КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

ГУДАК Штефан

УДК 681.3.06

НОВИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОБЛЕМИ ДОСЯЖНОСТІ: НА ШЛЯХУ ДО МЕТОДОЛОГІЇ АНАЛІЗУ ЧАСОВО - КРИТИЧНИХ СИСТЕМ

01.05.01 Теоретичні основи інформатики та кібернетики

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

Київ - 1997

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано на кафедрі комп'ютерів і інформатики Технічного університету Кошиці, Словакія

Науковий консультант: Член-кореспондент НАН України,
доктор фізико-математичних наук,
професор РЕДЬКО Володимир Никифорович

Офіційні опоненти: Доктор фізико-математичних наук,
професор ЧЕРВАК Юрій Юрійович

Доктор технічних наук,
професор ЦЕЙТЛІН Георгій Овсійович

Доктор фізико-математичних наук,
АСЕЛЬДЕРОВ Зайнутдін Макашарипович

Провідна организація: Інститут кібернетики імені В.М.Глушкова
НАН України, м. Київ

Захист відбудеться 10 квітня 1997 року о 14.00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.01.23 у Київському університеті імені Тараса Шевченка за адресою 252127, м. Київ - 127, пр. Академіка Глушкова 6, факультет кібернетики, ауд.40

Автореферат розісланий 1 березня 1997 року

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Є.О.ІВАНОВ

Загальна характеристика роботи.

Актуальність теми .

Аналіз досяжності в дискретних системах відіграє важливу роль в синтезі та аналізі систем. В процесі проєктування та аналізу систем центральне місце займає спосіб специфікації вимог пред'являємих до системи.

Було створено багато мов для специфікації систем . Сьогодні процес творення нових специфікаційних мов продовжується. В цьому плані слід відмітити праці вчених Редько В.Н., C.Ghezzi, K.Turner, P.E.Lauer, M.Pezze, W.P. de Roever та інших.

Існує кілька причин, які ведуть до такого стану:

1. Швидкий ріст розмірів систем, що підлягають конструюванню та аналізу.

2. Зростаюча залежність людського покоління в цілому від комп'ютерних систем і спеціально таких, у яких існують певні критичні області.

3. Необхідність автоматичного отримання інваріантів системи з її формальної специфікації.

4. Формальна специфікація повинна дозволяти застосування де/композиційного підходу до синтезу та аналізу системи.

5. З огляду на складність нинішніх систем необхідність у створенні формальних специфікацій, що базуються на двох та більше існуючих формальних специфікаціях.

Існує кілька причин недостатнього застосування формальних специфікаційних мов (FDT) в синтезі та аналізі реальних систем:

1. Достатньо високий рівень формальності, що відштовхує більшість спеціалістів при створюванні систем від їх застосування.

2. Недостатній досвід в застосуванні FDT для синтезу (аналізу) систем реального часу.

3. Великий розрив між формальною специфікацією системи та її цільовим представленням (об'єктний код).

4. Необхідність у врахуванні реального часу (в процесі синтезу та аналізу).

5. Необхідність у врахуванні не-поступового виду поводження системи.

6. Необхідність у проведенні синтезу (аналізу) із застосуванням де/композиційного підходу.

7. Відсутність гнучкого теоретичного фундаменту для багатьох FDT не дозволяє їх застосування в процесі практичного синтезу (аналізу) систем.

Результати аналізу досяжності виглядають ще набагато гірше у випадку часово критичних систем, тобто систем, функціонування або семантика яких визначається по відношенню до часу і коректність функціонування яких не може бути встановлена без врахування часу, так звані часово-критичні (time-critical) системи.

Мережі Петрі (МП) являються достатньо простим, і разом з тим, могутнім засобом для опису складних паралельних і асинхронних дискретних систем. Серед позитивних вартостей МП слід підкреслити принаймні такі:

1. Простий спосіб встановлення елементарних характеристик системи, модельованої з допомогою МП [2] .

2. Можливість виразити на мові МП такі проблеми або характеристики систем, які не вдається виразити в рамках інших моделей обчислювальності. Прикладом такої проблеми служить проблема дедлоку та ін. В рамках моделей на основі мереж Петрі вдалось поширити ієрархію абстрактних проблем, або створити узагальнення раніше відомих проблем:

проблема життєвості (liveness problem), проблема досяжності (reachability problem).

3. МП являються майже єдиним надійним засобом для верифікації протоколів в мережах ЕОМ.

Від самого початку появлення мереж Петрі (МП) спостерігається процес розробки різних їх модифікацій з метою кращого відображення деяких властивостей синтезованих (аналізованих) систем. Завдяки цьому стало можливим описати нові проблеми, як наприклад проблему читачів та редакторів (Reader.- Writer Problem), яка не могла бути описана на мові класичних мереж Петрі. [2]

Незалежно були введені інші моделі обчислювательності: системи векторного додавання (vector addition systems - VAS), системи векторного заміщення (vector replacement systems - VRS), системи переходів (transition systems - TS), з метою вивчення характеристик систем паралельних обчислень. Показано, що МП, VAS, VRS взаємно зв'язані.

Проблема досяжності - RP, займає центральне місце серед деяких дуже важливих проблем теорії МП (життєвість, обмеженість, існування дедлоку) з точки зору їх алгоритмічної розв'язності. Якраз, питання розв'язності цих проблем зводиться до розв'язності RP.

Було зроблено кілька спроб розв'язати проблему досяжності МП. Тут слід відмітити роботи E.W.Mayr, H.Mullera, J.A. van Leeuwen та інших. R.J.Lipton навів оцінку складності розв'язку знизу. Автор предметної роботи в [18] запропонував розв'язання RP. Одночасно розв'язання RP було запропоновано E.W.Mayr. Однако запропоновані розв'язки залишали поза увагою оцінку складності. Більше того, ставилась під сумнів можливість такої оцінки на основі досягнутих розв'язків проблеми. В пред'явленій роботі запропонований новий підхід до розв'язку RP, який дозволяє ефективно знаходити структуру автомату, на основі якого будуться розв'язок проблеми для данного випадку (шуканого стану в МП, або шуканого вектора у випадку VAS). Природною властивістю методу являється можливість оцінки верхньої границі складності розв'язку проблеми. Метод являється узагальненням підходу, запропонованого автором в [18].

Головні риси запропонованого алгоритму проблеми досяжності (RP алгоритм), які його відрізняють від інших, полягають в наступному:

1 Структура скінченого автомата M_w [18] - основної структури, використовуваної алгоритмом, залежить тільки від МП N_0 але не залежить від досліджуваного стану q_0. M_w можна використовувати для будь-якого стану. Це понижує складність розв'язку проблеми.

2. У випадку необмеженої множини досяжних станів $R(N_0)$ МП N_0 = $(P, T, pre, post, q_0)$ скінчений автомат M_w містить у собі принаймні одну сильно зв'язану компоненту, що дозволяє дістати "петле-спектральну" характеристику досяжних станів. Ця властивість являється в деяких випадках подальшим засобом спрощення складності розв'язку.

3. Дякуючи нашому алгоритму вперше була встановлена верхня оцінка часової складності розв'язку проблеми - $O(2^{b^{2^{k+2}} \cdot k^2})$, де k- кількість місць МП N_0, b- певна константа.

4 Відмінною властивістю нового алгоритму являється можливість застосування де/композиційного методу розв'язку RP проблеми.

5. Деякі попередні результати [19] показують, що запропонований в роботі метод де/композиції мереж Петрі і закладений на ньому метод аналізу досяжності переноситься і на випадок часово-критичних (time-critical) систем.

Розв'язання проблеми являється актуальним не тільки з точки зору теорії, але має і важливу практичну цінність, оскільки методи побудови моделей на основі МП стануть реальним знаряддям в процесі синтезу та аналізу складних систем.

Сучасні дослідження показують, що існує насущна потреба вміти ефективно розв'язувати проблему досяжності, яка ставиться практикою синтезу та аналізу систем. Багато зусиль було віддано результатам де/композиції мереж Петрі. Дану роботу можна вважати внеском в новий розв'язок проблеми досяжності, що базується на властивостях запропонованого автором нового алгоритму.

