МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. І.Франка

На правах рукопису

ШПИТКО
Володимир Євгенович

КВАНТОВО–МЕХАНІЧНІ МОДЕЛІ РЕЛЯТИВІСТИЧНОЇ ПРЯМОЇ ВЗАЄМОДІЇ СИСТЕМИ N ТІЛ У ФРОНТАЛЬНІЙ ФОРМІ ДИНАМІКИ

01.04.02 — теоретична фізика

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико–математичних наук

Львів – 1997

Дисертацією є рукопис.
Робота виконана в
Інституті фізики конденсованих систем НАН України

Наукові керівники: академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор ЮХНОВСЬКИЙ Ігор Рафаїлович; доктор фізико-математичних наук, ТРЕТЯК Володимир Іванович

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор ЛЕНДЬЕЛ Володимир Іванович;

кандидат фізико-математичних наук, доцент КЛЮЧКОВСЬКИЙ Юрій Богданович

Провідна організація: Інститут електронної фізики НАН України

Захист відбудеться "4" червня 1997 р. о 15^{30} год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 04.04.08 при Львівському державному університеті ім.І.Франка за адресою: 290005, м.Львів, вул. Драгоманова, 50, аудиторія N 1.

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці Львівського державного університету ім. І.Франка (м.Львів, вул. Драгоманова, 5).

Автореферат розісланий "25" квітня 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої Ради Д 04.04.08
доктор фізико-математичних наук
професор Л.Блажиєв. Л.Ф.Блажиєвський

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми досліджень. На даний час залишається актуальною проблема побудови послідовного релятивістичного опису систем багатьох частинок із взаємодією на основі релятивістичної теорії прямих взаємодій. Така теорія описує релятивістичні системи частинок Пуанкаре-інваріянтним чином, використовуючи лише скінченну кількість ступенів вільности. Вона повинна бути розрахунковою альтернативою до локальної теорії поля, зокрема, в обчисленнях релятивістичних ефектів для зв'язаних систем (атоми, ядра, гадрони). Доцільність релятивістичної теорії прямих взаємодій зумовлена тим, що за не дуже високих енергій релятивістичні кінематичні ефекти можуть проявлятися швидше, ніж процеси народження та знищення. З іншого боку, така теорія є необхідною базою для побудови релятивістичної статистичної механіки. Загальне формулювання цієї теорії розроблено досить ґрунтовно і несуперечливо у різних формалізмах і підходах. Але кожен з варіянтів теорії розвивався, як правило, незалежно один від одного без достатнього аналізу взаємозв'язку між ними, не кажучи вже про побудову послідовної схеми переходу від класичного до квантового опису. А це необхідно для побудови несуперечливої та замкненої релятивістичної теорії прямих взаємодій як єдиної теоретичної схеми розрахунку конкретних явищ природи.

Релятивістичне обмеження на швидкість поширення взаємодії робить можливим існування різних форм опису системи взаємодіючих частинок, що відрізняються означенням одночасности просторово розділених подій. Довільна просторово-подібна (і навіть ізотропна) гіперповерхня в просторі Мінковського може задавати відношення одночасности. Як правило, група Пуанкаре $\mathcal{P}(1,3)$ не є групою автоморфізмів сім'ї гіперповерхонь одночасности. Це приводить до того, що лаґранжіяни взаємодії залежать від похідних координат частинок всіх порядків (R.P.Gaida, V.I.Tretyak. *Acta Phys. Pol.* **B11** (1980) 502). Рівняння Ойлера–Лаґранжа для таких систем є диференційними рівняннями нескінченно високого порядку. Математична теорія аналізу та розв'язків таких рівнянь далека від завершення. Тому для лаґранжевих систем із похідними нескінченного порядку не існує до сих пір послідовного способу побудови гамільтонової механіки. Запропоновані схеми гамільтонізації не можуть обійтись без апроксимаційних процедур. Це ускладнює створення відповідної квантової теорії. Зате великою перевагою лагранжевого підходу є його зв'язок з теорією класичних полів через формалізм інтегралів типу Фоккера.

