради Д.01.33.01 в  
Українському державному педагогічному університеті  
ім. М. П. Драгоманова (252030, Київ-30, вул. Пирогова, 9)  
З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Українського  
державного педагогічного університету ім. М.П. Драгоманова.

Автореферат розіслано "7" "березня" 1997 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради

С. В. Коршак

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність дослідження. До основних принципів перебудови шкільної математичної освіти відносяться демократизація, гуманізація та гуманітаризація навчально-виховного процесу. Дійовим засобом їх здійснення є диференціація навчання. Вона спрямована на розвиток кожного школяра з урахуванням його можливостей, інтересів, нахилів та здібностей і на досягнення реальних результатів базової математичної освіти.

Однією із ефективних форм диференціації навчання, яка останнім часом широко впроваджується у навчальний процес, є учбові заклади (школи, ліцеї, гімназії) з поглибленим вивченням предметів природничо-математичного циклу. До основних цілей навчання математики у профільних школах відноситься розвиток усієї сукупності математичних здібностей учнів та формування на їх основі інтелектуальних вмінь.

Серед загальноінтелектуальних вмінь особливе значення мають вміння узагальнювати та систематизувати навчальний матеріал. Так, психологічними дослідженнями встановлено, що здатність до навчання визначається здатністю узагальнювати матеріал відповідного навчального предмета (В.О.Крутецький, О.О.Бодальов, О.Ф.Лазурський та ін.). Узагальнення та систематизація знань забезпечують свідоме і міцне запам'ятовування найважливішого матеріалу, основних ідей систематичного курсу кожної дисципліни, передусім, математики. Узагальнення дозволяє виділити опорні знання, надати їм більшу інформаційну ємкість, розвантажити пам'ять школяра, зосередивши його увагу на основних моментах,

встановити логічні зв'язки між окремими поняттями, теоріями, ідеями, змістовими лініями курсу, привести знання учнів у систему.

Проблема систематизації та узагальнення знань розглядалась у роботах дидактів, психологів, методистів С.У.Гончаренка, В.В.Давидова, О.С.Дубинчук, В.Н.Осинської, Д.Пойа, З.І.Слепкань, Н.Ф.Тализіної та ін. Питання вдосконалення процесу систематизації та узагальнення знань, формування відповідних вмінь вирішувались у дисертаційних дослідженнях М.І.Зайкіна, Е.О.Василенко, Т.М.Міщенко, В.І.Таточенка та ін. Разом з тим, ряд актуальних аспектів цієї проблеми потребує подальшої розробки. Зокрема, залишаються не розв'язаними питання, що стосуються специфіки організації процесу систематизації та узагальнення математичних знань учнів спеціалізованих шкіл та класів. Одним із шляхів вдосконалення методики формування вмінь узагальнювати та систематизувати навчальний матеріал, а також орієнтації на зближення шкільних математичних курсів з сучасною математичною наукою є ознайомлення учнів з основними поняттями сучасної математики, які виконують у ній узагальнюючі функції.

До таких понять належать поняття алгебраїчної операції, алгебраїчної структури, математичної моделі. Поняття математичної моделі широко застосовується у фізиці та біології, астрономії та соціології, техніці та лінгвістиці. Визначальна роль математичного моделювання для сучасної науки висуває відповідні вимоги до математичної підготовки учнів. Доцільно, щоб вони якомога раніше усвідомили ідею математичного

моделювання; термін "математична модель" повинен увійти до словникового запасу школяра.