Мета роботи.

Створення основ нової методології аналізу дискретних систем на досяжність попередньо визначених макро-станів. Методологія базується на новому підході щодо розв'язання загальної проблеми досяжності для мереж Петрі (або споріднених не-поступових системних модулів), обгрунтуванні теорії розв'язання проблеми, оцінці її складності (верхня оцінка часової складності в найгіршому випадку), створенні де/композиційного методу аналізу. Аналіз можливого застосування методу при дослідженні на досяжність (макро-)станів систем критичних у часі (time - critical systems).

Методика дослідження.

Опирається на методи та результати теорії обчислень, конкретно теорії автоматів та формальних мов, складності обчислень та теорії лінійного програмування.

Наукова новизна.

Створений оригінальний метод розв'язання важливої проблеми теорії паралельних обчислень, конкретно теорії мереж Петрі, систем векторного додавання (VAS) та інших споріднених систем (VAS, VRS). Теорія розв'язання проблеми містить в собі:

а/ створення і формальне обумовлення методу перетворення деревовидних структур - дерев досяжних векторних станів (VST_W) та формальне обгрунтування цих методів - породжаючого структуру скінченого автомата M_W;

б/ аналіз структурних характеристик автоматів типу M_W. Автомат типу M_W, являється скінченим автоматом з певною інтерпретацією станів і переходів і, як правило, таким, що містить в собі сильно зв'язані компоненти;

в/ запропонований та обгрунтований метод створення спеціального типу задачі цілочисельного лінійного програмування ($MILP_W(A,X,B(q),r)$) на основі автомату M_W;

г/вивчені властивості задач типу $MILP_W(A,X,B(q),r)$, виявлені властивості їх розв'язків, які гарантують результативність процедури знаходження розв'язку для RP;

д/встановлена верхня оцінка найгіршого випадку часової складності алгоритму розв'язання RP для VAS $W=(q,W)$, або відповідної МП $N_0 = (P,T,pre,post,m_0)$; оцінка дається виразом $O(2^{b^{2^{k+2}.k^2}})$, причому b є деяка константа обчислювана по $q_0(m_0)$, і k число місць в множині Р. Метод базується на аналізі характеристик сильно зв'язаних компонент діаграми станів скінченого автомата M_W;

е/ метод де/композиції мереж Петрі на основі "розтину" в переходах (TJUNC), місцях (PJUNC), або розтину змішаного типу (PTJUNC). Дослідження характеристик окремих типів де/композиції з точки зору проблеми досяжності характеристик скінчених автоматів типу M_W і відповідних операцій на автоматах типу M_W.

Таким чином можна сказати, що вперше встановлений зв'язок проблеми досяжності для МП із "світом" знайомих проблем. RP зведена до спеціального типу задач цілочисельного лінійного програмування MILP $_W$ і досягнена складність алгоритму дає уяву про характер розв'язку проблеми та можливості його застосування.

Метод де/композиції, завдяки характеристикам автоматів типу M_W і запропонованого алгоритму розв'язання проблеми досяжності, відкриває новий шлях до створення методології аналізу дискретних систем реального масштабу. Оцінюються можливості поширення отриманих результатів на випадок систем з реальним часом (time-critical systems).

Теоретична і практична цінність.

Результати роботи представляють теоретичний інтерес, однак в той же час їх, передусім, алгоритм для розв'язування RP, та результати з області де/композиції мереж Петрі, пред'явлені в цій роботі, можна використати для розв'язування цілком конкретних практичних завдань. Досягнена оцінка складності алгоритму експоненціальна в часі. Це, разом з нижньою оцінкою, що отримав R.J.Lipton, яка являється просторово-експоненціальною, визначає можливості практичного застосування.

Не дивлячись на складність RP запропонований розв'язок відрізняється тим, що при розв'язанні RP(W_k,q) для стану q ми знаходимо структуру M_W, на основі якої будується інстанція проблеми цілочисельного лінійного програмування MILP$_W$(A, B(q), q_0, r). Структура скінченого автомата M_W залежить від W_k (або від N_0) а не залежить від q, що дає можливість використати M_W при розв'язанні RP(W_k,q') для любого $q' \neq q$. Тільки-що відмічена риса RP, характеристики скінчених автоматів та результат про де/композицію мереж Петрі представлений в даній праці, наштовхує на думку застосування методу "divide et conquer", при розв'язанні проблеми досяжності. На цю тему зав'язано співробітництво з Politecnico di Milano (група Prof.C.Ghezzi, Prof.D.Mandrioli, Prof.M.Pezze). Група C.Ghezzi запропонувала нове розширення мереж Петрі, так звані TER мережі і їх спрощення- ТВ мережі. Метою цього співробітництва є створення формальної бази для нового методу аналізу часової досяжності систем, опис яких ведеться на мові ТВ мереж.

ТУ Кошиці отримав дистрибуцію 1 версії програмного середовища CABERNET, в якому проблема часової досяжності систем, описаних ТВ мережами, виконується методом симуляції та генеруванням дерева досяжних станів з обмеженням, заданим часовими інтервалами. Метою виконуваних робіт являється поширення одержаних результатів на ТВ мережі та їх аплікацію до CABERNETу. Проєкт CABERNET фінансується консорціумом на чолі з фірмою OLLIVETTI.

Створена комп'ютерна програма для розв'язування RP може ввійти як частина загальнішого системного середовища, побудованого на базі CABERNET, і предназначеного для:

а/ створення (програмних) систем з можливістю перевірки (верифікації) визначених характеристик синтезованої системи;

б/ до проблеми RP можна звести ряд економічно -планових та прогностичних проблем;

в/ до проблеми RP зводяться деякі проблеми синтаксичного та семантичного аналізу, за передумови, що генеруюча система не перевершує потужність контекстних граматик.

г/вивчаються можливості побудови RP для ТВ мереж; створюється теорія розв'язування RP із застосуванням пред'явленого алгоритму для розв'язання проблеми часової досяжності (TRP). Попередні результати показують, що цей напрям є перспективним [10],[19].

На захист виноситься.

1. Метод трансформації шляхів в деревах (графах) досяжності і його обгрунтування.

2. Метод конструювання скінченого автомата типу M_w, його обгрунтування і теоретичний аналіз властивостей інтерпретацій скінчених автоматів типу M_w.

3. Теорема про рекурсивну розв'язність проблеми досяжності, що базується на властивостях скінченого автомата M_w.

4. Новий алгоритм розв'язання проблеми досяжності в мережах Петрі, шляхом зведення її до спеціальної задачі цілочисельного лінійного програмування $MILP_w(A,B(q),q_0,r)$.

5. Теорема про оцінку верхньої границі часової складності розв'язання проблеми досяжності в найгіршому випадку.

6. Метод де/композиції мереж Петрі і алгоритми для трьох типів де/композицій TJUNC, PJUNC, TPJUNC.

7. Метод де/композиційного розв'язання проблеми досяжності, що базується на властивостях автоматів типу M_w і операцій де/композиції мереж Петрі.

Апробація роботи та публікації .

Основна частина результатів цієї дисертації доповідалась на таких семінарах та конференціях:

- семінар з теорії систем (Dr.P.E.Lauer) в Університеті оф Ньюкастл апон Тайн, Англія [18];

- 2^{nd} European Workshop on Theory and Application of Petri Nets, Bad Honnef, Germany, 1981;

- міжнародний симпозіум Mathematical Foundations of Computer

Science. High Tatras. Czechoslovakia, 1981;

- в першому варіанті [4] робота була представлена протягом 1990 р. на розгляд таким вченим:

1. Prof. Dr. P. E. Lauer, McMaster University, Canada
2. Prof. G. Rozenberg, University of Leiden, Netherlands
3. Prof. Dr. W. Reisig, RWTH Aachen, Germany
4. Prof. Dr. H. Müller, University of Erlangen, Germany
5. Prof. Dr. J. Monk, Open University, England
6. Prof. Dr. T. Murata, University of Illinois, Chicago, U.S.A.
7. Проф. Н. Ф. Кириченко, Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України.

