

Національна академія наук України  
Фізико-механічний інститут ім Г.В. Карпенка

На правах рукопису

Олійник Андрій Петрович

**Математичне моделювання та визначення  
напружено-деформованого стану ділянки  
трубопроводу за відомими переміщеннями точок  
поверхні**

Спеціальність **05.13.02** -Математичне моделювання в  
наукових дослідженнях

**А в т о р е ф е р а т**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Львів - 1997 р.



Дисертацією є рукописо

Робота виконана в Інституті прикладних проблем механіки та математики ім. Я.С.Підстригача НАН України, м.Львів

Науковий керівник: канд. фіз.-мат. наук, ст.наук.співр.  
ЧЕКУРІН ВАСИЛЬ ФЕОДОСІЙОВИЧ

Офіційні опоненти: докт. фіз.-мат. наук, ст.наук.співр.  
БЕРБЮК ВІКТОР ЄВГЕНОВИЧ  
докт. техн. наук, доц.  
СТОЦЬКО ЗІНОВІЙ АНТОНОВИЧ

Провідна установа: Чернівецький державний університет  
ім. Крія Федьковича

Захист відбудеться "27" Травня 1997 р. о 14 год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 04.01.02 при Фізико-механічному інституті ім. Г.В.Карпенка НАН України за адресою: 290601, Львів-53, МСП, вул.Наукова, 5.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту (290601, Львів-53, МСП, вул.Наукова, 5).

Автореферат розісланий "24" Квітня 1997 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради,  
докт. техн. наук

Бунь Р.А.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми:** Неруйнівні методи визначення напружено - деформованого стану (НДС) твердих тіл, що базуються на використанні ефектів взаємодії полів різної фізичної природи, дозволяють одержувати кількісну інформацію про досліджувані поля переміщень, деформацій та напружень.

Найбільш поширеними методами неруйнівного контролю напруженого стану магістральних трубопроводів є акустичні, оптичні, п'єзомагнітні методи, які передбачають, як правило, зондування об'єкта дослідження фізичними полями і визначення зміни параметрів цих полів внаслідок взаємодії з полем напружень.

До іншої групи методів слід віднести методи акустичної емісії, методи тензометрії, чутливих покриттів тощо. Вказані методи та шляхи їх реалізації описані в роботах Абена Х.К., Айнбіндера А.В. Александрова А.В., Бобренка В.М., Вологжанінова Ю.І., Гузя О.М., Гуці О.І., Писаренка Г.С., Харіоновського В.В. та багатьох інших авторів.

Для реалізації всіх наведених методів необхідний безпосередній контакт вимірювальної апаратури з поверхнею об'єкта дослідження з метою встановлення пристроїв збудження та реєстрації фізичних полів чи перетворювальних елементів. Це, як правило, вимагає спеціальної підготовки поверхні об'єкта дослідження, інших умов.

Метод геодезичних вимірювань дозволяє встановлювати координати об'єктів в просторі дистанційно, за допомогою оптичних систем вимірювання відстаней. Таким чином можна визначити з певною точністю переміщення наперед визначеної множини точок на поверхні трубопроводу в різні моменти часу.

Задача визначення НДС ділянки трубопроводу за

ЛІСТ № 11 Сесії  
АН України

результатами вимірювання переміщень точок його поверхні розв'язувалась в рамках різних моделей, згідно з якими ділянка трубопроводу розглядалася як стержень, балка чи оболонкова конструкція (Бородавкін П.П., Березін В.Л., Айнсіндер А.Б., Алфутов М.А., Харіонівський В.В., Перун Й.В. та ін.). При цьому вдавалося визначити усереднені по перетину або товщині труби характеристики напруженого стану відповідно до гіпотез, покладених в основу відповідних теорій. Тому науковий інтерес представляє розробка математичної моделі деформування ділянки трубопроводу, яка дозволяла б знаходити розподіл всіх компонентів тензора напружень та деформацій по об'єму труби. Це дозволило б точніше здійснювати оцінку технічного стану трубопроводу, зокрема, за критерієм міцності та стійкості.

Задача визначення НДС ділянки трубопроводу за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні є некоректно поставленою, оскільки задані переміщення лише на частині досліджуваного тіла, що не дозволяє знайти єдиний розв'язок. Тому важливого значення набуває проблема дослідження коректності цієї задачі та розробки алгоритмів її регуляризації з використанням додаткової інформації про об'єкт дослідження. Фундаментальними роботами з питань методів розв'язання некоректно поставлених задач є праці Тихонова А.М., Морозова В.А., Іванова В.В. та інших авторів. Методи та алгоритми регуляризації обернених задач, що виникають при визначенні НДС різних об'єктів розроблені в роботах Алберга Дж., Гузя О.М., Зав'ялова Ю.С., Марчука Г.І., Осадчука В.А., Підстригача Я.С., Прейсса А.К., Уолша Дж., Фоміна А.В. та інших авторів.

Розробка нових математичних моделей деформування діля-

ок магістральних трубопроводів викликана необхідністю підвищення ефективності використання ресурсу електронно-обчислювальних машин, зменшення часу розрахунку задачі.