Математична модель реальної ситуації в багатьох випадках являє собою математичну структуру певного типу. Об'єкти цієї структури трактуються як (ідеалізовані) реальні "речі" (або поняття), а абстрактні відношення між цими об'єктами - як конкретні зв'язки між елементами дійсності. Використання ідеї алгебраїчної структури дозволяє узагальнити та систематизувати знання учнів з числової змістової лінії шкільного курсу, сприяє інтеграції знань учнів у межах курсу алгебри. Доцільність і можливість розгляду понять алгебраїчних структур у шкільному курсі математики визнавалась математиками П.С.Александровим, О.М.Колмогоровим, О.Ліхнеровичем, А.А.Столяром. Так, розробляючи питання математичної освіти, академік О.М.Колмогоров відмічав: "...Зараз все більше закріплюється тенденція починати серйозне знайомство з математикою з вивчення в загальній формі основних типів математичних структур: структур порядку, алгебраїчних структур - групи, кільця, поля і топологічних структур."<sup>1</sup> П.С.Александров вважав, що "поняття групи не складніше поняття функції: його можна засвоїти на найперших ступенях математичної освіти, тим більше, що зробити це можна на матеріалі елементарної математики. Разом з тим, знайомство з цим поняттям здається мені одним з найприродніших способів першого ознайомлення з сучасною математикою взагалі."<sup>2</sup> Цій проблемі присвячені дисертації І.Ю.Побережника, Ф.М.Рафікової, Т.Я.Федотової.

<sup>1</sup> Колмогоров А. Н. Современная математика и математика в современной школе. // Математика в школе. - 1971. - №6. - С. 28.

<sup>2</sup> Александров П.С. Введение в теорию групп. - М.: Наука, 1980. - С. 5

Але результати цих досліджень не знайшли належного застосування в шкільній практиці, оскільки на той час диференціація навчання розглядалась лише як дидактична ідея, а не як основа побудови всієї системи шкільної математичної освіти.

На початок дослідження (1992 р.) в Україні було розроблено програми з математики для поглибленого вивчення. Питання алгебраїчної операції та алгебраїчних структур включено до вивчення на рівні ознайомлення в розділі "Вступ до курсу алгебри та початків аналізу". У відповідності з цією програмою видано підручники для 10-11 класу "Алгебра і початки аналізу" (авторський колектив: М.І.Шкіль, Т.В.Колесник, Т.М.Хмара). Таким чином, виникло реальне підґрунтя для реалізації продуктивної з дидактичного погляду ідеї використання понять сучасної алгебри для систематизації та узагальнення математичних знань учнів. Все попередньо сказане, а також психолого-педагогічні особливості навчання учнів у школах природничо-математичного профілю визначили вибір теми дослідження і обумовили її актуальність.

Об'єкт дослідження - процес навчання алгебри в школах і класах природничо-математичної спрямованості.

Предмет дослідження - методика процесу систематизації та узагальнення знань учнів з курсу алгебри на основі використання понять теорії алгебраїчних структур.

Мета дослідження - розробити науково обґрунтовану методику використання понять та ідей теорії алгебраїчних структур для систематизації та узагальнення знань учнів при поглибленому вивченні курсу алгебри.

Гіпотеза дослідження полягає у такому: якщо зміст основних понять теорії алгебраїчних структур та їх узагальнюючу роль у побудові сучасної математики використовувати з відповідними дидактичними цілями при поглибленому вивченні шкільного курсу алгебри, то це сприятиме підвищенню теоретичного рівня знань, забезпеченню їх цілісності та узагальненості, а також розвитку математичної ерудиції школярів.

У відповідності з метою та гіпотезою дослідження поставлено такі завдання:

1. Проаналізувати та з'ясувати психолого-педагогічні основи поглибленого вивчення математики в контексті проблеми організації процесу систематизації та узагальнення математичних знань.

2. Проаналізувати зміст поняття "алгебраїчна структура" в сучасній математиці та його систематизуючі та узагальнюючі функції.

3. З'ясувати дидактичні функції понять алгебраїчних структур та доцільність їх використання з метою систематизації та узагальнення математичних знань, навчання учнів моделюванню фрагментів дедуктивних математичних теорій.

4. Розробити методичні рекомендації з використання понять теорії алгебраїчних структур для систематизації та узагальнення знань учнів з курсу алгебри та експериментально перевірити ефективність розробленої методики.

Для розв'язання поставлених завдань використані такі методи дослідження: теоретичний аналіз психолого-педагогічної, математичної, методичної літератури з теми дослідження, вивчення та узагальнення досвіду роботи вчителів

шкіл з поглибленим вивченням математики, спостереження, анкетування, бесіди з учителями, педагогічний експеримент, якісна та кількісна обробка його результатів.