- в закінченому варіанті результати були представлені:

i. на науковому семінарі (Prof. C. Ghezzi, зав. семінаром) в Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, юнь 1992,

ii. на семінарі Автомати та мови (Dr. J. Gruska зав. семінаром), SAV Bratislava, юнь 1993,

iii. на комісії для захисту дисертацій для придбання вчених звань по спеціальності 01.01.09 - Математична кібернетика, голова - чл.-кор. НАН України Редько В. Н. - жовтень 1994 р.

Основний зміст дисертації детально викладений у работах [1- 22].

Особистий внесок.

Дослідження, подані в дисертації, є результатом самостійної работи автора. Із робіт, написаних у співавторстві, до дисертації включені тільки ті результати, що одержані особисто автором.

Структура й об'єм роботи .

Дисертація складається із вступу, 6 розділів та висновків. Розділи 1-6 складені з параграфів, які в окремих випадках складені із субпараграфів.

Розділ 1 присвячений аналізу дискретних систем та виявленню ролі формальних специфікацій (FDT) при синтезі та аналізі систем.

Розділ 2 містить необхідні поняття з теорії мереж Петрі. В ньому встановлюється зв'язок між алгоритмічними проблемами у відношенні до мереж Петрі та проблеми досяжності.

Розділи 3-6 присвячені проблемі досяжності, її розв'язанню оцінці складностної картини проблеми та створенню і оцінці методу де/композиції та його застосуванню при аналізі досяжності. Результати дисертації викладені на 271 сторінці машинописного тексту, в яких включено 70 рисунків . В дисертації знаходиться список літератури, який містить 148 джерел.

Зміст дисертації

Робота представляє певний вклад в створення основ методології аналізу дискретних систем з точки зору проблеми досяжності. Ядром, на якому базується основа методології аналізу досяжності дискретних систем являються:

1. Оригінальні результати автора, які складають основу побудови нового алгоритму розв'язання загальної проблеми досяжності для мереж Петрі (систем векторного додавання).

2. Оцінки верхньої границі часової складності розв'язання цієї проблеми.

3. Розробка нового методу де/композиції мереж Петрі, який дозволяє

здійснювати аналіз досяжності по частинам (метод divide et impera).

Розділ 1 присвячений аналізу дискретних систем та виявленню ролі формальних специфікацій (FDT) при синтезі та аналізі систем. Конкретно показано, що існує протиріччя між теорією FDT і її застосуванням на практиці з одного боку та старанням знаходити нові FDT, які або відбивають нові риси описуваних систем, або прямують до універсальності. В роботі дается підтримка гіпотезі, яка говорить, що не може існувати єдина універсальна FDT. Говорить про це наш досвід, складність і природа систем, які підлягають синтезу та аналізу.

Відстоюється точка зору, яка говорить, що характеристики систем мають різну ступінь "виразності" по відношенню до окремих FDT, і що існують характеристики, які можна виразити тільки в деякій єдиній FDT. Аналіз на досяжність та мережі Петрі є прикладом таких характеристик і FDT.

В пар. 1.1 дається неформальна оцінка мереж Петрі, як FDT і нового алгоритму, а також де/композиційного підходу до проблеми аналізу досяжності.

В пар. 1.2 робиться наголос на т.зв. часову досяжність та потребустворити нові формальні засоби для систематичного способу часового аналізу систем і особисто часово-критичних систем. В літературі останнім часом вживається назва time-critical systems, для означення дискретних систем, поведінку і функціонування (семантику) яких неможливо збагнути і оцінити без врахування часу. Як показує досвід аналізу часової досяжності являється більш складною проблемою в порівнянні з ординарним аналізом досяжності.

Певна робота була виконана автором по оцінці застосування TER (TB) мереж як FDT, здатних для опису часово-критичних систем та поширенні одержаних результатів на такий випадок опису систем. Отримана повністю оптимістична оцінка досягнутих попередніх результатів і такого напрямку подальших досліджень.

Заключна частина пар. 1.2 присвячена опису головних рис методу де/композиції систем, представлених мережами Петрі, та реалізації підсумків виконаного аналізу та досвіду і підкреслює роль досягнутих результатів в області FDT в загальному і конкретних результатів автора щодо створення методології аналізу систем на (часову) досяжність (макро) станів в дискретних системах.

В розділі 2 йдеться про характеристики мереж Петрі з точки зору їх здібності описувати специфічні аспекти та проблеми відносно систем. Підкреслюється роль мереж Петрі та зокрема проблеми досяжності в теорії обчислювальних систем. Вводяться основні означення та потрібні поняття.

Надалі $\mathbb{N}$ використовується для означення невід'ємних цілих чисел. $\mathbb{N}^k$ ($\mathbb{Z}^k$) означає множину всіх k-координатних векторів з координатами з $\mathbb{N}$ ($\mathbb{Z}$). $(q)_i$ означає i-ту координату вектора q, $q <_A q'$ означає, що два вектори q, $q' \in \mathbb{N}^k$ порівнянні і їх координати взаємно рівні, за винятком координат, які належать множині $A \subseteq \mathbb{K} = \{1,2,\dots k\}$, для яких вірно $(q)_i<(q')_i$, $i \in A$. Символом $\omega_A q$ позначено вектор, в якому координати з A мають значення ω, а координати не з A рівні координатам вектора q, і такі вектори ми інколи називатимемо ω - векторами. Величина ω точніше не визначається, однак для неї вірно, що $\omega + a = \omega - a = \omega$, і для любого $a \in \mathbb{N}$: $a < \omega$. ω - шляхом в графі обчислень будемо розуміти шлях, вершини якого означені ω -векторами $\omega_A q^{(i)}$, для деякого $q^{(i)} \in \mathbb{N}^k$ та $A \subseteq \mathbb{K}$, причому вірно, що $\omega_A q^{(i)} <_B \omega_A q^{(i+1)}$ для деякого $B \subseteq \mathbb{K}$. Інколи ми придаємо ω - вектору $\omega_A q$ ім'я ρ, т.є. $\rho = \omega_A q$. Символом $\mathbb{X}_q$, $\mathbb{Y}_q$ ми позначаємо відповідно початкове (префіксне), або хвостове (суфіксне) значення вершини з іменем q графа обчислювальних станів і розуміємо під тим (випадок $\mathbb{X}_q$) всі ланцюжки символів з деякої скінченої множини цілочисельних векторів W, якими означені ребра шляхів, що ведуть з вершини з іменем q_0 довершини з іменем q. $\mathbb{Y}_q$ є множиною всіх ланцюжків векторів з W, якими означені всі можливі (допустимі) шляхи, що ведуть з вершини з іменем q графа обчислень. Аналогічне значення ми придаємо $\mathbb{X}_\rho$ та $\mathbb{Y}_\rho$ для ω - вектора ρ. Якщо задана множина цілочисельних векторів $W = \{w_1, w_2, \dots w_m\}$ то звичайним шляхом на цій множині векторів встановлюються регулярні вирази (ми їх називаємо векторними регулярними виразами - wre). Wre α має, на відміну від звичайного регулярного виразу, два значення: $[\alpha]$ - векторне значення, та значення $[\![\alpha]\!]$ - множина ланцюжків означених посередництвом α. Якщо $X_0 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - цілочисельний вектор, координати якого невід'ємні, то $\|X_0\| = \sum^n x_i$.

Ми визначаємо VAS як впорядковану пару $W_k = (q_0, W)$, де $q_0 \in \mathbb{N}^k$ - невід'ємний цілочисельний вектор та $W = (w_1, w_2, \dots w_m)$ - скінчена множина цілочисельних векторів. Визначається обчислювальний процес векторного додавання в VAS $q = q_0 + w_{i_1} + \dots + w_{i_j}$, $w_{i_j} \in W$, $j = 1, \dots, n$. Вектор q ми будемо називати досяжним у W_k тоді і лише тоді, коли $q \in \mathbb{N}^k$ і для $\forall j(1 \le j \le n)$: $q_j = q_0 + w_{i_1} + \dots + w_{i_j} \in \mathbb{N}^k$.

