Національна академія наук України
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова

На правах рукопису

ФІЛІМОНОВА Наталя Борисівна

МЕТОД ТА АЛГОРИТМ ІНВАРІАНТНОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

01.05.02 — математичне моделювання та обчислювальні методи в наукових дослідженнях

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Київ 1997

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі фізіології людини та тварин біологічного факультету Київського університету імені Тараса Шевченка.

Наукові керівники: доктор фізико-математичних наук
ВАЙНЕРМАН Леонід Йосипович,

доктор біологічних наук
ГОРГО Юрій Павлович.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор ОНОПЧУК
Юрій Миколайович,

доктор фізико-математичних наук,
професор БЄЛОВ Юрій Анатолійович.

Провідна організація: Національний технічний університет «Київський політехнічний інститут».

Захист відбудеться «25» квітня 1997 р. о 11^{00} год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.39.02 при Інституті кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України за адресою:

252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічному архіві інституту.

Автореферат розісланий «24» березня 1997 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради СИНЯВСЬКИЙ В. Ф.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Однією з основних проблем, що виникають при обробці сигналів (в тому числі зображень) в системах автоматичного розпізнавання образів, автоматичної класифікації та діагностики, є проблема виділення повної системи інваріантних ознак сигналу, яка б дозволила достовірно проводити процедуру автоматичного розпізнавання. При цьому необхідно відокремлювати інформацію про характерні особливості самого сигналу від інформації про перетворення, яких цей сигнал зазнав. Ці перетворення (наприклад, зсув, оберт зображення, масштабне перетворення сигналу та ін.) нами не контролюються, але вони не повинні впливати на результат роботи системи. Тому образи, що переходять один в інший під дією деяких перетворень, треба класифікувати як еквівалентні (В.А.Якубович, 1965, 1966, 1967). Зазначимо, якщо в системах автоматичного розпізнавання образів з попереднім навчанням не закладена вимога інваріантності, то може знадобитися тренувальна послідовність дуже великого обсягу. Тому задача інваріантного розпізнавання пов'язана з задачею стиску інформації та скорочення інформаційної надмірності.

Існує декілька підходів до розв'язання зазначеної задачі: підхід, який базується на спектральному аналізі функцій на групі (В.В.Харічев і співавт., 1973; А.В.Тимофеєв, 1971, 1988; Тимофеєв і співавт., 1991), неперервно-груповий підхід (В.С.Файн і співавт., 1971), метод моментних інваріантів (М.К.Ху, 1961; Khotanzad Alireza, 1990; Rosenfeld Azriel, 1990), а також метод, який використовує потенціальні функції (B.A.Zyrianov, 1990).

Взагалі, хоча задача інваріантної обробки сигналу вже досить давно поставлена, та значна кількість робіт присвячена її розв'язанню, існує багато різних спеціальних методів для різних часткових випадків. Але ні один з них не дає загального вирішення задачі. Тому актуальною є необхідність в деякому більш загальному підході, в рамках якого можна було б розглядати конкретні групи перетворень.

Треба зазначити, що зоровий аналізатор ока людини та тварин в певній мірі вирішує цю задачу. Існують різні підходи до моделювання процесів, що відбуваються у зоровій системі (наприклад, Б.К.П.Хорн, 1989; M.S.Landy, J.A.Movshon, 1991) з використанням методів теорії ймовірностей, спектральних, геометричних, векторних та інших методів. При цьому проводилось моделювання різних функцій зорової системи. Актуальним залишилось моделювання властивості інваріантності процесу розпізнавання сигналу зоровою системою. Виходячи з даних про структуру зорового аналізатора, розроблена теорія (В.Д.Глезер, 1978, 1993), згідно з якою зорова система здійснює просторово-частотну фільтрацію зображення. Наш підхід використовує цю теорію, тому розглянемо її більш детально.

У зорових нейронних сітях виділяють чітко окреслені функціональні одиниці, які дозволяють розглядати зорову систему як набір дискретних операторів. Такими функціональними одиницями є рецептивні поля (РП). РП у першому наближенні можна розбити на два типи. По-перше, це концентричні поля, у яких центральна зона, подразнення рецепторів якої дає відгук, оточена периферичним тормозним кільцем. Концентричні поля служать для поточкового опису зображення. Крім того, існують спеціалізовані поля – детектори, що служать для розв'язання вузького класу задач. Прості ознаки зображення виділяються природженими механізмами РП та колонок РП зорового аналізатора у вигляді відповідних спектральних коефіцієнтів. Далі ці ознаки через зовнішнє колінчате тіло передаються у первинну кору головного мозку, де і відбувається вирішення зоровою системою задач розпізнавання (класифікації) зображень, та ознак просторових співвідношень. Важлива властивість процесів у первинній корі – це властивість інваріантності.

У роботах В.Д.Глезера (1978, 1993) функція ваги концентричних РП будується як різниця збуджувального та гальмівного гаусіанів при малому контрасті зображення; при збільшенні контрасту вона стає знакозмінною і її форма апроксимується деякою спеціальною функцією. Інша модель функції ваги концентричного РП (S.Marčelja, 1980) надана у вигляді елемента Габора – синусоїди, або косинусоїди, промодульованої гаусіаном. Але неясно, як на основі виділених простих ознак зображення – відповідних спектральних коефіцієнтів, можна забезпечити інваріантність розпізнавання. Використовуючи експериментальні дані (D.H.Hubel, T.N.Wiesel, 1977, 1979, 1982) щодо обробки зображень в РП та колонках РП зорового аналізатора, як функції ваги концентричних РП було запропоновано функції Ерміта та алгоритм виділення повної системи ознак сигналу, інваріантних до всіх лінійних перетворень (Л.Й.Вайнерман, 1992). Однак обчислення коефіцієнтів розкладу сигналу за цими функціями потребує виконання великої кількості трудомістких операцій чисельного інтегрування. Крім того, при комп'ютерній реалізації відповідних алгоритмів дискретизація базисних функцій призводить до порушення їх ортогональності та до значних похибок при аналізі та відновленні сигналу за його узагальненим спектром.