Методологічною основою дослідження є теорія наукового пізнання, положення психології та дидактики про особливості математичних здібностей, про взаємозв'язок навчання, розвитку та виховання, закономірності формування знань, навичок та вмінь на основі диференційованого підходу до навчання, концепція шкільної математичної освіти.

Дослідження виконувалось протягом 4 років. На першому етапі (1992-1993рр.) проаналізовано психолого-педагогічну і методичну літературу з проблеми дослідження, сформульовано гіпотезу, проведено констатуючий експеримент.

На другому етапі (1993-1994рр.) розроблялося методичне забезпечення формуючого експерименту, проводилася робота з учителями, коригувалася пропонована методика, розв'язувалися основні експериментальні завдання.

На третьому етапі (1994-1996 рр.) проведена експериментальна перевірка ефективності розробленої методики, уточнювалися і узагальнювалися результати дослідження, здійснювалася обробка наслідків експерименту та літературне оформлення дисертації.

Наукова новизна та теоретична значущість дослідження полягає у виявленні педагогічних можливостей вивчення понять алгебраїчних структур у шкільному курсі математики; науковому обґрунтуванні методики використання понять алгебраїчних структур для систематизації та узагальнення математичних знань учнів при поглибленому вивченні математики.

Практична значущість дослідження полягає в розробці конкретних методичних рекомендацій і системи вправ для систематизації та узагальнення знань учнів і використання узагальнюючих функцій понять алгебраїчних структур для навчання учнів математичному моделюванню.

Результати дослідження та методичні рекомендації можуть бути використані при розробці змісту спецкурсів для шкіл природничо-математичного профілю, а також при організації самостійної творчої діяльності учнів.

Апробація і впровадження результатів дослідження здійснювалися у процесі експериментального навчання в обласній педагогічній гімназії (м.Кривий Ріг), Саксаганському природничо-науковому ліцеї, СШ № 88 м.Кривого Рогу, СШ № 203, № 24 м.Киева, природничо-науковому ліцеї м.Жовті Води.

Основні положення дисертаційного дослідження доповідались автором на міжвузівських науково-практичних конференціях в м.Дніпропетровську (1994 р.), Черкасах (1995 р.), Сумах (1995 р.), Кривому Розі (1995 р.), Полтаві (1995 р.), на засіданнях методичних об'єднань вчителів шкіл Кривого Рогу (1992-1995 рр.), на звітних наукових конференціях Інституту педагогіки АПН України (1992-1995 рр.), на засіданнях лабораторії навчання фізики і математики Інституту педагогіки АПН України (1992-1995 рр.).

Обґрунтованість і вірогідність результатів та основних висновків забезпечується науковою методологією вихідних позицій дослідження, застосуванням комплексу методів, адекватних об'єкту, предмету, меті і завданням дослідження, поетапним здійсненням і варіативністю експериментально-

дослідної роботи, кількісною і якісною обробкою одержаних результатів.

#### На захист виносяться:

1. Положення про доцільність використання понять алгебраїчних структур для систематизації та узагальнення знань учнів при поглибленому вивченні математики.

2. Методика систематизації та узагальнення знань учнів профільних шкіл та класів з курсу алгебри на основі понять теорії алгебраїчних структур.

### СТРУКТУРА І ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

Дисертація складається із вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури, додатків.

У вступі обґрунтовано вибір та актуальність проблеми, визначено об'єкт, предмет, мету, гіпотезу, основні завдання дослідження, розкрито наукову новизну, теоретичну і практичну значущість роботи, сформульовано основні положення, що виносяться на захист.

У першому розділі “Предмет і теоретичні основи дослідження” проведено аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури, що висвітлює особливості організації навчального процесу в школах природничо-математичної спрямованості, досвіду вчителів, працюючих у цих школах; розглянуто проблему узагальнення та систематизації математичних знань учнів у контексті нашого дослідження, розкрито узагальнюючі та систематизуючі функції поняття “алгебраїчна структура” в сучасній математиці, доведено доцільність ознайомлення учнів з поняттями теорії алгебраїчних

структур при поглибленому вивченні шкільного курсу математики.