Якщо $R(W_k)$ означає множину досяжних векторів для VAS $W_k = (q_0, W)$, то проблема приналежності будь-якого вектора $q \in \mathbb{N}^k$ до $R(W_k)$ і є проблема досяжності (reachability problem - RP).

З кожним VAS W_k (ми його зафіксуємо) можна асоціювати дерево обчислень, то є дерево досяжних векторів (станів) VST_W. $VST_W = (T_W, Lab(V), Lab(E), q_0)$ де $T_W = (V, E, r_0)$ орієнтоване дерево і VST_W являється двічі оціненим графом з допомогою двох зображень

$$lab_1 : V \to Lab(V) \ , \ lab_2 : E \to Lab(E),$$

де $lab_1(r_0) = q_0$, r_0 - корінь T_W , $lab_2(e) = a \in W \iff e = (u, v) \in E$, $lab_1(u) = q$, $lab_1(v) = q'$, $q' = q + a$.

Аналіз шляхів у VST_W дозволяє виявити декілька типових шляхів (і ситуацій) в цьому графі, або в графах, які виникають з VST_W посередництвом застосування деяких перетворень.

1. Шлях P1, який містить в собі дві вершини v, v' з одинаковим значенням вектора - стану, тобто $lab_1(v)=lab_1(v')= q$.

2. Шлях P2.n, який містить в собі дві вершини v, v' з величиною вектора - стану $lab_1(v)= q$ та $lab_1(v')= q'$ відповідно та $q <_A q'$.

3. Шлях P3 - нескінчений періодичний ω - шлях, який міститьв собі в крайньому разі дві вершини v, v' такі, що $lab_1(v)= \omega q^{(i)}$ та $lab_1(v')= \omega q^{(i+1)}$ та $\omega q^{(i)} <_A \omega q^{(i+1)}$. Для наведених типів шляхів у VST_W визначається таке перетворення структури VST_W що $\mathbb{Y}_q$, $\mathbb{Y}_\rho$ являються або інваріантом перетворення (Lemma 3.6), або $\mathbb{Y}_q \subseteq \mathbb{Y}_{T(q)}$ та $\mathbb{Y}_\rho \subseteq \mathbb{Y}_{T(\rho)}$, де $T(q)$ та $T(\rho)$ образ q та ρ відповідно означення перетворення T (Theorem 3.1,2,3). Визначення перетворення $T_=$ для P1, $T_{<X}$ для P2.n, та $T_{\overset{\omega}{<}X}$ для ω - шляху. В розділі 3.2 вводиться поняття графів векторних станів (vsg) $\mathcal{G}^\omega_i= (\mathcal{G}_i, Q_i, W, \rho_{0,i})$ для $i = 0,1,2,\dots,f$, причому $\mathcal{G}^\omega_0 = V\mathcal{G}_W$. З $\mathcal{G}^\omega_i$ пов'язані два зображення $lab_{1,i}: V_i \to Q_i$, $lab_{2,i}: E_i \to W$, де V_i, Q_i, E_i Множини вершин, ребер, векторів - станів, означаючих вершини графу $\mathcal{G}_i$. Визначається трійка перетворень H^ω_ρ T^ω_ρ F^ω_ρ за допомогою якої визначаЄться трансформаційний процес на vsg. (Corollary 3.1,2,3). Якщо $\mathcal{G}^\omega_i \Rightarrow \mathcal{G}^\omega_{i+1}$ один крок цього процесу, то доказується можливість узагальнення результатів вірних для VST_W. Саме, нехай

$$\mathcal{G}^\omega_i= (\mathcal{G}_i, Q_i, W, \rho_{0,i})$$

$$\mathcal{G}^\omega_{i+1}= (\mathcal{G}_{i+1}, Q_{i+1}, W, \rho_{0,i+1}) \text{ та } \mathcal{G}^\omega_i \Rightarrow \mathcal{G}^\omega_{i+1} \text{ де}$$

$Q_{i+1}= \{ \rho' \mid \exists \rho \in Q_i : \rho' = T^\omega_\rho(\rho) \}$, $\rho_{0,i+1} = T^\omega_\rho(\rho_{0,i})$, та $\mathcal{G}_{i+1}$ визначається посередництвом F^ω_ρ очевидним чином на основі $\mathcal{G}_i$. Тоді вірно (Lemma 3.12), що $\mathbb{Y}_\rho \subseteq \mathbb{Y}_{T^\omega_\rho(\rho)}$ для всіх $\rho \in Q_i$. В Lemma 3.14 доказано, що трансформаційний процес $\mathcal{G}^\omega_i \Rightarrow \mathcal{G}^\omega_{i+1}$ не може, для даного k - размірності векторної множини W, протікати необмежено довго, а саме, що існує індекс $i = \ell$ при котрому процес обривається і результуюций граф vsg $\mathcal{G}^\omega_\ell$

є безперечно скінченим графом.

Vsg $\mathcal{G}^{\omega}_{\ell}$ служить основою для створення скінченого автомата (fsa) M_w (Theorem 3.4) з дуже важливою характеристикою, а саме $\mathbb{Y}_{q_0} \subseteq L(M_w)$, де $L(M_w)$ - мова визначення fsa M_w.

Розділ 3. присвячений доведенню рекурсивної розв'язності RP. Виходячи з природи T - перетворень $(T_{=}, T_{<x}, T_{<x}^{\omega}, T_{\rho}^{\omega})$ робиться висновок про характер діаграми станів fsa M_w: наявність сильно зв'язаних компонент.

Скінчений автомат M_w являється абстрактним автоматом з певною інтерпретацією імен його станів (вектора з $\mathbb{N}^{K}_{\omega}$) та переходів (вектора з $\mathbb{Z}^{K}$). В параграфі 3.4 аналізуються природа інтерпретацій, тут визначених як трійця $J=<f, r, r_0>$, та дослідження їх характеристики. Здобутий алгоритм побудови для абстрактного скінченого автомата $M=(K, \Sigma, \delta, q_0)$ інтерпретації, що повертає його в скінчений автомат M_w для певної наперед заданої системи векторного додавання VAS $W=(q_0, W)_K$ і навпаки. Запропоновано двійку $<M, J>$ називати автоматом типу M_w. Компоненти f, g інтерпретації $J=<f, g, r_0>$ представляють ізоморфізм $<f, g>$ скінчених автоматів.

Відмічені в розд. 3 цікаві характеристики інтерпретацій скінчених автоматів типу M_w, які можуть бути предметом подальших досліджень, особливо у зв'язку з природою де/композиції відповідних мереж Петрі.

Сильно зв'язані компоненти в діаграмі станів можливо характеризувати посередництвом регулярних виразів в алфавіті ρ - простих петель W_L (ρ - simple loops, Def 4.1). Вони називаються петлевими регулярними виразами (loop wre) $\mathcal{L}\rho$. Вводиться параметр n і визначається $\mathcal{L}_{\rho}(n)$ для означення множини ланцюжків, які виникають при n - кількаразовому переході ρ - простих петель в сильно зв'язаній частині діаграми станів, яка містить в собі стани ρ. Визначається величина $\rho(n)$ - змінна, що означає множину всіх станів, які виникли в результаті n - разового переходу петель в сильно зв'язаній компоненті $\mathcal{L}\rho$. Встановлюються регулярні вирази $\mathcal{L}^{\rho_0}$, $\mathcal{L}^{\rho}$, які означають множину хвостових значень станів ρ_0 та ρ відповідно та $\mathcal{L}^{\rho_0}(n)$, $\mathcal{L}^{\rho}(n)$ - початкові частини множини хвостових значень обмежених параметром n. В Lemma 4.1 подається характеристика мови наведеного fsa M_w $L(M_w) = [\![\mathcal{L}^{\rho_0}]\!]$ в термінах петлевих регулярних виразів (loop wre) конкретно доказується, що у випадку наявності одної сильно зв'язаної компоненти в M_w $\mathcal{L}^{\rho_0} = \mathcal{L}\rho_0^{*}\mathbb{Z}\rho_0$ а у випадку наявності n сильно зв'язаних компонент