Мета роботи – розробити метод та алгоритм побудови та оптимізації множини істотних ознак сигналу, інваріантних до всіх його лінійних та деяких нелінійних перетворень.

Основні завдання роботи:

– на основі відомих експериментальних даних побудувати математичну модель процесів обробки сигналів у зоровій системі, яка б забезпечила властвівість інваріантності розпізнавання;

– на основі цієї моделі розробити алгоритми побудови та оптимізації множини істотних інваріантних ознак дискретного сигналу;

– розробити програмне забезпечення для комп'ютерної обробки сигналів;

– провести обчислювальні експерименти по стиску, відновленню та класифікації електрокардіосигналів, енцефалограм та інших електрофізіологічних сигналів.

Наукова новизна роботи.

Розроблено математичну модель процесів, що відбуваються у зоровій системі, яка забезпечує інваріантність процесів розпізнавання відносно всіх лінійних та деяких нелінійних перетворень сигналу.

Розроблено алгоритми та програмне забезпечення для побудови повної системи інваріантних ознак дискретних сигналів.

Розроблено алгоритми та програмне забезпечення для виділення істотних ознак, за якими сигнал може бути відновлений з довільною заданою наперед похибкою, та знайдено значення перетворень, яких цей сигнал зазнав.

Показано ефективність застосування розроблених алгоритмів та програм до задач обробки електрофізіологічних сигналів.

Теоретичне і практичне значення роботи. Результати дисертації є певним внеском в теорію іваріантної обробки сигналів. Розроблені алгоритми та програми дозволяють вирішувати задачі стиску та відновлення сигналів з довільною, заданою наперед похибкою. На основі розвинених методів можна будувати системи розпізнавання сигналів, їх класифікації та системи автоматичної діагностики.

Основні положення, що виносяться до захисту.

1. Математична модель обробки дискретних сигналів, інваріантної до всіх лінійних та деяких нелінійних перетворень.

2. Алгоритми та програми побудови та оптимізації множини істотних інваріантних ознак дискретного сигналу.

3. Результати, що підтверджують ефективність застосування розроблених алгоритмів та програмного забезпечення для стиску, відновлення та класифікації електрокардіосигналів, енцефалограм та інших електрофізіологічних сигналів.

Апробація роботи та публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 7 наукових праць [1 – 7], список яких подано в кінці автореферату.

Основні положення дисертації доповідались та обговорювались на міжнародній конференції "International Symposium MTNS-93" (Регенсбург, Німеччина, 1993); міжнародній конференції "Hyperspectral image processing" (Орландо, США, 1994); республіканській конференції " Инженерные АРМы в радиоэлектронике" (Київ, 1990); республіканській науково-технічній конференції "Новые возможности современного медицинского приборостроения" (Київ, 1991), на семінарах "Біологічна і медична кібернетика та інформатика" і "Проблеми біоматематики" Інституту кібернетики ім.В.М.Глушкова НАН України (Київ, 1995), на кафедрі фізіології людини та тварин біологічного факультету Київського університету ім. Тараса Шевченка (Київ, 1996).

Обсяг і структура дисертації.

Дисертація викладена на 121 сторінках машинописного тексту і складається з 3 розділів. У розділі 1 наведені література та формулювання задачі; у розділі 2 розглянуто поліноми та функції Кравчука, загальну схему і алгоритми інваріантної обробки дискретних сигналів; розділ 3 присвячено викладенню результатів застосування розробленого програмного забезпечення до обробки конкретних електрофізіологічних сигналів. Список літератури містить 109 найменувань.

Особистий внесок дисертанта полягає в узагальненні математичної моделі обробки дискретних сигналів, інваріантної до всіх лінійних та деяких нелінійних перетворень, розробці відповідних алгоритмів та програм, проведенні обчислювальних експериментів по стиску, відновленню та класифікації різних електрофізіологічних сигналів.

ЗМІСТ РОБОТИ

У розділі 1 розглянуті результати в області інваріантної обробки сигналів та формулюється постановка задачі. Перше математичне формулювання проблеми інваріантної обробки сигналів відносно груп його перетворень належить В.А.Якубовичу (1965, 1966, 1967). Цей підхід пов'язаний з існуванням на локально компактних групах спеціальної системи ортогональних базисних функцій - матричних елементів її незвідних представлень (Н.Я.Віленкін, 1965). З іншого боку, на практиці для обробки сигналів застосовують системи ортогональних функцій, не пов'язані з жодною групою. Тому природно замінити в формулюванні проблеми інваріантної обробки сигналів групи перетворень на більш загальну математичну структуру, яка б таким чином породжувала різні множини ортогональних базисних функцій. Як таку структуру Л.Й.Вайнерман (1992) запропонував оператори узагальненого зсуву (о.у.з.). Дамо означення (Б.М.Левітан, 1973).

Нехай Q - це множина, а M - лінійний простір функцій на Q. Нехай на функціях $f(t), t \in Q$ визначено множину лінійних операторів R^s, які залежать від $s \in Q$. Тобто кожній функції $f(t) \in M$ ставиться у відповідність функція $F(s;t) = R^s f(t)$ від двох точок простору Q. Оператори R^s називаються правими о.у.з., якщо

1) існує елемент e в Q, для якого $R^e = id$ - одиничний оператор;

2) для будь-якого фіксованого t в Q, f в M: $R^s f(t)$ належить до M;

3) $R^r_s R^s f(t) = R^s_t R^r f(t)$ (для будь-якого f з M, t, s, r з Q),

де нижній індекс показує, по якій змінній діє оператор.

Ряд фактів класичного гармонічного аналізу допускає узагальнення з заміною експонент $e^{i\lambda q}$ $(q, \lambda \in \mathbb{R}^1)$ на деяку множину функцій $\chi(q, \lambda)$ – характерів множини о.у.з. $R^p (p \in Q)$ (Б.М.Левітан, 1973; Ю.М.Березанський, А.А.Калюжний, 1992). Крім того, вводиться узагальнена згортка $*$, та перетворення Фур'є $\hat{f}$ функції $f \in L_1$ за характерами о.у.з. Для спрощення висловів у подальшому функцію $\hat{f}$ будемо називати перетворенням Фур'є функції f. Зауважимо, що з будь-якою множиною ортогональних функцій можна зв'язати такі о.у.з., що зазначені функції будуть їх характерами (Л.Й.Вайнерман, 1986).