Вирішення проблеми про введення понять та ідей теорії алгебраїчних структур до шкільного курсу математики відбувалося в межах руху за модернізацію математичної освіти.

Практичну реалізацію прогресивних методичних ідей було здійснено у 60-70 роках: основою побудови підручників з математики обрано теоретико-множинну концепцію; в шкільному курсі геометрії знайшла втілення ідея про групу перетворень. У подальшому від цього підходу відмовились. З'ясовуючи причини цього факту, ми дійшли висновку, що означені пропозиції не було реалізовано, оскільки експериментальні дослідження з проблем диференційованого навчання були припинені, а сама ідея диференційованої освіти розглядалась як породження буржуазної школи.

Сучасний етап розвитку освіти в Україні характеризується широким впровадженням у практику роботи шкіл різноманітних форм диференційованого навчання. Повна середня освіта повинна забезпечувати, зокрема, поглиблене оволодіння знаннями з базових дисциплін за вибором, орієнтацію на професійну спеціалізацію, формування цілісних знань про природу і суспільство, можливість здобути освіту вищого рівня. Саме за таких умов виникають реальні можливості ознайомлення учнів з поняттями теорії алгебраїчних структур.

Логіко-структурний аналіз матеріалу теорії алгебраїчних структур дозволив виділити зміст та обсяг навчального матеріалу, який доцільно включити до шкільного курсу. Вибір змісту здійснювався з урахуванням:

- 1) загальнодидактичних принципів навчання: науковості, послідовності, системності;
- 2) доступності матеріалу для організації самостійної пізнавальної діяльності учнів;
- 3) можливості ілюстрування дії аксіоматизації при побудові математичних теорій.

У дисертаційному дослідженні показано, що розгляд алгебраїчних структур є найбільш ефективним засобом ознайомлення учнів з аксіоматичним методом побудови математичних теорій у порівнянні з традиційним. При традиційному способі викладання аксіоматики (на прикладі побудови шкільного курсу геометрії) виникає протиріччя між теоретичним описом аксіоматичного методу (вимога повної логічної строгості при побудові теорії) і його практичним застосуванням (неможливості досягти цієї строгості при викладанні шкільного курсу). Ознайомлення з алгебраїчними структурами дозволяє підійти до аксіоматичного методу з іншого боку: розглянути різні теорії, між окремими рисами яких є глибока схожість. Виділивши ці риси та назвавши їх умовами, що визначають деяке нове утворення, можна на основі цих умов як аксіом створити більш загальну теорію, для якої вихідні теорії є окремими випадками або конкретними моделями. При цьому дане утворення являє собою математичну структуру певного типу; зв'язуючою ланкою між різними моделями цієї структури є система її аксіом. Такий підхід знімає зазначене протиріччя між теорією та практикою, оскільки не вимагає повної логічної строгості. У центрі уваги постають інші, більш важливі аспекти: визначна функція аксіоматики, неоднозначність інтерпретацій, спрощуючий вплив методу.

У дослідженні обгрунтовано, що раціональна організація навчального процесу з узагальнення та систематизації математичних знань учнів на основі понять та ідей теорії алгебраїчних структур здійснюється в рамках лекційно-практичної системи, що дозволяє викладати матеріал крупними блоками, забезпечує залучення учнів до активної роботи з навчальною і науковою літературою та підвищення рівня їх математичної підготовки.

Диференційований підхід до організації цього процесу полягає у наявності трьох рівнів вивчення запропонованого матеріалу.