Структура алгебри Лі групи Пуанкаре така, що коли один з генераторів містить взаємодію, то й деякі інші теж повинні містити її. Кількість генераторів, вільних від взаємодії, може бути різною для різних означень одночасности. Введення взаємодії в ті чи інші канонічні генератори алгебри Лі групи $\mathcal{P}(1,3)$ відповідає вибору гамільтонової форми динаміки. Внаслідок теореми про невзаємодію (Currie D.G., Jordan T.F, Sudarshan E.C.G. *Rev. Mod. Phys.* **35** (1963) 350) канонічні координати не можуть співпадати з коваріянтними координатами частинок. Тому виникає проблема інтерпретації отриманих результатів у рамках гамільтонового формалізму.

Значна складність математичного апарату, невисокий рівень його наочности, відсутність достатнього взаємозв'язку між різними формалізмами і підходами ускладнюють безпосереднє використання релятивістичної теорії прямих взаємодій для вивчення релятивістичних ефектів у конкретних системах. Тому необхідним є створення на основі релятивістичної теорії прямих взаємодій цілісної теоретичної схеми, яка дозволяла б розрахунок тих чи інших фізичних явищ. Суттєву ланку такої схеми становить процедура переходу від класичного рівня теорії до квантового. У цьому контексті дослідження відносно простих точно розв'язуваних моделей може виявити характерні особливості релятивістичних систем, точки стикання з іншими підходами та слугувати доброю базою для розгляду більш реалістичних задач.

Метою роботи є побудова та дослідження квантово-механічного опису системи N тіл шляхом застосування різних методів квантування (правило Вайля та його узагальнення, метод динамічної групи) класичного гамільтонового або лагранжевого опису у двовимірній моделі фронтальної форми релятивістичної динаміки та аналіз точно розв'язуваних моделей.

Наукова новизна. У роботі вперше отримано унітарну реалізацію групи $\mathcal{P}(1,1)$, що відповідає класичній канонічній реалізації алгебри Лі цієї групи для системи N взаємодіючих частинок у фронтальній формі релятивістичної динаміки. Вперше розглянуто ряд двочастинкових релятивістичних моделей (δ–подібна взаємодія, лінійна взаємодія, осциляторноподібна взаємодія), для яких знайдено власні функції та власні значення оператора квадрату повної маси системи $\hat{M}^2$. В цьому ж підході вперше досліджено та розв'язано задачу на власні значення для оператора квадрата повної маси системи N частинок із осциляторноподібною взаємодією. Показано, що правило квантування Вайля зберігає додаткові симетрії (крім Пуанкаре–інваріянтности), що пов'язані з інтегровністю задачі.

Вперше розглянуто квантування канонічної реалізації алгебри $\mathfrak{p}(1,1)$ за допомогою узагальненого правила Вайля. Доведено, що вимога збереження комутаційних співвідношень цієї алгебри накладає обмеження на класи правил квантування. Показано, що можливі узагальнення правила квантування Вайля розпадаються на класи еквівалентности. Зокрема, метод квантування Вайля є представником цілого класу правил квантування, які приводять до однакових унітарних реалізацій групи $\mathcal{P}(1,1)$.

Таким чином, вперше показано, що умова Пуанкаре–інваріянтности не ліквідує до кінця неоднозначність процедури квантування. Показано, що використання різних методів квантування приводить до різних виразів для спостережуваних величин, а усунути неоднозначності можна за допомогою вимоги збереження додаткових алгебричних співвідношень, властивих даній системі.

Для двочастинкових систем із взаємодій, що допускають інтерпретацію в термінах безмасових полів цілого спіну побудовано та досліджено гамільтонове формулювання в параметричній формі. Вперше доведено відсутність глобальної еквівалентности між гамільтоновим та лагранжевим описами для таких систем. Запропоновано метод гладкого продовження світових ліній частинок у $\mathbb{M}_2$ для скалярної та векторної взаємодій. Продемонстровано узгодженість такого способу продовження із квантовими результатами. Для широкого класу взаємодій польового типу вперше побудовано гамільтонів опис в явній формі у другому наближенні за константою взаємодії α.

Вперше показано, що для взаємодій польового типу рівняння масової оболонки (для скалярної та векторної взаємодій у точному випадку, а для класу взаємодій польового типу в другому наближенні за α) є лінійним рівнянням на алгебрі Лі групи $\mathcal{SO}(2,1)$. Використовуючи це, вперше побудовано квантово-механічний опис для таких систем, знайдено вектори станів в абстрактному гільбертовому просторі та спектри мас.