Існування розвиненої теорії о.у.з. дозволяє сформулювати проблему інваріантної обробки сигналів таким чином. Нехай сигнал задається функцією $f(t)$ на множині Q і належить до деякого лінійного простору M, на якому діє множина о.у.з. Функції $f(t)$ та $g(t)$ називаються еквівалентними, якщо існує s із Q таке, що $R^s f(t) = g(t)$. Тоді простір M розбивається на орбіти щодо дії о.у.з. R^s.

Таким чином, розв'язання задачі інваріантної обробки сигналу зводиться до отримання повної множини інваріантних ознак цього сигналу, але інваріантність розуміється відносно деякої множини о.у.з.

У пропонованій роботі як базис для розкладу сигналу використовуються поліноми Кравчука (M.Krawtchouk, 1929), які не пов'язані з жодною групою, але вони є характерами деяких о.у.з. (C.F.Dunkl, D.E.Ramirez, 1974).

У розділі 2 описано метод та алгоритм інваріантної обробки сигналів.

В пп. 2.1 та 2.2 викладені означення поліномів та функцій Кравчука, досліджуються їх властивості та наводятся формули для їх обчислення.

Поліноми Кравчука - це поліноми, ортогональні на множині точок $Q = \{0, 1, ..., N-1\}$ відносно біноміального розподілу: $\rho(i) = N! p^i (1-p)^{N-i} / i!(N-i)!$, де натуральне N та дійсне $0 < p < 1$ задані наперед. Таким чином, співвідношення ортогональності для поліномів Кравчука мають вигляд

$$\sum_{i=0}^{N-1} K_m^{(p)}(i, N) K_n^{(p)}(i, N) \rho(i) = \delta_{mn} N! [p(1-p)]^n / n!(N-n)!.$$

Важливою є властивість симетричності цих поліномів: $K_n^{(p)}(i, N) = (-1)^n K_n^{(1-p)}(N-i, N)$.

Функції Кравчука $F_n^{(p)}(i,N)$ пов'язані з поліномами $K_n^{(p)}(i,N)$ таким чином:

$$F_n^{(p)}(i,N) = K_n^{(p)}(i,N)\sqrt{\rho(i)}/\sqrt{N![p(1-p)]^n/n!(N-n)!},$$

звідки $\sum_{i=0}^{N} F_m^{(p)}(i,N)F_n^{(p)}(i,N) = \delta_{mn}$. Маємо наступні рекурентні співвідношення:

$$F_{n+1}^{(p)}(i,N) = (i-n-p(N-2n))F_n^{(p)}(i,N)/\sqrt{(n+1)(N-n)p(1-p)}-$$

$$-\sqrt{(N-n+1)n/(N-n)(n+1)}F_{n-1}^{(p)}(i,N),$$

де $n = 2,3,\ldots,N-1$; $i = 0,1,\ldots,N-1$; $0 < p < 1$.

$$F_0^{(p)}(i,N) = \sqrt{N!p^i(1-p)^{N-i}/i!(N-i)!};$$

$$F_1^{(p)}(i,N) = (i-pN)\sqrt{p^{i-1}(1-p)^{N-i-1}(N-1)!/i!(N-i)!}.$$

У п. 2.3 розглядається загальна схема виділення інваріантних ознак сигналу як модель процесів, що відбуваються у зоровій системі. В цій моделі функції ваги концентричних РП описуються функціями Кравчука. Їх застосування до автоматизованого спектрального аналізу сигналів вільне від недоліків функцій неперервного аргументу тому, що функції Кравчука з самого початку будуються на скінченній множині точок як повна ортонормована система. Далі, використовуючи теорію В.Д.Глезера (1978, 1993) та метод, запропонований Л.Й.Вайнерманом (1992), розроблено модель функціонування зорового аналізатора, згідно з якою із зображення виділяється повна система його інваріантних ознак, а також знаходяться значення параметрів його перетворень.

Сигнал, який залежить від часу, чи зображення, що буде оброблено, будемо описувати за допомогою функції $y(t)$, де аргумент t являє собою, взагалі кажучи, багатовимірний вектор, який належить деякій множині Q. Наприклад, у випадку зображення t – двовимірний вектор, Q – поле зору, а $y(t)$ описує функцію розподілу яскравості зображення, що оброблюється.

Нехай функція $y(t)$ зазнала деяких перетворень, які задаються о.у.о. R^s : $y(s(t)) = R^s y(t)$ $(t \in [0,\infty))$. Таким чином, на вхід системи надходить не сигнал $y(t)$, а перетворений сигнал з деякими фіксованими параметрами перетворення $s_0(t)$ – $y(s_0(t))$, які нам невідомі. Задача полягає в тому, щоб знайти значення параметрів $s_0(t)$ перетворень та виділити характерні особливості самого сигналу. Ідея розв'язання цієї задачі пов'язана з побудовою деякого функціоналу від $y(s(t))$, що набуває максимального значення саме тоді, коли значення перетворень $s(t)$ співпадуть з $s_0(t)$.

Теорема 1. Нехай $y(s(i))$ – сигнал, що зазнав перетворень за допомогою деяких о.у.з. R^s: $y(s(i)) = R^s y(i)$, $i \in Q$, Q – скінченна множина. Тоді, для сигналу $y(s_0(i))$, де $s_0(i)$ – деяке фіксоване значення параметрів прихованих перетворень, існує система інваріантних ознак сигналу $c_k(s_0, s_0)$, $k \in M$, за якими сигнал відновлюється з довільною заданою наперед похибкою ε. При цьому значення параметрів s_0 дорівнюють значенню $s(i)$, за якого певний функціонал енергії $W(s, s_0)$ досягає свого максимуму.

Метод доведення полягає в побудові системи інваріантних ознак сигналу, яка складається з наступних кроків.

1. Будується множина ортонормованих функцій Кравчука $\Omega = \{\varphi_k^p\}_{k=0}^{N-1}$ на множині $Q = [0, N-1]$, з параметром $0 < p < 1$.