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}^{\rho_0} = \; & \mathcal{L}\rho_0^{*}\alpha_{\rho_1}\mathcal{L}\rho_1^{*}\ldots\alpha_{\rho_n}\mathcal{L}\rho_n^{*}\mathbb{Z}\rho_n + \\
& \mathcal{L}\rho_0^{*}\alpha_{\rho_1}\mathcal{L}\rho_1^{*}\ldots\alpha_{\rho_{n-1}}\mathcal{L}\rho_{n-1}^{*}\mathbb{Z}\rho_0 + \\
& \vdots \\
& \mathcal{L}\rho_0^{*}\alpha_{\rho_1}\mathcal{L}\rho_1^{*}\mathbb{Z}\rho_1 + \\
& \mathcal{L}\rho_0^{*}\mathbb{Z}\rho_0
\end{aligned}
$$

α_{ρ}, $\mathbb{Z}\rho_i$, $i = 0,1,2,\ldots n$ - регулярні вирази, які означають скінчені множини ланцюжків, $*$ - зірочна операція Кліні. В Lemma 4.2 дається характеристика ініціального значення $\mathfrak{X}\rho$ посередництвом $\mathcal{L}\rho$. В цих термінах сформульований критерій правильного вибору (proper choice condition property - pcc)

$$
pcc(\rho, x) = true \iff_{df} \exists (n \in \mathbb{N}):\; x \in [\![\mathcal{L}^{\rho}(n)]\!]
$$

$$
\text{для деякого} \quad \rho \in Q \text{ та } x \in W^{\omega}
$$

Lemma 4.3 показує значення pcc а саме

$x \in \mathfrak{Y}_{q_0} \iff pcc\ (\rho_0, x)$ and $\rho_0 = T^{\omega}(q_0)$

В параграфі 2 розділу 4 на основі fsa M_w та його характеристики за допомогою понять $\mathcal{L}^{\rho}(n)$ та $\mathcal{L}\rho(n)$ створена процедура побудови задачі цілочисельного лінійного програмування спеціального типу, яку позначаємо ($MILP_W$). Досягнуте підсумовуємо у вигляді еквівалентностей: для заданого VAS $W_k = (q_0, W)$ та вектора $q \in \mathbb{N}^k$

$$
\begin{aligned}
q \in R(W_k) &\Leftrightarrow \exists s, n: s \in [\![\mathcal{L}^{\rho_0}(n)]\!], n \in \mathbb{N}, \\
&\quad [q_0 s] = q \\
&\Leftrightarrow \exists s, n: s \in [\![X_{\rho}(n)]\!], n \in \mathbb{N}, \\
&\quad [q_0 s] = q, T^{\omega}(q_0) = \rho_0, T^{\omega}(q) = \rho
\end{aligned}
$$

Випадок 1: M_W має одну сильно зв'язану компоненту.

В цьому випадку

$$\mathcal{L}^{\rho_0} = \mathcal{L}\rho_0^{*} \mathbb{Z}\rho_0$$

$$s \in [\![\mathcal{L}^{\rho_0}(n)]\!] \Leftrightarrow s \in [\![\mathcal{L}^{\rho_0}(n) \mathbb{Z}\rho_0]\!]$$

$$\Leftrightarrow s = uv, u \in [\![\mathcal{L}^{\rho_0}(n)]\!], v \in [\![\mathbb{Z}\rho_0]\!] \; u = \ell_1 \ell_2 \; \ell_n, \ell i_j - \rho_0 -$$

прості петлі з $W_L = \{ \ell_{01}, \ell_{02}, \ldots \ell_{0m_0} \}$, $v \in W^{*}$, $[q_0 \ell_1 \ell_2 \ldots \ell_n v] = q(1)$

та з використанням семантики [], та зображення Парика

$$\Psi_L : W_L^{*} \to \mathbb{N}^m$$

(1) можна переписати

$$
\begin{aligned}
&a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1j} x_j + \ldots + a_{1m_0} x_{m_0} = b_1 \\
&\vdots \\
&a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \ldots + a_{ij} x_j + \ldots + a_{im_0} x_{m_0} = b_i \\
&\vdots \\
&a_{k1} x_1 + a_{k2} x_2 + \ldots + a_{kj} x_j + \ldots + a_{km_0} x_{m_0} = b_k
\end{aligned}
$$

де

$[\ell_j] = [a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{kj}]$, $j = 1, 2, \ldots m_0$

$\Psi_L(u) = (x_1, x_2, \ldots x_n)$, $\sum_{j=1}^{m_0} x_j = n$, $b_i = (q - q_0 - [v])_i$.

$i = 1, 2, \ldots k$.

Для цього випадку будуємо задачу ILP

$ILP_{W_k}(A, X, B(q))$:

$$\min c^T X$$

$$A X = B(q)$$

$X \geq 0$ та X цілочисельний вектор

$$c^T = (1, 1, \ldots, 1)$$

$$A = ([\ell_1]^T, [\ell_2]^T, \ldots, [\ell_m]^T_0)$$

$$\ell_i \in {}_L = \{ \ell_1, \ell_2, \ldots, \ell_m \}_0$$

$$\|X\| = n$$

$$\Psi_L(u) = X$$

$$B(q) = q - q_0 - [v]$$

Критерій правильного вибору pcc $(\rho_0 s)$ вимагає наступну додаткову умову на нашу задачу, в припущенні що X_0 розв'язок ILP $(A_{W_k}, X, B(q))$.

$u'_i = u_{|u|-i}$, де $|u|$ - кількість входжень ρ - простих петель з W_L в u, $\{u'_i\}$, $\{X^i_0\}$ відповідно означають послідовності ланцюжків та цілочисельних невід'ємних векторів, які задовольняють такі умови, що входять у визначення предикату con_{W_k}.

$con_{W_k}(A, X_0, B_0)$:

$$\exists\{u'_i\}, \{X^i\},\ 1 \le i \le \|X\| : u = u'_0, \ \Psi_L(u'_0) = X_0$$

$$\Psi_L(u'_i) = X^i_0$$

$$u'_i\ \ell n-(i-1) = u'_{i-1}$$

$$X^i_0 \le X_0$$

$$X^i_0 \le X^{i-1}_0$$

$$\|X^i_0\| + 1 = \|X_0^{i-1}\|$$

$$\|X^i_0\| + i = \|X_0\|$$

$$A\ X^i_0 \ge B_0\ ,\ B_0 = -q_0-[v]$$

$MILP_{W_k}$ формально визначається так :

$$MILP_{W_k}(A, X_0, B(q)) \equiv_{df} ILP_{W_k}(A, X_0, B(q)) \wedge con_{W_k}(A, X_0, B_0)$$

Випадок 2 : fsa M_W має більше, ніж одну сильно зв'язану компоненту. В цьому випадку

$$q \in R(W_k) \iff \exists s, r_0 : s \in [\![\mathcal{L}^{\rho_0}(r_0)]\!]$$

$$\iff \exists s, r, n_i,\ 0 \le i \le r : s = u_0 v_1 v_1 v_2 \dots v_r u_r$$

$$u_i \in [\![\mathcal{L}\rho_i(n_i)]\!],\ i = 0,1,\dots r,\ v_i \in [\![\alpha_{\rho i}]\!],$$

$$i = 0,1,\dots r \ \text{ та } \ r_0 = \sum_{i=0}^{r} n_i,\ r, n_i \in \mathbb{N}.$$

Для цього випадку ставиться узагальнена задача ILP

$$MILP_{W_k}(A, X, B(q), r) \equiv_{df} ILP_{W_k}(A, X, B(q), r) \wedge con_{W_k}(A, X, B_\ell, r)$$

$ILP_{W_k}(A, X_0, B(q), r) \equiv$

$\min c^T X_0$

$A X_0 = B(q)$

X_0 - невід'ємний цілочисельний вектор

$c^T = (1, 1, \ldots, 1)$

$A = ([\ell_{0,1}]^T, \ldots, [\ell_{0,m_0}]^T, \ldots, [\ell_{r,1}]^T, \ldots, [\ell_{r,m_r}])^T$

$B(q) = q - q_0 - \sum_{j=1}^{r} [v_j]$

и $X_0 = (x_1^0, x_2^0, \ldots x_{m_0}^0, x_{m_0+1}^0, \ldots x_n^0)$ $\quad n = \sum_{j=0}^{r} m_j$

де m_j число ρ_j- простих петель в сильно замкнутій компоненті $\mathcal{L}\rho_j$ fsa M_W.