<u>Практичне значення роботи.</u> Результати дисертаційної роботи вказують шлях до послідовного квантово-механічного опису систем взаємодіючих частинок із точним врахуванням релятивізму. Побудовані в роботі моделі можуть слугувати доброю базою для розгляду більш реалістичних систем. Результати дисертаційної роботи можуть використовуватися для опису релятивістичних ефектів в атомах, ядрах та інших частинкових системах, коли можна знехтувати процесами народження та знищення; для побудови та дослідження феноменологічних моделей гадронів; у релятивістичній статистичній механіці.

<u>На захист виносяться такі основні положення:</u>

1. Правило квантування Вайля класичного гамільтонового опису системи N взаємодіючих частинок у двовимірному варіянті фронтальної форми релятивістичної динаміки зберігає структуру алгебри Лі групи Пуанкаре $\mathcal{P}(1,1)$.
2. Узагальнене правило квантування Вайля приводить до унітарної реалізації групи $\mathcal{P}(1,1)$ лише за певних обмежень на множину допустимих правил квантування.
3. Релятивістична система N частинок із осциляторoподібною взаємодією допускає точні розв'язки задачі на власні значення оператора квадрата повної маси. Використання для таких систем різних методів квантування приводять до різних виразів для спостережуваних величин.

4. Часоасиметричні взаємодії польового типу допускають побудову гамільтонового формалізму у параметричній формі, а скалярна та векторна взаємодія — у явному вигляді. Для векторної та скалярної взаємодій гамільтонів опис дозволяє гладке продовження світових ліній в $\mathbb{M}_2$ за критичні точки. Для взаємодій цього типу відсутня глобальна еквівалентність між лагранжевим та гамільтоновим описами.
5. Рівняння масової оболонки для взаємодій польового типу має вигляд лінійного співвідношення на алгебрі Лі $so(2,1)$, що дозволяє знайти алгебричним методом власні значення оператора квадрата повної маси, побудувати власні стани та запропонувати тривимірні узагальнення отриманих результатів.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювалися на Всесоюзній конференції "Теория представлений и групповые методы в физике" (Тамбов, 1989 р.), на міжнародній конференції "Hadrons–94" (Ужгород, 1994 р.), на міжнародній конференції "Symmetry in nonlinear mathematical physics" (Київ, 1995 р.), науковому семінарі "Проблеми релятивістичної квантової механіки системи частинок" у Львівському державному університеті ім. Ів. Франка (Львів, 1994 р.), а також на семінарах Інституту фізики конденсованих систем НАН України.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 9 робіт, які перелічено в кінці автореферату. У спільних публікаціях дисертантові належить розробка та дослідження основних елементів переходу від класичного до квантово-механічного опису, побудова дво- та N-частинкових моделей з осциляторободібними взаємодіями, знаходження векторів стану в абстрактному гільбертовому просторі та спектрів мас для систем із векторною та скалярною взаємодіями. Автором виконано розрахунки по квантуванню канонічної реалізації алгебри $\mathfrak{p}(1,1)$ за допомогою узагальненого правила Вайля, побудовано та досліджено гамільтонове формулювання для взаємодій польового типу в параметричній формі, побудовано гамільтонів опис в явній формі у другому наближенні за константою взаємодії α.

Структура і об'єм дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, двох додатків, 29 рисунків та списку цитованої літератури. Робота викладена на 161 сторінці, містить бібліографічний список, що має 122 найменування.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі коротко розглянуто основні підходи, на яких базується релятивістична теорія прямих взаємодій, обговорено проблеми, пов'язані з процедурою переходу від класичного рівня теорії до квантового, сформульовано мету роботи та основні положення, які виносяться на захист.