Як зазначалось, функції Кравчука моделюють відгуки концентричних РП.

2. Обчислюються узагальнені спектральні коефіцієнти сигналу відносно множини лінійних перетворень обраного базису:

$$c_k(s, s_0) = (R^{s_0} y(i)) * (R^s \varphi_k^p(i)) = \int_Q R^{s_0} y(i) R^s \varphi_k^p(i) d\mu(i).$$

Обчислення узагальненої згортки даного сигналу з множиною базисних функцій, до яких було застосовано те ж саме перетворення, що і до самого сигналу, моделює процеси, які відбуваються як у зоровому аналізаторі, так і в зовнішньому колінчатому тілі та первинній корі головного мозку. Так, мікрорухи ока (мікросакади) при погляді на деякий образ фактично забезпечують зсув концентричних РП (а тому і системи базисних функцій) по усьому полю зору. Відносно перетворення оберту картина більш складна, але в зовнішньому колінчатому тілі та у IV шарі первинної кори знайдено клітини з концентричними полями (D.H.Hubel, T.N.Wiesel, 1977, 1979, 1982), які реагують тільки на орієнтацію полоси. При цьому спостерігається послідовна зміна орієнтації у клітин невеликими кроками. Цей факт знаходить своє пояснення у рамках пропонованої моделі: існує система базисних функцій, кожна з яких представлена усіма своїми орієнтаціями по колу з деяким кроком.

За допомогою перетворення Фур'є функції за характерами о.у.з. (Ю.М.Березанський, А.А.Калюжний, 1992) перепишемо останню формулу у вигляді $c_k(s, s_0) = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(R^{s_0} y(i)) \mathcal{F}(R^s \varphi_k^p(i))]$, де перетворення Фур'є обчислюється за формулою $\mathcal{F}(R^{s_0} y(i))(\lambda) = \int R^{s_0} y(i) \overline{\chi(t, \lambda)} d\mu(i)$. Оскільки як сигнал, так і функції Кравчука є функціями дискретного аргументу, формула для обчислення $c_k(s, s_0)$ прийме вигляд

$$c_k(s, s_0) = \Sigma_{\lambda=0}^{N-1} [\Sigma_{i=0}^{N-1} R^{s_0} y(i) \overline{\chi(i, \lambda)} \mu_i \ \ \Sigma_{i=0}^{N-1} R^s \varphi_k^p(i) \overline{\chi(i, \lambda)} \mu_i] \chi(i, \lambda) \mu_i.$$

Значення міри μ в точках i ($i \in [0, N-1]$) – μ_i отримаємо з формул $(R^s)^*\mu = \mu$: $((R^s)^*\mu)_i = \mu_i$, $i = 0, 1, \cdots, N-1$. Аналогічно знаходимо компоненти міри $\hat{\mu}$.

3. Побудова функціоналу енергії.

Функції Кравчука утворюють повний ортонормований базис, тому має місце рівність Парсеваля: $\| y \|^2 = |c_0(s, s_0)|^2 + |c_1(s, s_0)|^2 + ... + |c_N(s, s_0)|^2$; для всіх значень $s(t)$ та $p \in (0,1)$. Поміж просторів, утворених базисами з відповідними значеннями параметрів $s(t)$ та $p \in (0,1)$, знаходимо підпростір R^M розмірністю $M, M \leq N$, утворений тими функціями Кравчука, за яких сума квадратів відповідних спектральних коефіцієнтів сигналу має найбільше значення. Таким чином R^M концентрує істотну інформацію про сигнал. Виходячи з цих міркувань, будуємо функціонал енергії: $W(s, s_0) = \sum_{k \in M} |c_k(s, s_0)|^2$, де M – підмножина номерів спектральних коефіцієнтів, за якими проводиться підсумовування.

4. Пошук максимуму функціонала енергії.

Значення параметра $s(i)$, які підлягають пошуку, – це значення параметрів, які відповідають максимуму функціонала $W(s, s_0)$. Оскільки $W(s, s_0)$ – невід'ємний та обмежений функціонал, то його глобальний максимум існує. Для ортонормованих послідовностей функцій Кравчука $R^s\varphi_0^p(i)$, $R^s\varphi_1^p(i), \cdots$, $R^s\varphi_{N-1}^p(i)$ з параметрами $0 < p < 1$, $s(i)$ та довільної функції $R^{s_0}y(i)$ виконується нерівність Бесселя: $\Sigma_{k \in M}\Sigma_{i=0}^{N-1}|R^s\varphi_k^p(i) \cdot R^{s_0}y(i)|^2 \leq \Sigma_{i=0}^{N-1}(R^{s_0}y(i) \cdot R^{s_0}y(i))$. Знак рівності можливий тоді і тільки тоді, коли $y(s_0(i))$ належить лінійному многовиду, натягнутому на $R^{s_0}\varphi_0^p(i), R^{s_0}\varphi_1^p(i), \cdots, R^{s_0}\varphi_{N-1}^p(i)$, тобто максимум буде досягнуто саме тоді, коли змінні значення параметра $s(i)$ збігаються з прихованими значеннями s_0. Але знайти його не просто, бо цей функціонал може мати багато локальних максимумів.

5. Оптимізація множини спектральних коефіцієнтів.

Підмножина індексів M знаходиться в інтерактивному режимі, виходячи із заданої наперед похибки відновлення сигналу ε. При цьому сигнал наближено відновлюється за формулою $\tilde{y}(i) = \sum_{k \in M} c_k(s_0, s_0) R^{s_0}\varphi_k^{p^0}(i)$. Похибка відновлення сигналу $\tilde{\varepsilon} = \| \tilde{y} - y \|$, де $\| \cdot \|$ – квадратична норма в $\mathbb{R}^M$. Шукаємо мінімальну з усіх можливих множину індексів, за яких похибка відновлення $\tilde{\varepsilon}$ не перевищує заданого наперед ε.