Перший - ознайомлювальний рівень передбачає оглядове ознайомлення з метою дати учням уявлення, які поширюють їх математичний і загальнонауковий кругозір. Домінуючий метод викладання - оглядова лекція. Другий - ідейно-узагальнюючий рівень: вивчення науково-ідейного змісту теми, з ілюстрування окремих застосувань. Основна форма проведення занять на цьому рівні - семінари, виконання індивідуальних творчих робіт. Третій - операційний рівень - вивчення змісту з метою формування навичок та вмінь його застосовувати при розв'язуванні задач. Це досягається на практичних заняттях і уроках формування навичок та вмінь. При цьому процес навчання будується так, щоб кожен школяр міг би найбільш повно реалізувати свої можливості, задовольнити пізнавальні потреби та інтереси.

У другому розділі дисертації "Методика застосування понять теорії алгебраїчних структур для систематизації і узагальнення знань учнів" розкрито технологію використання понять групи, кільця та поля як засобів систематизації та

узагальнення знань учнів з числової змістової лінії шкільного курсу, розроблено механізм формування в учнів перших навичок аксіоматичної побудови фрагментів математичних теорій, показано методичні особливості вивчення теорії подільності многочленів з використанням поняття кільця, представлено програму спецкурсу, в межах якого викладається запропонований матеріал, проаналізовано результати формуючого експерименту.

Розробляючи методика проведення узагальнення та систематизації з числової лінії шкільного курсу, прагнули забезпечити розуміння учнями:

- ідеї розширення числових множин та основаної на ній логічної схеми розвитку поняття числа;
- можливості переносу властивостей числових систем на інші об'єкти "нечислової" природи, тобто, що обчислювальний апарат, розроблений для певної числової множини володіє властивістю переносу за умови, що сукупність об'єктів, яка розглядається, алгебраїчно влаштована за типом відомої числової множини;
- ідеї про те, що при вивченні різноманітних об'єктів засобами математики, важлива не природа об'єктів, а відношення між ними.

Реалізація цих завдань можлива в умовах диференціації запропонованого змісту за трьома рівнями викладання. У розділі висвітлюються особливості підготовчої роботи вчителя до вивчення всієї теми та етапи підготовки до різних видів занять: лекцій, семінарів, практикумів.

Підготовча робота до вивчення всієї теми включає: підбір навчального матеріалу; ретельне його планування, вибір форм і

методів організації навчання, адекватних рівню викладання; урахування психолого-педагогічних особливостей класного колективу, забезпечення навчального процесу дидактичними матеріалами, технічними засобами навчання, наочністю.

Рівень, на якому пропонується конкретний матеріал, визначається:

- 1) необхідним ступенем засвоєння способів діяльності;
- 2) системою диференційованих вимог до засвоєння понять та математичних фактів в рамках теми;
- 3) відбором форм і методів контролю та оцінки знань учнів.

Так, матеріал, який розглядається на лекції (ознайомлювальний рівень) носить, в основному, інформативний характер. Тому усвідомлення нових понять і відповідних їм термінів (нейтральний елемент, кільце, група) відбувається з опорою на конкретні приклади, відомі учням із традиційного курсу математики. При цьому увага акцентується на узагальнюючих функціях даних понять. Відповідно від учнів не вимагається знання строгих формулювань означень основних понять. Достатньо, щоб вони мали уявлення про ці поняття, могли їх пояснити, розпізнати та навести приклади.

У дослідженні обґрунтовано, що активізації пізнавальної діяльності учнів на лекції сприяє використання різних способів та прийомів подання нового матеріалу. При цьому доцільними є: 1) лекція у формі проблемного викладання з елементами евристичної бесіди; 2) лекція у поєднанні з самостійною роботою та іншими активізуючими методами.

Детальніше вивчення узагальнюючих понять та систематизуючих ідей, ілюстрація їх відповідних функцій в сучасній науці та шкільній математиці рекомендується на

семинарських заняттях (ідейно-узагальнюючий рівень). Домінуючим критерієм у відборі теоретичного матеріалу, який пропонується для вивчення на семінарі є доступність змісту для самостійного опрацювання учнями.

Закріплення та поглиблення теоретичного матеріалу, формування практичних навичок та вмінь проходить на практичних заняттях (операційний рівень). Цей напрямок реалізується шляхом виконання системи вправ. Нами виділено дві рекомендовані групи вправ: а) вправи підготовчого характеру, які орієнтовані на усвідомлення основних понять та ідей розглядуваної теми; б) вправи, що передбачають використання точних математичних означень понять.