У першому розділі за допомогою квантування Вайля побудовано унітарну реалізацію групи Пуанкаре $\mathcal{P}(1,1)$

$$[\hat{P}_+, \hat{P}_-] = 0 \, , \qquad [\hat{K}, \hat{P}_\pm] = \pm i \hat{P}_\pm \tag{1}$$

в гільбертовому просторі $\mathcal{H}_N^F = \mathbb{L}^2(\mathbb{R}_+^N, d\mu_N^F = \Pi_{a=1}^N \frac{dp_a}{2p_a}\Theta(p_a))$, якій відповідають наступні ермітові оператори

$$\hat{K} = i \sum_{a=1}^N p_a \partial/\partial p_a \, , \quad \hat{P}_+ = \sum_{a=1}^N p_a \, , \hat{P}_- = \sum_{a=1}^N \frac{m_a^2}{p_a} + \frac{1}{\hat{P}_+}\hat{V} \, . \tag{2}$$

Оператор $\hat{V}$ є інтеґральним оператором:

$$(\hat{V}\Phi)(p) = \int d\mu_N^F(p')\tilde{V}(p,p')\Phi(p') \, , \tag{3}$$

що визначається ядром

$$\widetilde{V}(p,p') = V(p',p) \prod_{a=1}^N \sqrt{(2p_a)(2p')} \, , \tag{4}$$

де

$$V(p\ p') = \delta(P_+ - P'_+) \int V\left(r\frac{p_a + p'_a}{2}, \frac{r_{1c}}{r}\right) e^{i\sum\limits_{c=2}^N r_{1c}(p_c - p'_c)} \prod_{b=2}^N \frac{dr_{1b}}{2\pi} \, . \tag{5}$$

Тут $r_{ab} = x_a - x_b$, $r = r_{12}$. При цьому загальні властивості перетворення Вайля гарантують, що класичною межею побудованих операторів будуть канонічні ґенератори. Оператори (2) визначають оператор квадрата повної маси системи $\hat{M}^2 = \hat{P}_+\hat{P}_-$. Після переходу до змінних $P_+, \dot{\eta} = (p_1 - p_2)/P_+$, цю схему застосовано для ряду двочастинкових моделей (δ–подібна взаємодія, лінійна взаємодія, осциляторподібна взаємодія), для яких знайдено власні функції та власні значення оператора квадрату повної маси $\hat{M}^2$. Розглянуто квантування канонічної реалізації алгебри Пуанкаре $\mathfrak{p}(1,1)$ за допомогою узагальнення правила Вайля (Agarwal G.S., Wolf E. *Phys. Rev.* **D2** (1970) 2161). Доведено, що вимога збереження комутаційних співвідношень цієї алгебри накладає обмеження на класи правил квантування.

Класичному потенціялу $V = \omega u(\eta)\rho^2$ може співставлятись двопараметрична сім'я операторів

$$V = \omega^2 \left[u(\hat{\eta})\hat{\rho}^2 + i\hbar(-2i\gamma + 1)u'(\hat{\eta})\hat{\rho} + \hbar^2(i\gamma + \lambda)u''(\hat{\eta})\right] \ , \tag{6}$$

де γ, λ — дійсні числа, залежні від способу квантування.

Вимога збереження комутаційних співвідношень алгебри Лі групи Пуанкаре $\mathcal{P}(1,1)$ хоча і накладає обмеження на класи правил квантування, але не ліквідує до кінця неоднозначність процедури квантування.

У <u>другому розділі</u> за допомогою правила Вайля досліджено задачу на власні значення для оператора квадрата повної маси системи N частинок із осциляторподібною взаємодією

$$V = \omega^2 \sum_{a<b}\sum r_{ab}^2 p_a p_b, \quad \omega^2 > 0. \tag{7}$$

Правило квантування Вайля зберігає додаткові симетрії (крім Пуанкаре–інваріянтности), які пов'язані з інтегровністю задачі і приводять до $N-2$ збережуваних величин λ_j в інволюції: $\{\lambda_i, \lambda_k\} = 0$, $\lambda_N^2 = M^2$, $i,k = \overline{2, N-1}$. Переходом до нових канонічно спряжених змінних

$$\eta_a = \frac{P_{a+} - p_{a+1}}{2P_{(a+1)+}}; \rho_a = P_{(a+1)+}(Q_a - x_{a+1}); P_+ = P_{N+}; Q = Q_N, \ . \tag{8}$$

$$\{\rho_a, \eta_b\} = \delta_{ab}; \qquad \{Q, P_+\} = 1, \qquad a, b = \overline{1, N-1}, \tag{9}$$