Довільне лінійне перетворення є суперпозиція перетворень зсуву, масштабу та оберту. Для перетворення зсуву у формулі обчислення узагальнених спектральних коефіцієнтів $\mathcal{F}$ – це класичне перетворення Фур'є. Для перетворення масштабу аналогом класичного перетворення Фур'є є перетворення Фур'є – Мелліна, а для перетворення оберту – перетворення Фур'є –

Бесселя, тому справедливі наступні наслідки.

Наслідок 1.

Нехай $s(i)$ – це перетворення зсуву на деякій скінченній дискретній множині Q, яка є підмножиною натуральних чисел $\mathbf{N}$, тобто $Q = \{0,1,\ldots, N-1\}$, $y(s(i)) = y((i+s) mod N)$. Тоді узагальнені спектральні коефіцієнти сигналу $y(i+s_0)$ обчислюються за такими формулами: $c_k^{(p)}(s,s_0) = = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[y]\mathcal{F}[R^s\varphi_k^{(p)}]]$, де $\mathcal{F}$ – пряме , а $\mathcal{F}^{-1}$ – зворотнє перетворення Фур'є, $k \in M$.

Перетворення зсуву є групою, а тому і о.у.з. Таким чином, схема побудови системи ознак сигналу, інваріантних до зсувів, яку викладено при доведенні теореми 1, може бути застосована і в цьому випадку. Більш докладно цей випадок розглянуто у п. 2.3. Зазначимо, що розробленню методів побудови інваріантів для перетворення зсуву присвячені, зокрема, роботи А.В.Тимофєєва (1971), Khotanzad Alireza, Hong Yaw Hua (1990), Lenz Reiner (1990). Так, в роботі А.В.Тимофєєва (1971) будуються інваріанти окремо для одновимірного та двовимірного випадків. В той же час метод, запропонований у теоремі 1, є загальним для функцій n змінних.

Наслідок 2.

Нехай $s(i)$ – це перетворення масштабу на деякій скінченій дискретній множині Q, яка є підмножиною натуральних чисел $\mathbf{N}$, тобто $y(s(i)) = y(si)$. Тоді узагальнені спектральні коефіцієнти сигналу $y(s_0 i)$ обчислюються за наступними формулами: $c_k(s,s_0) = y(s_0 t) * \varphi_k(st) = \mathfrak{F}^{-1}[\mathfrak{F}(y(s_0 t))\mathfrak{F}(\varphi_k^p(st))]$, де $\mathfrak{F}$ – пряме, а $\mathfrak{F}^{-1}$ – зворотнє дискретне перетворення Фур'є – Мелліна (Н.Я.Віленкін, 1965).

Перетворення масштабу на деякій скінченній дискретній множині не утворює групу, але є о.у.з., тому теорему 1 можна застосувати в цьому випадку для побудови системи ознак сигналу, інваріантних до цього перетворення. Зокрема, розгляду тільки цього випадку присвячена робота Smith Grahame B. (1988), де розроблені деякі спеціальні методи для побудови інваріантів сигналів зі змінним масштабом.

Наслідок 3.

Нехай $s(i)$ – дискретне перетворення оберту на площині: $s_0 = \alpha_l^0$, $s = \alpha_l$. Тобто на деякій сітці в полярних координатах розглядається сигнал $y(i\cos\alpha_l, i\sin\alpha_l)$, який обернено на кут $s_0 = \alpha_l^0$: $y(i\cos\alpha_l^0, i\sin\alpha_l^0)$, та функції Кравчука $\varphi_k^p(i\cos\alpha_l, i\sin\alpha_l)$. Тоді узагальнені спектральні коефіцієнти сигналу $y(i\cos\alpha_l^0, i\sin\alpha_l^0)$ обчислюються за такими формулам:

$$c_k(s,s_0) = y(i\cos\alpha_l^0, i\sin\alpha_l^0) * \varphi_k^p(i\cos\alpha_l, i\sin\alpha_l) = \phi(i)e^{jn\alpha_l^0} * \varphi_k^p(i)e^{jn\alpha_l} =$$

$$= \Sigma_{i=0}^{N-1}[(2\pi j^n \Phi_y(i)t^{jn\alpha})(2\pi j^n \Phi_{\varphi_k^p}(i)t^{jn\alpha})]\mathcal{J}_n(Ri)i,$$

де j – уявна одиниця, $\Phi(R) = \int_0^\infty \phi(r)\mathcal{J}_n(Rr)rdr$, а $\mathcal{J}_n(Rr)$ – n-та функція Бесселя (n – ціле): $\mathcal{J}_n(Rr) = 1/2\pi \int_0^{2\pi} e^{iRr\sin\theta - in\theta}d\theta$.

Перетворення оберту на площині є групою, а тому і о.у.з. У цьому випадку будуються функції Кравчука на деякій сітці в полярних координатах, а далі за схемою, описаною в теоремі 1, використовуючи перетворення Фур'є – Бесселя (Н.Я.Віленкін, 1965), виділяється множина інваріантних ознак сигналу. Побудові інваріантів сигналів для перетворення оберту на площині присвячені, зокрема, роботи А.В.Тимофєєва (1971), D.Per-Erik, S.Olle (1990), D.Forsyth, J.L.Mundy (1991).

Теорема 2. Нехай $\vec{y}(\vec{s}_0(\vec{t}))$ - сигнал, що зазнав деяких перетворень $\vec{s}_0(\vec{t})$; нехай $\vec{s}(\vec{t})$ - довільна функція з простору $C^1(\mathbb{R}^n)$. Крім того, будемо вважати, що якобіан перетворення $\vec{s}(\vec{t})$, $\mathcal{J} > 0$, тобто додатня відповідна квадратична форма: $(\mathcal{J}\vec{y}(\vec{t}), \vec{y}(\vec{t})) > 0$. Тоді існує система інваріантних ознак $c_k(\vec{s}_0, \vec{s}_0), k \in M$, за якими сигнал відновлюється з довільною заданою наперед похибкою ε, причому приховані значення параметрів $\vec{s}_0$ дорівнюють значенню $\vec{s}(\vec{t})$, за якого функціонал енергії $W(\vec{s}_0, \vec{s})$ досягає свого максимуму.