Щоб виразити предикат con_W ми вводимо такі означення: нехай $X_0 = (X_0^0, X_1^0, \ldots, X_\ell^0, \ldots, X_r^0)$ де $X_\ell^0 = (x^0_{n_\ell+1}, \ldots, x^0_{n_\ell+m_\ell})$ представляє частину вектора X_0 що виражає кількість повторень всіх ρ_ℓ - простих петель на шляху ведучому з q_0 до q; пригадаймо, що існує m_ℓ ρ_ℓ- простих петель, $\ell=0,1,\ldots,r$, причому $n = \sum_{j=0}^{r} m_j$ та $n_\ell = \sum_{j=0}^{\ell-1} m_j$.

Нехай $\{X_0^l\} = \{X_0^{lr}\}\{X_0^{l(r-1)}\}\ldots\{X_0^{l1}\}\ldots\{X_0^{l0}\}$ означає спадну послідовність к-розмірних невід'ємних цілочисельних веторів, і для любого l, $0 \le l \ge r$,

$$\{X_0^{ll}\} = \{X_0^{ll,0}, \ldots, X_0^{ll,j}, \ldots X_0^{ll,pl}\} \qquad (*)$$

$$\text{де } X_0^{ll,j} = L_{l-1} X_l^{l,j} N_{r-l}$$

$$X_l^{lj} = (x^{(lj)}_{n_{l-1}}, \ldots (x^{(lj)}_{n_{l-1}+m_l})$$

$$L_{l-1}=(x_1^0,\dots,\ x^0_{n_{l-1}})$$

$$N_{r-1}=(x^{p_{l+1}}_{n_l+1},\dots,x^{p_{l+1}}_{n_l+m_{l+1}},\dots,x^{p_r}_{n_{r-1}+1},\dots,x^{p_r}_{n_{r-1}+m_r})$$

$$\text{для любого } i,l,h\ x_h^{l0}=x_h^0,\ x^{p_l}_{n_{l-1}+h}=0$$

і (•) означає монотонно спадну послідовність векторів по координатах, що відповідають ρ_ℓ-простим петлям, які відрізняються одна від одної точно на одиницю в одній з координат, для кожного i, j: $X_\ell^{i,j+1} \le X_\ell^{i,j}$, $\|X_\ell^{i,j+1}\| + 1 = \|X_\ell^{i,j}\|$.

Накінець потрібний предикат можна тепер виразити таким способом:

$$con_w(A,X_0,B_\ell,r) \equiv \exists\ \{X_0^i\}=\{X_0^{ir}\}\{X_0^{i(r-1)}\}\dots\{X_0^{i1}\}\{X_0^{i0}\}$$

$$\text{що для } \forall Y \in \{X_0^{i\ell}\}: A\ Y \ge B_\ell$$

$$B_\ell = -\ q_0 - \sum_{j=1}^{r}[v_j]$$

$$\ell = 1,2,\dots r$$

Доведено (Theorem 4.1), що RP зводиться до $MILP_w$.

В параграфі 4.3 досліджується природа розв'язків задачі $MILP_w$.

Виходить, що знаходження розв'язку для $MILP_w$ складається з двох частин:

1. знаходження розв'язку X_0 для ILP_w;
2. на основі X_0 знаходження такого маршруту спуску в гіперкубі $C(X_0)$ з точки X_0 в точку 0, щоб задовільнити предикат con_w.

Для обох випадків доведено такий результат (випадок 1. - Lemma 4.4, випадок 2 - Lemma 4.5): якщо знайдено розв'язок X_0 такий, що $ILP_w(A,X,\ B(q),r) = true$ для деякого r та $con_w(A,X_0,B_\ell,r)=false$, то це вірно і для усякого іншого розв'язку задачі ILP_w; випадок 1 відповідає значенню $r = 0$. По суті справи невиконання предикату con_w

для розв'язку X задачі ILP_w відповідає ситуації, коли критерій $pcc(\rho, s)$ є невиконуваним. Результати лем 4.4 - 4.5 просто означають, що якщознайдено який-небудь розв'язок X_δ для якого $con_w(A, X, B(q), r)$ має значення *false*, то це означає, що $RP(W_k, q)$ не має розв'язку взагалі. Ці результати можна узагальнити і на випадки двох розв'язків X, Y, які відповідають двом різним станам q, q' відповідно, за умови, що відповідні розв'язкам X, Y ω-стани скінченого автомата M_w ρ та σ мають принаймні одну спільну координату. Ці важливі характеристики розв'язків $MILP_w(A, X_d, B(q), r)$ наведені в лемах 4.7, 4.8. Із результатів розділу 5 випливає, що ці результати можуть, в певних випадках, вести до пониження верхньої оцінки часової складності розв'язку.

Теорема 4.2 виражає один з основних результатів роботи, а, власне, що проблема RP- алгоритмічно розв'язна проблема .

Розділ 5. присвячений дослідженню складності розв'язання проблеми досяжності (RP). Виходячи із структури запропонованого RP алгоритму в оцінці потрібні дві його частини: процедура створення скінченого автомата M_w та розв'язання проблеми $MILP_w(A, X_0, B(q), r)$. Остання проблема розпадається на дві субпроблеми: $ILP_w(A, X, B(q), r)$ та $con_w(A, X, B(q), r)$. Як відомо проблема $ILP_w(A, X, B(q), r)$ NP - повна проблема і в даному випадку вона залежить від кількості всіх ρ-простих петель в скінченому автоматі M_w. Таким чином знаходиться оцінка складності процедури створення автомату M_w (розд. 5.2 - 5.3) та процедури розв'язності предикату $con_w(A, X, B(q), r)$ (розд. 5.3).

Основою конструкції автомату M_w являється знаходження в дереві досяжних станів (VST_w) шляхів типу P1, P2.n ($n \geq 0$) та їх згортання згідно з визначенням морфізму H^{ω}_{ρ}. Складність цього процесу залежить від складності знаходження послідовності неспадних досяжних станів (NDSS), що належать до одного шляху. Доводиться (лема 5.2), що $T_j(b, n) = O(b^{2(2^j - 1)})$, $j \geq 2$, $n \geq 2$, де $T_j(b, n)$ виражає кількість кроків потрібних для побудови NDSQ, довжиною n, станів впорядкованих за j координатами ($0 \le j \le k$), на основі j-впорядкованоі NDSQ довжини $n - 1$, а b являється максимальним значенням координат останнього стану у вихідній NDSQ. Для $j = k$ $T_k(b, n) = O(b^{2(2^j-1)})$, що представляє часову складність, знайдено на необмеженому шляху VST_w два k-розмірні стани q та q' такі, що $q \le q'$.

Складність верифікаціі предикату con_w в найгіршому випадку полягає в знаходженні всіх спадних шляхів в гіперкубі $C(X_0)$, які ведуть до точки $\bar{0}$ (Лема 5.3). Кількість таких шляхів $O(2^{b^{2^{k+2}} \cdot k^2})$, де k, b мають попереднє значення (Лема 5.6). Наведена оцінка і представляє верхню границю часовоі складності розв'язання проблеми досяжності мереж Петрі в загальному випадку.