Завдання першої групи пропонуються учням для самостійного виконання при фронтальній роботі або індивідуально (у вигляді карток, програмуючих тестів та ін.). Завдання другої групи використовуються на етапі закріплення теоретичних знань, формування вмінь. Зразки розв'язання таких вправ вчитель демонструє на лекції. При подальшому вивченні теми вправи другого типу пропонуються учням на різних заняттях (семінарах, практикумах), з різними дидактичними цілями. У дисертації докладно розглянуто види завдань кожної з груп, наведено методичні рекомендації щодо їх використання.

У дослідженні обґрунтовано, що матеріал теорії алгебраїчних структур є базою для формування як емпіричних, так і теоретичних узагальнень. Наприклад, формування загального поняття алгебраїчної операції здійснюється за схемою емпіричного узагальнення: розглядаються операції додавання, множення, ділення, піднесення до степеня на

множинах натуральних, цілих, дійсних чисел та визначається загальне:

- 1) наявність результату даної операції;
- 2) єдиність цього результату;
- 3) замкненість певної множини відносно операції.

Потім, абстрагуючись від конкретних множин і операцій, формують означення алгебраїчної операції у загальному вигляді та розглядають застосування цього поняття до різних елементів, і зокрема, “нечислової” природи, поширюючи тим самим обсяг даного поняття.

Проте, враховуючи той факт, що теоретичне узагальнення полягає переважно у зведенні різноманітних явищ до їх єдиної основи, то при ознайомленні учнів з поняттями теорії алгебраїчних структур створюються умови для переходу з рівня емпіричного на рівень теоретичного мислення. Можливість формування змістових узагальнень проілюстровано на прикладі вивчення арифметик лишків і арифметик класів лишків. Встановлення структури побудованої арифметики (виділення суттєвих зв'язків та відношень) дозволяє застосовувати загальні правила, закони, ідеї, які властиві елементам цієї структури до конкретної моделі. Це створює умови для переносу знань, вмінь, прийомів розумової діяльності учнів. Вони одержують можливість самостійно застосовувати відомі їм прийоми до нового змісту, а також формувати на їх основі нові прийоми та застосовувати їх до розв'язування задач. При ознайомленні з арифметиками лишків створюються умови для самостійної математичної творчості: учні одержують можливість побудувати модель і застосувати цю модель на практиці, що сприяє поглибленню їх математичних інтересів, підвищенню

пізнавальної активності, розвитку математичної інтуїції, оволодінню навичками математичного моделювання. Запропонована методика узагальнення математичних знань на основі понять теорії алгебраїчних структур не тільки розширює уявлення учнів про аксіоматичний метод, але й дозволяє ознайомити школярів з процедурою аксіоматизації. При цьому розгляд арифметик лишків являє собою реалізацію побудованої теорії (групи або кільця) в новій, конкретній ситуації, тобто дозволяє довести схему аксіоматизації до логічного завершення.

У дисертації показано, що використання ідеї алгебраїчної структури дозволяє більш економно провести викладання деяких програмних тем шкільного курсу. На прикладі вивчення елементів теорії подільності многочленів розкривається реалізація такого методичного підходу. Існування аналогії між множиною цілих чисел і множиною многочленів, основаної на встановленні тотожності структури цих множин, орієнтує учнів на самостійне моделювання теорії подільності многочленів. Це, в свою чергу, підвищує інтерес до навчального матеріалу, сприяє розвитку творчих здібностей учнів. На цьому етапі доцільно використання НІТ навчання, які дають змогу:

- 1) економити навчальний час учнів за рахунок виключення з їх діяльності громіздких операцій обчислювального характеру;
- 2) забезпечити тренінг типових умінь і навичок учнів;
- 3) інтенсифікувати процес перевірки знань і вмінь учнів, за рахунок використання комп'ютера в режимі контролера;
- 4) диференціювати навчальний процес.