Загальна схема побудови системи інваріантних ознак сигналу в цьому випадку істотно не відрізняється від схеми, описаної в теоремі 1. На першому кроці будується система базисних функцій. Оскільки $\vec{y}(\vec{s}_0(\vec{t}))$ – функція неперервного аргументу, як базисні функції природно обрати функції Ерміта багатьох змінних: $\vec{\mathcal{H}}_k(\vec{t})$. Для обчислення на другому кроці узагальнених спектральних коефіцієнтів $\vec{y}(\vec{s}_0(\vec{t}))$ можна запропонувати наступне узагальнення формули обчислення узагальнених спектральних коефіцієнтів:

$$c_k(\vec{s}_0, \vec{s}) = \vec{y}(\vec{s}_0(\vec{t})) * \vec{\mathcal{H}}_k(\vec{t}) = \int \dots \int_{\mathbb{R}^n} (\mathcal{J}(\vec{t})\vec{y}(\vec{s}_0(\vec{t})), \vec{\mathcal{H}}_k(\vec{t}))d\vec{t}.$$

На жаль у нелінійному випадку не існує аналога перетворення Фур'є. Тому подальша схема хоч і забезпечує існування системи інваріантних ознак сигналу $c_k(\vec{s}_0, \vec{s}_0)$, але її побудова для реального сигналу зтикається з великими обчислювальними труднощами.

Якщо як базисні функції обрати множину базисів (по $p \in (0,1)$) ортонормованих функцій Кравчука багатьох змінних $\vec{\varphi}^p_k(\vec{i})_k$, то необхідно будувати деяку дискретну сітку і на ній означати відповідне перетворення $\vec{s}(\vec{i})$, базисні функції Кравчука та дискретну згортку.

У п. 2.4, як наслідок теореми 1, розглядається алгоритм побудови та оптимізації множини інваріантних ознак дискретного сигналу у випадку однієї змінної та перетворення зсуву.

Розглянемо сигнал, який описується за допомогою функції, означеної на скінченній множині: $y(i), i \in Q = \{0, 1, \cdots, N1\}$, причому крок квантування сигналу є достатньо малим, щоб зберегти усі особливості сигналу. Наприклад, при обробці електрокардіограм та енцефалограм крок квантування при аналого-цифровому перетворенні обирався свій для кожного типу сигналів відповідно до їх частотності. При одночасному з'ємі та обробці електрофізіологічних сигналів різних типів (електрокардіограм, енцефалограм, викликаних потенціалів мозку, міограм тощо) можна, наприклад, за допомогою перетворення масштабу змінної послідовно переходити від обробки одного сигналу до іншого. Або ж можна взяти за основу мінімальний крок квантування, апроксимізувати всі сигнали на мінімальній сітці і проводити одночасну обробку усіх сигналів на площині, де одна з координат – це довжина сигналів, а інша – номер сигналу, тобто перейти до обробки сигналу від двох змінних. Наведений нижче алгоритм можна застосовувати і для обробки двовимірних сигналів.

Нехай аргумент i функції $y(i)$ зазнав деякого зсуву a. Таким чином, на вхід системи надходить перетворений сигнал з деяким фіксованим невідомим значенням зсуву a_0: $y(i + a_0)$. Задача полягає в тому, щоб знайти значення a_0 та виділити характерні особливості самого сигналу. Як наслідок теореми 1, алгоритм виділення системи інваріантних ознак сигналу складається із таких кроків.

1. Вибір значення N – вікна обробки сигналу.

Вибір N пов'язаний як із довжиною сигналу, так і з вибором методів, що будуть використані в подальшому. Ми використовували швидке перетворення Фур'є (ШПФ), де $N - 1 = 2^n$. Якщо сигнал є довшим за N, тобто $N < N1$, то він послідовно оброблюється вікном шириною $N - 1$. У тому випадку, коли довжина сигналу менша за $N, N1 < N$, сигнал доповнюється нулями, або екстраполюється за деяким алгоритмом.

2. Побудова множини ортонормованих систем функцій Кравчука $\varphi_k^{(p)}(i, N)$, $i, k = 0, 1, \cdots, N - 1$; $p = 0.1, 0.2, \cdots, 0.9$.

Дискретизація параметра $p \in (0, 1)$ може бути іншою, що обумовлюється потребами поставленої задачі.

Для прискорення обробки сигналів у реальному часі можна провести деяку підготовчу роботу. Так, для обраного N можна заздалегідь побудувати функції Кравчука і зберігати їх значення в деякому файлі. Крім того, можна оптимізувати об'єм цього файла, використавши властивості симетрії функцій Кравчука – можна відновити значення функцій Кравчука при $p = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ за їх значеннями при $p = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$. При $p = 0.5$ функції Кравчука є симетричними відносно середини інтервалу Q, тому досить обчислити значення $\varphi_k^{(p)}(i, N)$ тільки на половині інтервалу.

3. Обчислення узагальнених спектральних коефіцієнтів сигналу.

Ці коефіцієнти знаходяться за формулою

$$c_k^{(p)}(a) = y * R^a\varphi_k^{(p)} = \sum_{i=0}^{N-1} y(i)\varphi_k^{(p)}((i+a)modN, N),$$

де $a, i, k = 0, 1, \cdots, N-1$; $p = 0.1, 0.2, \cdots, 0.9$.

За теоремою про згортку $c_k^{(p)}(a) = y * \varphi_k^{(p)} = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[y]\mathcal{F}[\varphi_k^{(p)}]]$, де $\mathcal{F}$ – пряме, а $\mathcal{F}^{-1}$ – зворотнє перетворення Фур'є. Зауважимо, якщо нам наперед відомо N, ми можемо заздалегідь обчислити та зберігати у деякому файлі не тільки значення функцій Кравчука, але й їх перетворення Фур'є, що також зменшить затрати часу при обробці сигналів.

4. Обчислення функціоналу енергії $W(a,p)$.

По-перше, виходячи з евристичних міркувань, обмежуємо множину індексів M, за якою будується функціонал енергії: $W(a,p) = \sum_{k\in M} |c_k^{(p)}(a)|^2$.