Пар. 5.4 містить оцінку нижньоі границі просторовоі складності розв'язання проблеми досяжності для систем векторного додавання. Доведення за винятком кількох технічних прийомів використовує метод Р.Й.Липтона. Він базується на понятті паралельноі програми (RP), в якій єдиними інструкціями, що міняють стан памяті являється операція присвоювання змінною арифметичного виразу, який складається із інкрементування та декрементування величини змінних на 1

$$x_i \leftarrow x_i + c_i, \quad c_i \in \{-1, 0, 1\}$$

Доводиться, що будь-якій МР можна співставити VAS, еквівалентну з точки зору досяжних станів (векторів). Це, по суті справи, поліноміальна зведеність (Лема 5.1).

На основі концепціі сильного комп'ютера (SC) (опред.5.1) вдається побудувати ансамбль РР, який спрямує любу змінну (r) до нуля (з довільного початкового стану $r+r' = A_{K+1}$) і забезпечить сайд ефект (r <-> r') (Лема 5.2), надасть любій змінній (r') задану величину, оберігаючи величини решту змінних (Лема 5.3), співставить величини (значення) змінних РР до значень заданих певною дискретною функцією (A_k), виходячи з нульових значень всіх змінних (Лема 5.4).

Використовуючи оригінальний прийом заміщення рекурсивної конструкції РР з допомогою нерекурсивного підходу (рис 5.5) вдается дістати РР з поліноміальною просторовою складністю (Лема 5.2,3,4).

Використовуючи результати симуляції машин Тюринга та діагональний метод доведення ми дістаємо (Теорема 5.) нижню оцінку, яка являється експоненціальною $O(2^n)$.

Розділ 6 присвячений новому методу де/композиції мереж Петрі як основній темі цього розділу. Початок розділу присвячений взаємозв'язку проблеми досяжності та інших алгоритмічних проблем мереж Петрі. В пар. 6.1 наводяться висновки і доводиться по суті справи, що RP грає центральну роль в розв'язанні всіх інших алгоритмічних проблем МП.

У висновку (пар. 6.3) наведені приклади застосування МП для розв'язування задач реального маштабу і важливого практичного значення.

Центральне місце в розд. 6 займає метод де/композиції МП. Визначаються три типи де/композиції: TJUNCTION - розтин МП по переходах (субпар. 6.2.1), PJUNCTION - розтин МП по місцях (субпар.6.2.2), та PJUNCTION - розтин МП по місцях та переходах.

Передбачається, що ми маємо МП $N_0=(P,T,pre,post,m_0)$; $N_i=(P_i,T_i,pre_i,post_i,m_{0i})$, $i=1,2$. Ми говоримо, що N_1, N_2 одержано з N_0 застосуванням T-декомпозиції, якщо вірно:

1. Що $T_1 \cap T_2=T_s$ - множина синхронізуючих переходів $T_1 \cup T_2=T$, $P_1 \cap P_2=\emptyset$, $P_1 \cup P_2=P$, pre_1, pre_2 - $\sqsubseteq$ проекції pre, post на T_1 і T_2 (рис. 6.1).

2. Визначається операція TJUNC на МП та скінчених автоматах типу M_w така, що

TJUNC $[T_s(N_1,N_2)]=N$ TJUNC $[T_s(q_1,q_2)]=q$

TJUNC $[T_s(M_1,M_2)]=M$

в передбаченні, що M_0 кат M_w для N_0, M_i кат M_w для N_i, i=1,2, q-стан N, q_i-стан N_i.

3. Доводиться (Лема 6.1 -3) що $N \approx N_0$, $M \approx M_0$ (≈ ізоморфне).

4. Доводиться що проблема досяжності $q \in R(N_0)$ розв'язна у випадку T-декомпозиції по частинах в МП N_i, i=1,2 з додержанням "граничних" умов синхронізації по переходах з T_s. Випадок TJUNC (та T-декомпозиції) прилалежить до менш складних. Доведено [1], що з другої сторони будь-яка МП N_0 може бути декомпонована із застосуванням T-декомпозиції. P-декомпозиція та операція PJUNCTION більш складна. Методика її побудови аналогічна випадку T-декомпозиції. Метод P-декомпозиції оснований на умові, що при розтині МП N_0 по місці p∈P, якщо $m_0(p)=a$ буде $m_{0i}(p)=a$, i=1,2. Вводяться поняття V-пар (V-pairs) складені виключно з переходів відбираючих токени з p (p-акцептора), за якими слідують переходи прибавляющі токэни в p (p-донори). Лема 6.2 підсумовує їх характеристики. Визначається операція зливання (merging) двох послідовностей переходів МП N_1 та N_2 (частин придбаних з N_0 P-декомпозицією). Визначені операції PJUNC та доведені характеристики результуючих об'єктів (як M_w, СМ $N=PJUNC[p(N_1,N_2)]$) Лема 6.3-5 та Теорема 6.2 визначають характеристики цих об'єктів. N_1, N_2 дозволяють тзв. вільні маркінги в p (т.є m(p) може бути і від'ємним) та створюють граничні умови для станів

$$q=\bar{m}_1 m(p)\bar{m}_2 \qquad m(p)=m_1(p)+m(p)-m_0(p)\geq 0$$
$$q_1=\bar{m}_1 m_1(p) \in R(N_1)$$
$$q_2=m(p)\bar{m}_2 \in R(N_2)$$

Створений алгоритм для PJUNC $[p(M_1,M_2)]=M$ та доведена еквівалентність M і M_0 (кат M_w для N_0) PT JUNCTION, а також PT-декомпозиція являються узагальненням результатів, отриманих для попередніх двох типів декомпозиції.

Основні висновки.

1. Створено оригінальне вирішення важливої проблеми теорії обчислень - загальної проблеми досяжності мереж Петрі та їм споріднених систем (системи векторного додавання та ін.).

2. Вперше встановлена верхня оцінка найгіршого випадку часової складності розв'язання проблеми досяжності (RP), яка являється часово-експоненціальною і з огляду на результат R.J.Liptona і просторово-експоненціальною. Досягнений результат представляє певний вклад в розуміння складностної картини RP.

3. Доведена звідність задачі RP до спеціального типу задачі цілочисельного лінійного програмування $MILP_{\dot{W}}$. Поданий аналіз характеристик такої задачі, природи її розв'язків і виявлена цікава характеристика розв'язків такої задачі посередництвом предикату con_W. Принцип цієї характеристики полягає в тому, що наявність якого - небудь одного розв'язку X_o такого, що $con_{W_k}(A, X_b B_{\ell}, r) = \mathit{false}$, гарантує відсутність розв'язків $MILP(A, X, B(q), r)$ для даного q взагалі.

4. Проблема досяжності грає центральну роль в теорії мереж Петрі, як це проілюстровано в розд. 5.5. Уміння розв'язувати RP має крім сугубо теоретичного значення і величезне практичне значення в розв'язанні ряду проблем аналізу систем (аналіз часової досяжності, наприклад). З другого боку складність RP являється важливою перешкодою для розв'язання RP в реальних випадках. Запропонований в пред'явленій роботі метод розв'язання RP має кілька цікавих характеристик та якостей, які при певних умовах можуть сприяти його успішному

застосуванню в розв'язанніцілком практичних задач:

a. Алгоритм розв'язування $RP(W_k, q)$ для певного $q \in \mathbb{N}^k$, як уже відмічалось, складається з двох частин:

i. створення скінченого автомата M_w,

ii. розв'язання $MILP_w$ для q на основі M_w.