де $P_{a+} = \sum_{i=1}^{a} p_i$, $Q_a = P_{a+}^{-1} \sum_{i=1}^{a} x_i p_i$, у роботі знайено власні функції та спектр оператора квадрата повної маси системи. Останній має вигляд

$$M_n^2 = \left[\sum_{a=1}^{N} m_a + \frac{\omega\hbar}{c^2}\sum_{b=1}^{N-1}(n_b + 1/2)\right]^2 + \frac{(N-1)\omega^2\hbar^2}{4c^4}\,, \qquad (10)$$

де $n_b = 0, 1, 2, \ldots$. На прикладі двочастинкової системи з осциляторοподібними взаємодіями показано, що використання різних методів квантування приводить до різних виразів для спостережуваних величин. Так для двопараметричної сім'ї впорядкувань операторів (6) отримано спектр мас

$$M_n^2 = \left[\sum_{a=1}^{2}\sqrt{m_a^2 - \frac{\hbar^2\omega^2\gamma^2}{c^4}} + \frac{\hbar\omega}{c^2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]^2 - \frac{\hbar^2\omega^2}{4c^4}(1 + 8\lambda_1 - 16\gamma). \quad (11)$$

Усунути неоднозначності можна за допомогою вимоги збереження додаткових алгебричних співвідношень, властивих даній системі.

У <u>третьому розділі</u> розглядається зв'язок лаґранжевого та гамільтонового описів для двочастинкових систем із взаємодіями польового типу. У лінійному за константою взаємодії α наближенні часосиметричних взаємодій польового типу знайдено вирази для лаґранжіяну

$$L \approx L^{as} = -c^2\sum_{a=1}^{2}\gamma_a^{-1} - \alpha\gamma_1^{-1}\gamma_2^{-1}F(\delta)/|r|\,, \qquad (12)$$

де $\gamma_a^{-1} = \sqrt{1 - 2v_a/c}$, $\delta = (\gamma_1/\gamma_2 + \gamma_2/\gamma_1)/2$, та збережуваних величин. У цьому наближенні лаґранжіяни часосиметричних та часоасиметричних взаємодій співпадають. Те ж стосується і виразів для енергії E та імпульсу P. Як правило, процедуру розгортання за малим параметром можна здійснювати в рівняннях руху та збережуваних величинах. У лаґранжіяні це робити невірно, оскільки такий наближений лаґранжіян може не узгоджуватись з відповідними наближеними рівняннями руху. Але в даному випадку ми дістаємо узгоджені результати, оскільки наближені рівняння руху є рівняннями Ойлера–Лаґранжа для лаґранжіяну (12).

Лаґранжіян (12) не означений на всьому дотичному просторі $T\mathcal{M}$. Він є дійснозначною функцією на підмноговиді, заданому умовами $v_a < 1/2$, $a = 1, 2$. Ці нерівності означають, що світові лінії частинок часоподібні. Для скалярної і векторної взаємодій не існує такої области початкових даних (крім випадку $M > m_1 + m_2$, $\alpha > 0$), виходячи з якої, частинки не досягали б швидкости світла. В точках, де досягається швидкість світла, гессіян прямує до нуля або до нескінчености. Тому в цих точках лаґранжева система невизначена. Це приводить до розривних світових ліній частинок у $\mathbb{M}_2$. Як показано в роботі, у гамільтоновому випадку світові лінії частинок можна гладко продовжити за критичні точки. Це означає, що лаґранжів і гамільтонів описи у випадках скалярної та векторної взаємодій приводять до різних світових ліній. Запропоноване продовження світових ліній приводить до квазікласичних спектрів мас, які узгоджуються з квантовими результатами.

У <u>четвертому розділі</u> показано, що для взаємодій польового типу рівняння масової оболонки (для скалярної та векторної взаємодій у точному випадку, а для класу взаємодій польового типу в другому наближенні за α) є лінійним рівнянням на алгебрі Лі групи $SO(2,1)$

$$aJ_0 + bJ_1 + dJ_2 + C_F = 0 \ , \tag{13}$$

де J_0, J_1, J_2 — ґенератори алгебри $so(2,1)$; a, b, d, C_F — дійсні константи, залежні від параметрів задачі та M^2.