Наприклад, якщо сигнал не є високочастотним, то можна множину M просто обмежити зверху деяким значенням $M' < N : \{0, 1, \cdots, M'\}$. Ця ж підмножина може бути використана при фільтрації низькочастотного сигналу від високочастотних шумів. Але іноді, наприклад, в деяких задачах медичної діагностики важливими є певні високочастотні складові. Тоді множину індексів шукають за допомогою наступного ітераційного процесу: обирається деякий початковий рівень d для значень узагальнених спектральних коефіцієнтів, з яким усі $c_k^{(p)}(a)$ $(a, k = 0, 1, \ldots, N-1;\ p = 0.1, 0.2, \ldots, 0.9)$ порівнюються. Таким чином формується множина $M = \{k : |c_k^{(p)}(a)| > d\}$. Потім обчислюємо функціонал $W(a,p)$ і переходимо до наступного кроку алгоритму. У тому випадку, коли після відновлення сигналу з'ясується, що цієї множини недостатньо, рівень d треба зменшити з деяким кроком і побудувати нову множину M. І так до тих пір, доки не буде досягнуто потрібну точність відновленя сигналу.

5. Знаходження координат глобального максимуму функціоналу $W(a,p)$.

На цьому етапі знаходяться значення (a_0, p_0), такі, що досягається $max W(a,p)$ $(a = 0, 1, \cdots, N-1;\ p = 0.1, 0.2, \cdots, 0.9)$.

Вид функціоналу енергії $W(a,p)$ істотно залежить від виду сигналу. Найбільш простим є випадок, коли сигнал описується фінітною функцією з 2-3 локальними екстремумами. Якщо ж сигнал рівномірно розподілений по інтервалу і має багато локальних екстремумів, тоді і функціонал $W(a,p)$ теж має багато локальних максимумів.

6. Відновлення сигналу за формулою

$$\tilde{y}(i) = \sum_{k\in M} c_k^{(p_0)}(a_0)\varphi_k^{(p_0)}(a_0, N), \text{де } \varphi_k^{(p_0)}(a_0, N) = \varphi_k^{(p_0)}((i+a_0)modN, N).$$

7. Оптимізація множини спектральних коефіцієнтів.

Підмножина індексів M знаходиться в інтерактивному режимі шляхом порівняння похибки відновлення сигналу $\bar{\varepsilon} = \| \tilde{y} - y \|$ ($\| . \|$ квадратична норма в R^M) з заданим наперед числом ε. Якщо $\bar{\varepsilon} > \varepsilon$, тоді збільшуємо множину M. Від $M = \{0, 1, \cdots, M'\}$ перейдемо до $M' = M' + d1$, де $d1$ – деякий крок. Якщо $M = \{k : |c_k^{(p)}(a)| > d\}$, тоді $d = d - l$, де l – деякий крок. Значення $d1$ та l змінюються відповідно до конкретної задачі. Повертаємось до кроку 4. У випадку, коли $\bar{\varepsilon} < \varepsilon$, можна зменшити число узагальнених спектральних коефіцієнтів, тобто знайти мінімальну їх кількість, що забезпечить $\bar{\varepsilon} \leq \varepsilon$. Для цього аналогічно попередньому зменшуємо множину M, знаходимо M' або d, за яких $\bar{\varepsilon} \to \varepsilon$. Потім, зменшуючи кроки $d1$ та l, знову збільшуємо множину, знаходячи M'' або d', за яких $\bar{\varepsilon} \leq \varepsilon$.

В п. 2.5 розглядаються алгоритми, які реалізують згортку та швидке перетворення Фур'є.

У розділі 3 розглядаються застосування розробленого програмного забезпечення для обробки електрофізіологічних сигналів. П. 3.1 присвячено розв'язанню задач стиску та відновлення електрокардіограм, енцефалограм та викликаних потенціалів мозку. Обробка електрофізіологічних сигналів проводилась в рамках виконання д/б та х/т на кафедрі фізіології людини та тварин біологічного факультету Київського університету імені Тараса Шевченка. В задачах кардіодіагностики діагностично цінними є невеликі "зазубринки", "полочки" та інші структури на QRS-комплексі кардіограми. Порівняно з іншими методами автоматичної обробки кардіограм, запропонований нами метод дозволяє виявити ці структури і при необхідності зберегти їх (за рахунок погіршення коефіцієнту стиску). Оброблено 110 кардіоімпульсів. Коефіцієнт стиску коливався від 6 до 11 в залежності від задачі. Крім того, при обробці кардіограм не встановлювалась початкова точка, бо місцеположення кардіоімпульса знаходилось автоматично. Розроблене програмне забезпечення використовувалось також для аналізу стану людини та тварин на основі аналізу енцефалограм. Проведено 40 експериментів, за якими встановлено, що всі характерні особливості енцефалограм зберігаються при коефіцієнті стиску 6-7. Проведено експерименти щодо можливості діагностувати стан кішки на основі інваріантних ознак її енцефалограми. Виявлено, що для достовірної діагностики наркотичного стану кішки, при обробці частин енцефалограми довжиною в 64 точки, достатньо обчислити тільки три перші коефіцієнти. Також проведено 35 модельних експериментів по стиску та відновленню викликаних потенціалів мозку людини. При коефіцієнті стиску 6-8 збережено всі інформаційно цінні параметри.

В п. 3.2 розглядається виділення інваріантних ознак електрофізіологічних сигналів для задач їх розпізнавання та класифікації. Розроблено комп'ютерну демонстраційну систему можливості застосування виділених інваріантних ознак сигналів для формування попереднього висновку. Для цього був сформований набір кардіогр м з відомими патологіями, були виділені їх інваріантні ознаки, які утворили деякі множини в M-мірному просторі. В демонстраційній моделі висновок про значення ймовірності наявності певної патології в конкретному кардіосигналі базувався на оцінці відстані від точки M-мірного простору, яка була утворена інваріантними ознаками кардіосигналу до множин, створених інваріантними ознаками патологій.