Експериментальне навчання проводилось в умовах реального навчального процесу в звичній для учнів обстановці.

В навчальному експерименті брало участь 250 учнів шкіл та класів природничо-математичного профілю.

Спостереження за роботою учнів експериментальних класів, аналіз їх усних та письмових відповідей, контрольних робіт, результатів складання заліку, а також думок вчителів-експериментаторів свідчать про те, що застосування запропонованої методики сприяє підвищенню теоретичного рівня знань учнів, розвитку пізнавальних потреб та активності у навчанні, формуванню вмінь самостійно здобувати, поповнювати та застосовувати знання.

Проведене теоретичне та експериментальне дослідження проблеми систематизації та узагальнення знань учнів з використанням понять теорії алгебраїчних структур у школах математичного профілю дозволило зробити такі висновки:

1. Аналіз дидактичної і методичної літератури, нормативних документів, вивчення передового педагогічного досвіду дають підстави стверджувати, що індивідуалізація процесу навчання, як основоположний принцип концепції освіти, спрямовує на створення умов для максимального розвитку інтелектуально-творчого потенціалу особистості, одержання кожним учнем освіти вищого рівня. Засобом здійснення індивідуального підходу є диференціація процесу навчання.

2. Однією з форм диференціації навчання є школи і класи з математичною спеціалізацією, які існують в Україні понад 30 років. Приоритетним напрямком вдосконалення математичної підготовки в школах і класах з поглибленим вивченням математики є урахування психологічних особливостей математично обдарованих учнів, розробка критеріїв відбору

змісту освіти, методів та форм організації навчального процесу.

Виявлено, що:

- організація навчального процесу в школах з математичною спеціалізацією повинна сприяти розвитку сукупності математичних здібностей учнів, важливим компонентом якої є спроможність до узагальнення і систематизації навчального матеріалу;
- це досягається за рахунок включення в зміст освіти узагальнюючих понять та систематизуючих ідей сучасної математики, які забезпечують створення правильного і більш адекватного уявлення про математику як сучасну науку;
- до основних понять сучасної математики, на основі яких здійснюється систематизація та узагальнення математичних фактів, об'єктів, теорій відноситься поняття алгебраїчної структури.

3. Доцільність ознайомлення учнів з ідеями і поняттями теорії алгебраїчних структур обумовлена тим, що цим поняттям властиві дидактичні можливості організації самостійної пізнавальної діяльності учнів; вони сприяють розширенню математичного кругозору і математичної ерудиції школярів, підвищенню теоретичного рівня математичних знань; дозволяють узагальнити і систематизувати знання з числової змістової лінії шкільного курсу математики; дають можливість обґрунтувати певні висновки і правила, які в традиційному навчанні залишаються необґрунтованими і економніше викласти деякі теми шкільного курсу математики.

4. Високий ступінь узагальненості та абстрактності цих фундаментальних понять обумовлює їх дидактичні функції. Основні поняття теорії алгебраїчних структур не є предметом

обов'язкового вивчення, а використовуються як засіб навчання. Це обумовлює наявність різних рівнів засвоєння цих понять (ознайомлювальний, ідейно-узагальнюючий, операційний).

5. Найбільш доцільною формою організації навчального процесу систематизації та узагальнення математичних знань учнів на основі понять теорії алгебраїчних структур є лекційно-практична система занять. Вона забезпечує:

- вибір методів і форм організації навчального процесу у відповідності з рівнем вивчення даного матеріалу;
- залучення учнів до активної самостійної роботи з науковою та навчальною літературою;
- переорієнтацію навчального процесу з "навчання" на "учіння", що сприяє активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів.

6. Використання понять теорії алгебраїчних структур у процесі узагальнення математичних знань дозволяє ознайомити школярів з процедурою аксіоматизації математичних теорій. При цьому пізнавальна діяльність учнів організується за такими етапами:

- математична організація емпіричного матеріалу, яка полягає в розгляді конкретних моделей однієї і тієї структури і виявленні однакових властивостей;
- логіко-теоретична організація матеріалу, що передбачає аксіоматичну побудову теорії або її фрагменту;
- конкретизація - реалізація побудованої теорії в нових конкретних ситуаціях, побудова інших, відмінних від даних моделей.