За вайлівським способом квантування вихідною алгебричною структурою є алгебра Гайзенберґа, реалізована на класичному рівні індивідуальними канонічними змінними в термінах дужки Пуассона $\{x_a, p_b\} = \delta_{ab}$, а після квантування — ермітовими операторами $\hat{x}_a$, $\hat{p}_b$ в термінах комутатора $[\hat{x}_a, \hat{p}_b] = i\delta_{ab}$. Але такий підхід перестає бути задовільним, коли деякі з канонічних змінних задані на скінченному або напівнескінченному інтервалах. Це зумовлено тим, що такі змінні не можуть бути ґенераторами реґулярних канонічних перетворень у всьому фазовому просторі. У квантовому випадку відповідні їм оператори не є самоспряженими. Тому, як запропоновано у (C.Fronsdal. *Rep. Math. Phys.* **15** (1978) 111), за вихідну алгебричну структуру можна вибрати не алгебру Гайзенберґа, а деяку іншу алгебру Лі. У роботі виявляється доцільним, з огляду на співвідношення (13), за таку алгебричну структуру вибрати алгебру Лі групи $SO(2,1)$. Це дозволяє алгебричним методом звести квантово-механічну задачу до трансцендентного рівняння на спектр мас

$$c\hbar n\sqrt{1-\mu^2} = -\alpha F(\mu) \ . \tag{14}$$

Тут $\mu = (M_n^2 - m_1^2 - m_2^2)/2m_1m_2$, $\mu^2 < 1$, а квантове число n задається формулою

$$n = -\frac{1}{2} + s + \left[\frac{1}{4} + \frac{\alpha^2}{(c\hbar)^2}F(1)[F(1) - 2F'(1)]\right]^{1/2} \tag{15}$$

Побудувано вектори стану в абстрактному гільбертовому просторі. Спектр мас у випадку векторної взаємодії співпадає із результатами методу безмежно-компонентних хвильових рівнянь (Barut A.O., Rasmussen W. *J.Phys.* **B6** (1973) 1695) для станів з нульовим квантовим орбітальним числом. Таке співпадіння дає змогу узагальнити отримані результати на тривимірний випадок та, з іншого боку, узагальнити безмежно-компонентні рівняння на випадок широкого класу взаємодій польового типу. Це є підставою для встановлення зв'язку релятивістичної теорії прямих взаємодій з іншими підходами до опису релятивістичних систем зі скінченною кількістю ступенів вільности.

В останньому розділі наведено основні результати та висновки:

1. Виходячи з канонічної реалізації алгебри Лі групи Пуанкаре $\mathcal{P}(1,1)$, за допомогою квантування Вайля побудована унітарна реалізація цієї групи. Розглянуто ряд двочастинкових моделей (δ-подібна взаємодія, лінійна взаємодія, осциляторноподібна взаємодія), для яких знайдено власні функції та власні значення оператора квадрату повної маси системи $\hat{M}^2$. Досліджено та розв'язано задачу на власні значення для оператора квадрата повної маси системи N частинок із осциляторноподібною взаємодією.

2. Розглянуто квантування канонічної реалізації алгебри $\mathfrak{p}(1,1)$ за допомогою узагальненого правила Вайля. Доведено, що вимога збереження комутаційних співвідношень цієї алгебри накладає обмеження на класи правил квантування. Якщо крім цього вимагати взаємної відповідности між операторами Казимира класичної та квантової реалізації алгебри $\mathfrak{p}(1,1)$, то допустимі узагальнення правила Вайля обмежуються двопараметричною сім'єю. Отже, умова Пуанкаре–інваріянтности не ліквідує до кінця неоднозначність процедури квантування.
3. Побудовано та досліджено гамільтонове формулювання для взаємодій польового типу в параметричній формі. Показано, що відсутня глобальна еквівалентність між гамільтоновим та лагранжевим описом. Запропоновано метод гладкого продовження світових ліній частинок у $\mathbb{M}_2$ для скалярної та векторної взаємодій. Продемонстровано узгодженість такого способу продовження із квантовими результатами. Для широкого класу взаємодій польового типу побудовано гамільтонів опис в явній формі у другому наближенні за константою взаємодії α.
4. Показано, що для взаємодій польового типу рівняння масової оболонки (для скалярної та векторної взаємодій у точному випадку, а для класу взаємодій польового типу в другому наближенні за α) є лінійним рівнянням на алгебрі Лі групи $\mathcal{SO}(2,1)$. Використовуючи це, побудовано квантово-механічний опис для таких систем, знайдено вектори станів в абстрактному гільбертовому просторі та спектри мас. Запропоновано узагальнення отриманих результатів на тривимірний випадок.