У п. 3.3 розглядаються фільтруючі властивості розробленого алгоритму та програмного забезпечення. До сих пір ми припускали, що електрофізіологічний сигнал не має дрейфу ізолінії. Існують чисто апаратні методи виключення дрейфу з сигналу. Але розроблений алгоритм також може бути використаний для вирішення цієї задачі. Так, в експериментах по аналізу кардіограм в умовах роботи оператора треба було виключити ди-‑льні ритми. Для цього спочатку обробляють сигнал за допомогою вікна, р‑змір якого відповідає дихальному ритму, знаходять ознаки сигналу, відновлюють його за цими ознаками з деякою похибкою та віднімають відновлений сигнал від основного. Потім обробляють основний сигнал за допомогою вікна, яке відповідає кардіоритму. Запропоновано також алгоритм по виключенню з деякого основного електрофізіологічного сигналу присутніх в ньому інших сигналів. Для цього проводиться ортогоналізація повного набору сигналів, які одночасно знімаються з оператора. Крім того, сама властивість розробленого програмного забезпечення щодо виявлення невеликих геометричних структур на сигналі може бути використана для фільтрації його від цих утворень, якщо експерт визнає їх артефактом.

ВИСНОВКИ

Запропоновано метод обробки сигналів, який використовує функції Кравчука і базується на моделюванні властивості інваріантності процесу розпізнавання зображень зоровою системою. На основі цієї моделі розроблено алгоритми та програми, за допомогою яких було проведено експерименти по стиску та відновленю кардіограм, енцефалограм та викликаних потенціалів мозку людини. Отримані результати можуть бути основою для розробки баз даних великого обсягу, при передачі даних по каналах зв'язку та при розробці різних діагностичних систем. В експерименті були також отримані дані стосовно фільтруючих можливостей розробленого програмного забезпечення.

Розроблена модель та метод були впроваджені в навчальний процес на кафедрі фізіології людини та тварин біологічного факультету Національного університету ім.Тараса Шевченка. Розроблене програмнє забезпечення було використане при розробці автоматизованої системи аналізу кардіограм.

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНІ В ТАКИХ ПРАЦЯХ:

1. Филимонова Н.Б. Общая схема выделения полной системы признаков сигнала, инвариантной ко всем его линейным преобразованиям // Компьютерные технологии и управление в биологии и медицине. - Киев: Ин-т кибернетики им.В.М.Глушкова НАН Украины, 1996. - С. 66-74.

2. Филимонова Н.Б., Вайнерман Л.И. Сиситема анализа одно- и многомерных сигналов изображений) с помощью специальных полиномов дискретного аргумента // Инженерные АРМы в радиоэлектронике: Тез. докл. науч.-техн.конф., 16-18 окт.1990 г. - Киев, 1990. - С.30-31.

3. Филимонова Н.Б., Вайнерман Л.И., Горго Ю.П. Подход к устранению избыточной информации из наборов биологических сигналов // Физиологическая и медицинская информатика. - Киев: Ин-т кибернетики им.В.М.Глушкова АН УССР, 1990. - С.9-13.

4. Забара С.С., Вайнерман Л.И.,Филимонова Н.Б. Обобщенный спектральный анализ медико-биологических сигналов с использованием полиномов Кравчука // Республ. науч.-техн. конф. "Новые возможности современного медицинского приборостроения": Тез.докл. - Киев, 1991. - С.15-16.

5. Филимонова Н.Б., Вайнерман Л.И., Горго Ю.П. Алгоритм инвариантной обработки медико-биологических сигналов с использованием полиномов Кравчука // Физиологическая и медицинская кибернетика. - Киев: Ин-т кибернетики им.В.М.Глушкова АН УССР, 1993. - С. 53-58.

6. Vainerman L.I. and Filimonova N.B. Signal processing and polynomials of discrete argument // Systems and Networks: Mathematical Theory and Applications.-Berlin: Akademie Verlag, 1994. - Vol.II. - P. 889-890.

7. Vainerman L. and Filimonova N. Hyperspectral imagery with the application of Krawtchouk polynomials // Algorithms for Multispectral and Hyperspectral Imagery. A.Evan Iverson, Editor, Proc. SPIE. - 1994. - V.2231 - P.148-155.

Филимонова Н.Б. Метод и алгоритм инвариантной обработки сигналов.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях. Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины, Киев, 1997.

Разработана математическая модель процессов, происходящих в зрительной системе, с использованием функций Кравчука, которая обеспечивает инвариантность процессов распознавания относительно всех линейных и некоторых нелинейных преобразований сигнала.

Разработаны метод, алгоритмы и программное обеспечение выделения и оптимизации системы инвариантных признаков дискретного сигнала, что позволяет сжимать и затем восстанавливать сигнал с любой, заданной наперед точностью. При этом находятся значения скрытых параметров преобразований сигнала. Установлена эффективность использования разработанного программного обеспечения для задач сжатия и восстановления электрофизиологических сигналов (кардиограм, энцефалограм, вызваных потенциалов мозга) а также для решения задач классификации и диагностики.

Filimonova N.B. The method and algorythm of invariant signal processing.

This dissertation is a manuscript being submitted for a Ph.D. degree in Physics and Mathematics sciences by speciality 01.05.02 - mathematical modelling and numerical methods in scientific research. Institute of cybernetics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 1997.

The manuscript contains the mathematical model of processing in visual system using the Krawtchouk functions. This model ensures the invariance of recognition processes with respect to all linear and some nonlinear signal transformations.

The method, algorythm and software for the extraction and optimization of a system of invariant informative features of a discrete signal have been developed to enable the compression and subsequent restoration of a signal with any preset accuracy. In so doing, the values of hidden parameters of signal transformations are being found. The efficiency of the software developed for the solution of the problems of compression and restoration of electrophysiological signals (electrocardiograms, encephalograms, brain evoked potentials) and also for the classification and diagnostics problems has been determined.

Ключові слова:

математичне моделювання, зорова система, інваріантність розпізнавання, функції Кравчука, істотні ознаки сигналу.

Підп. до друку 18.03.97. Формат 60×84/16. Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 0,93. Ум. фарбо-відб. 1,05. Обл.-вид. арк. 1,0. Зам. 100. Тираж 100 прим.

Редакційно-видавничий відділ з поліграфічною дільницею
Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
252022 Київ 22, проспект Академіка Глушкова, 40