Наочною ілюстрацією третього етапу є побудова арифметик лишків і арифметик класів лишків. При побудові

цих арифметик створюються умови для оволодіння навичками математичного моделювання.

У ході проведеного дослідження були вирішені його головні завдання. Результати експерименту підтверджують правомірність вихідної гіпотези. Перспективу розвитку основних ідей нашого дослідження бачимо в:

- послідовній реалізації ідеї вивчення традиційного шкільного курсу математики з позиції сучасної математичної науки як у школах природничо-математичного профілю, так і в загальноосвітній;

- дослідженні можливості інтеграції шкільного курсу математики засобами математичних методів.

Основні положення дисертації відображено в таких публікаціях:

1. Бич О. В. Алгебраїчна операція та алгебраїчні структури в курсі алгебри і початків аналізу для поглибленого вивчення / Методичні рекомендації для вчителів і учнів шкіл з поглибленим вивченням математики. - Кривий Ріг, 1994. - 32 с.
2. Бич О. В. Ознайомлення учнів з поняттями та ідеями сучасної математики як засіб активізації навчальної діяльності школярів // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. - Кривий Ріг. - 1995. - С. 134-136.
3. Бич О. В. Про підготовку майбутніх вчителів до роботи у школах з поглибленим вивченням математики // Матеріали міжвузівської науково-практичної конференції молодих викладачів та аспірантів. - Черкаси. - 1995. - С. 328-330.
4. Бич О. В. Формування вмień систематизації та узагальнення в класах з поглибленим вивченням математики // Тези

- доповідей міжвузівської науково-практичної конференції. - Суми. -1995. - С. 43-45.
5. Бич О. В. Елементи естетичного виховання на уроках математики // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. - Полтава. - 1995. - С. 207-210.
6. Бич О. В., Хмара Т. М. Моделювання учнями фрагментів математичних теорій побудованих аксіоматичним методом // Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції. - Рівне. - 1996. - С. 46.
7. Бич О. В., Хмара Т. М. Формування в учнів уявлень про аксіоматичну побудову математичних теорій // Педагогіка і психологія. Науково-теоретичний інформаційний журнал АПН України. - 1996. - №4. - С. 79-84.

BYCH Y. V.

The Systematization & generalization of mathematical knowledge of pupils while studying the mathematical structures.

The Dissertation for the Degree of Pedagogical Sciences in the Speciality "Theory and Methodics of Teaching Mathematics" (13.00.02), M. Dragomanov Ukrainian State Pedagogical University, Kiev, 1997.

The scientific necessity and possibility basis of algebraic structures application notions theory as means of systematization during thorough study is being defended; conditions checked up experimentally & this work realization methods in differential teaching conditions. It was established that the proposed methods of teaching raise the pupils's theoretical knowledge level considerably.

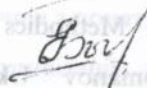
Быч Е.В. Систематизация и обобщение математических знаний учащихся при изучении алгебраических структур.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук по специальности 13.00.02 теория и методика обучения математике.

Украинский государственный педагогический университет им. М. П. Драгоманова, Киев, 1997.

Защищается научное обоснование необходимости и возможности использования понятий алгебраических структур как средства систематизации и обобщения знаний учащихся по курсу алгебры при углубленном изучении; экспериментально проверенные условия и методы эффективного осуществления этой работы в условиях дифференцированного обучения. Установлено, что предложенная методика существенно повышает теоретический уровень знаний учащихся.

Ключові слова: узагальнення, систематизація, алгебраїчні структури, школи та класи з поглибленим вивченням математики.







Зам. № 7-0265 Тираж 100 прим.

Надруковано у "Поліграфцентрі Київського університету  
ім. Тараса Шевченка"

252017, Київ, бульвар Т. Шевченка, 14

435534

AB 37.155