Основні результати дисертації опубліковані в роботах:

1. Шпитко В. Релятивістська система трьох тіл у двовимірній моделі фронтової форми динаміки // Фіз. зб. НТШ — 1993. — **1**. — С.196-208.
2. Третяк В.І., Шпитко В.Є. Квантування Вайля у двовимірній моделі фронтової форми релятивістичної динаміки // Укр. фіз. журн. 1995. — **40**, N 11-12. — С.1250–1255.

3. Shpytko V. Exactly integrable model of relativistic N-body system in the two-dimensional variant of the front form of dynamics.// Acta Phys. Pol. 1996. — **B27**, N 9. — p.2057–2070.
4. Третяк В.І., Шпитко В.Є. Квантування релятивістичної осциляторної взаємодії у двовимірній моделі фронтової форми динаміки // Фіз. збірник НТШ — 1996. — **2**. — С.275–289.
5. V.Tretyak, V. Shpytko. On the relativistic mass spectra of the two-particle system.// J. Nonlin. Math. Phys. — 1997. — **4**, N 1–2. — p.161–167.
6. A.A.Duviryak, V.I.Tretyak, V.Ye.Shpytko. Exactly solvable two-particle models in the isotropic form of relativistic dynamics. // Proc. of the Workshop on Soft Physics "Hadrons–94". — Uzhgorod, September 7–11, 1994. — 1994, p.353–362.
7. Третяк В.И., Шпытко В.Е. Некоторые квантово-механические модели во фронтовой форме релятивистской динамики в двумерном пространстве-времени. — Львов, 1988. — 25 с. — (Препринт / АН УССР. Ин-т прикл. пробл. механики и математики; N 13–88).
8. Шпитко В. Релятивістська система трьох тіл у двовимірній моделі фронтової форми динаміки - Київ, 1991. - 16с. — (Препринт/ АН Української РСР. Інститут теоретичної фізики ; N 91-17У).
9. Шпитко В.Є. Точно інтегровна модель релятивістської системи N тіл у двовимірній фронтовій формі динаміки. - Львів, 1993. - 21с. — (Препринт/ НАН України. Інститут фізики конденсованих систем; N 93-12У).

Spytko V.Ye. Quantum-mechanical models of the relativistic direct interaction of N-body system in front form of dynamics.
Thesis on search of the scientific degree of candidate of physical and mathematical sciences, speciality 01.04.02 – theoretical physics. Lviv State University, Lviv, 1997.
9 scientific papers containing the theoretical studies of the problem of construction of the relativistic quantum-mechanical decription of N-body system in front form of dynamics on the base of classical Hamiltonian and Lagrangian descriptions are defended. A number of exactly solvable relativistic quantum mechanical models of two- and N-body systems is constructed. The eigenvalues and eigenfunctions of the total mass-squared operator of these systems are obtained.
Шпытко В.Е. Квантово-механические модели релятивистического прямого взаимодействия системы N тел во фронтовой форме динамики.
Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика. Львовский государственный университет, Львов, 1997.
Защищается 9 научных работ, содержащих теоретические исследования проблемы построения релятивистского квантово-механического описания системы N тел во фронтовой форме динамики на базе классического гамильтонового и лагранжевого описаний. Построено и исследовано ряд точно решаемых релятивистских квантово-механических дву- и N-частичных моделей, для которых получены собственные значения и собственные функции оператора квадрата полной массы.
Ключові слова: *квантування Вайля, фронтальна форма динаміки, пуанкаре-інваріянтність.*

ПІдписано до друку 22.04.97. Формат 60х84/16. ПапІр друк. №I.
Друк офсетн. Умовн. друк. арк. I,0. Обл.-вид. арк. I,0.
Умовн. фарб. вІдб. I,I. Тираж I00. Зам. 83.

Машинно-офсетна лабораторІя ЛьвІвського держунІверситету
Ім. І.Франка. 290602 ЛьвІв, вул.УнІверситетська, I.