Перший (i) крок не залежить від розглядуваного стану q; іншими словами у випадку нової інстанції проблеми $RP(W_k, q')$, для нового стану $q' \neq q$ буде для другого кроку (ii) використаний той же самий скінчений автомат M_w що і для $RP(W_k, q)$.

b. Вивчення характеристик скінченого автомата M_w та проблеми $MILP_w$ (Lemma 3.4,5,7,8, Cor 3.1) виявляє хариктеристику вишезгаданих умов. Іншими словами сказано, "досить часто" розв'язання $RP(W_k, q)$ буде складатися, просто із розв'язання $ILP(A, X_w, B(q), r)$.

c. Розв'язання проблеми $RP(N_0, q)$ для МП $N_0=(P, T, pre, post, m_0)$ можна дістати у випадку позитивного розв'язання ($q \in R(N_0)$) разом з шляхом $q_0 x q$, посередництвом якого можна потрапити до досліджуваного стану q.

d. Структура скінченого автомата M_w відіграє вирішальну роль в розв'язанні RP. Це наштовхує на думку застосувати при розв'язанні проблеми RP метод divide et conquer, оскільки скінчені автомати добре піддаються де/композиції. Є підстава припускати, що можна побудувати відповідну теорію де/композиції мереж Петрі та скінчених автоматів типу M_w. Передбачається, що такий метод на основі МП $N_0 = (P, T, pre, post, m_0)$ породжає дві МП $N_i = (P_i, T_i, pre_i, post_i, m_{0i})$, $i=1,2$ такі що $RP(N_0, q) \Leftrightarrow RP(N_1, q_1) \wedge RP(N_2, q_2)$ для відповідних q, q_1, q_2.

5. Метод розв'язання RP оригінальний і як наслідок його застосуваннявдалося встановити зв'язок RP із "світом" традиційних абстрактних проблем теорії обчислень.

6. На основі пред'явленого підходу щодо рішення проблеми досяжності (RP) створений оригінальний метод де/композиції МП, який являється основою де/композиційного розв'язання проблеми досяжності.

7. Отримані результати можна поширити на TER (TB) мережі - поширення МП з реальним часом. Цим відкривається шлях до нової методології аналізу часової досяжності часово критичних систем (time-critical systems). Насущну потребу розв'язувати таку проблему підкреслює сучасна практика.

На закінчення висловлюю щиру подяку моєму науковому консультанту члену-кореспонденту НАН України В.Н.Редько за постійну увагу до работи та корисне обговорення результатів.

Основні результати дисертації опубліковані в таких наукових працях:

[1] Š.Hudák: The Synthesis of Automata and Their Representations. (in Slovak), PhD Thesis, Slovak Technical University Bratislava, 1977 155pp.

[2] Š. Hudák: Extensions to Petri Nets, (in Slovak), Habilitation Thesis, TU Kosice, 1980, 107 pp.

[3] Š.Hudák: Computer Systems I. (in Slovak) University Press Centre, UPJS Kosice 1985, 300pp.

[4] Š. Hudák:The Reachability Problem,Tech Report, UVT UPJS, UPJS Kosice 1989, 118pp.

[5] Š. Hudák:The Reachability Problem Revisited, Tech.Report DCI 12/1993, DCI FEI TU Kosice, June 1993 141pp.

[6] Š. Hudák: Об одной интерпретации конечных автоматов, (in

Russian) Technical Report DCI 1/1995, DCI FEI TU Kosice, February 1995, 27pp.

[7] Š. Hudák: Оценка решения проблемы достижимости.(in Russian) Technical Report DCI 2/1995, DCI FEI TU Kosice, February 1995, 18pp.

[8] Š.Hudák: Complexity of the reachability problem, Proceedings of VI. FEI TU Conference (Marton K. Ed.), Košice, Sept. 1992, 56-63.

[9] Š. Hudák: TER nets, Proceedings of the International Scientific Conference MICRO CAD-SYSTEMS'93 (Hrubina K. Ed.), Kosice-Miskolc Nov. 9-10, 1993 (11pp).

[10]Š. Hudák: Time Interval Semantics of TB Nets. Proceedings of International Conference RSEE'96 (Maghiar T. Ed.), Oradea, Romania, May 30-31 1996,12pp.

[11] Š. Hudák:De/compositional Reachability Analysis. Journal of Electrical Engineering, vol.45 (1994), No11,424-431.

[12] Š. Hudák: Towards a new methodology of reachability analysis of discrete systems, Proceedings of FEI'96, International Conference "Electronic Computers and Informatics", Herlany, 26-27. sept. 1996, 62-77pp.

[13]Abel,J., Baca,J., Hudak,S.: Decomposition of Petri Nets.Proceedings of 113th Pannonian Applied Mathematical Meeting (F.Fazekas Ed.), October 11-15 1995, Bardejovske Kupele, Slovakia, 9-15 pp.

[14] Š. Hudák: On the reachability problem for vector addition systems. Proceedings of The Second European Workshop on Application and Theory of Petri Nets, Bad Honnef, Germany, September 28-30 1981, 309-344 pp.

[15] Š. Hudák: Some Problems of Petri Nets and System Modeling, Proceedings of the 6th International Conference SI'84 (Drab Z.Ed.) May

14-17 1984, Karlovy Vary (10pp)

[16] J.Kollar, Š.Hudák, E.Hutňan: Algorithmic Recognition System Based on Biological Approach to Image Processing. (in Slovak) Proceedings of the 7th International Conference INTERKOSMOS, Workgroup No 6, Cosmos Physics, Smolenice 1994, 171-198pp.

[17] Š.Hudák, R.Hončariv:Eine Klein Komputer fur den Unterricht der Vererbungslehre, Proceedings of the Ibntarnational Conference "New Trends in Pedagogical Technology", Knokke, Belgium 1971, 8pp.

[18] Š. Hudák: The recursive decidability of the reachability problem for vector addition systems, The University of Newcastle upon Tyne, Computing Laboratory, ASM 84, 25 August 1981, 78pp.

[19] Š. Hudák: Time Reachability Analysis of TB nets, Technical Report DCI 10/1995, DCI FEI TU Kosice, November 1995, 18pp.

[20] Š. Hudák: Reachability Problem and Its Complexity,PartI:Path transformations and M_w construction, 22 pp.,Computers and Artificial Intelligence, (submitted and accepted for publication);

[21]Š. Hudák: Reachability Problem and Its Complexity,PartII: The recursive decidability of RP, 24 pp.,Computersand Artificial Intelligence, (submitted and accepted for publication);

[22]Š. Hudák: Reachability Problem and Its Complexity,PartIII: The time complexity of RP: the worst-case upper bound, 21 pp., Computers and Artificial Intelligence, (submitted and accepted for publication);

Hud\' ak \v Stefan: New Approach to Solving the Reachability Problem:on the way to the methodology of the analysis of time-critical systems. Manuscript. Thesis for a degree of Doctor of Sciences in Physics and Mathematics, specialization 01.15.01 Theoretical Foundations of Informatics. The Kiew University of Taras Schevchenko, Kiew 1997. The

thesis is based on 22 papers dedicated to exploring the problems connected with Petri Nets, a new approach to solve the reachability problem (RP) in a way to allow the de/compositional approach to be applied to the problem and to the reachability analysis of discrete systems respectively. The theory of the method is worked out , the new algorithm to solve RP is constructed and its correctness proven. For the first time at all the upper bound of the time complexity of RP is established. The algorithm and the approach used allow to develop a methodology of the time reachability analysis of time-critical systems of realistic size, that are specifiable by TER or TB nets.

Keywords: reachability problem, Petri Nets, de/composition of Petri Nets, complexity of algorithms, linear programming

Гудак Штефан. Новый подход к решению проблемы достижимости: на пути к методологии анализа временно-критических систем. Рукопись. Диссертация на соискание ученной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.05.01 Теоретические основы информатики. Киевский ыниверситет имени Тараса Шевченка, Киев 1997. Защищается диссертация, которая содержит результаты 22 работ по исследованию проблем связанных с сетями Петри, новым подходом к решению проблемы достыижимости, который позволяет применение де/композиционного метода к анализу дискретных систем на достижимость. Разработана теория метода, построен новый алгоритм решения проблемы достижимости и доказана его корректность. Впервые установлена верхняя граница временной сложности решения проблемы. Предложенный алгоритм и подход к решению проблемы являются основой создания методологии анализа временной достижимости в случае временно-критических систем реального масштаба, которые поддаются описанию с помощью TER или TB сетей.

Ключові слова: проблема досяжності, мережі Петрі, де/композиція мереж Петрі, складність алгоритмів, лінійне програмування .

Підписано до друку 21.02.1997.
Формат 60x84. Папір друкарський. Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 1.7. обл-вид. арк. 1.7. Тираж 100 прим.
Заказ 315.