Метою даної роботи є створення методів та програмних засобів математичного моделювання НДС трубопроводу з використанням даних про переміщення точок поверхні. Для досягнення поставленої мети розв'язуються такі задачі:

- створення математичної моделі деформування ділянки трубопроводу та встановлення області її адекватності;

- розробка числових методів наближеного розв'язання задачі знаходження НДС ділянки трубопровода за відомими переміщеннями множини точок поверхні;

- побудова алгоритмів та програм для розрахунку НДС ділянки магістрального трубопроводу за результатами геодезичних вимірювань переміщень точок його поверхні;

- дослідження ефективності розроблених методик, математичних моделей, алгоритмів та програм на модельних об'єктах;

- побудова з допомогою розроблених методів та програмного забезпечення математичних моделей реальних ділянок трубопроводів з метою оцінки їх технічного стану.

Вірогідність одержаних результатів забезпечується обґрунтуванням теоретичних результатів, тестуванням розробленого методу розв'язання на модельних задачах співпадінням отриманих результатів в деяких часткових випадках із результатами, відомими з літератури, порівнянням з результатами вимірювань методами неруйнівного контролю та розрахунками за допомогою відомих чисельних алгоритмів.

Методи досліджень. Під час виконання роботи застосовувались методи механіки суцільного середовища, теорії пружності, диференціальної геометрії, методи апроксимації

результатів вимірювання поліноміальними сплайнами, метод скінчених різниць розв'язання систем рівнянь з частинними похідними, а також методи програмування на алгоритмічних мовах високого рівня.

Наукова новизна роботи полягає в тому, що:

- розроблено математичну модель деформування ділянки магістрального трубопроводу, що враховує результати вимірювання переміщень дискретної множини точок його поверхні;

- в рамках розробленої моделі здійснено постановку оберненої задачі визначення НДС за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні та запропоновано метод її наближеного розв'язання;

- розроблено методику визначення НДС ділянки магістрального трубопроводу за результатами вимірювань переміщень точок поверхні геодезичними методами, яка дозволяє визначити всі компоненти тензорів деформацій та напружень по цілому об'єму труби.

На захист виносяться наступні положення:

- математична модель деформування ділянки трубопроводу, яка раховує результати вимірювань переміщень дискретної множини точок її поверхні;

- постановка та дослідження задачі визначення НДС ділянки трубопроводу за відомими переміщеннями множини точок її поверхні в рамках розробленої моделі;

- обґрунтування вибору кроку розташування точок вимірювання переміщень на поверхні трубопроводу з метою отримання необхідної точності інтерполяції просторового положення ділянки;

- результати математичного моделювання для реальних

трубопроводів при різних формах подання функцій, що характеризують зміну геометрії досліджуваного тіла;

- інженерна методика визначення НДС ділянки трубопроводу за результатами геодезичних вимірювань переміщень точок її поверхні.

Практична цінність роботи полягав в тому, що створені методи дають можливість здійснювати визначення просторового розподілу всіх компонент тензорів напружень для ділянок магістральних трубопроводів, що дозволяє більш точно оцінювати його технічний стан. Розроблені методи визначення НДС можуть застосовуватись для діагностики технічного стану об'єктів з подібною геометричною конфігурацією: захисні оболонки реакторів атомних електростанцій, обертові печі тощо.

Реалізація результатів роботи. Результати роботи використовувались при виконанні державних та госпдоговірних наукових тем в Івано-Франківському державному технічному університеті нафти газу на кафедрі опорудження трубопроводів і сковищ (теми Г-3, Г-13, г/т ММ 260, 359). В результаті впровадження результатів роботи в управліннях магістральних трубопроводів на території України та Республіки Молдова одержано сумарний економічний ефект, який склав 126865 гривень та 1500000 лей. Розроблено комплекс програм для проведення розрахунків на ПЕОМ, який застосовується для оцінки НДС складних технічних систем з подібною геометричною конфігурацією - захисні оболонки реакторів Рівненської та Хмельницької атомних електростанцій.

Апробація роботи і публікації. Основні положення і окремі результати дисертаційної роботи доповідались ;

обговорювались на науково-технічних конференціях професорсько-викладацького складу Івано-Франківського державного технічного університету нафти і газу (1993,1995,1996), на 3-ій міжвідомчій конференції "Контроль и диагностика общей техники" (Москва, 1992), науково - методичній конференції "Використання ПЕОМ в навчальному процесі вузу" (Львів, 1992), Міжнародній діловій зустрічі "Диагностика-93" (Ялта, 1993), 1-ї Міжнародній конференції "Міцність та надійність конструкцій нафтогазового обладнання" (Івано-Франківськ, 1994), науково-практичній конференції "Нафта і газ України" (Київ,1994), науково-практичній конференції "Стан, проблеми і перспективи розвитку нафтогазового комплексу Західного регіону України" (Львів,1995), 3-ому Міжнародному симпозиумі "Некласичні проблеми теорії тонкостінних елементів конструкцій та фізико-хімічної механіки композиційних матеріалів" (Івано-Франківськ, 1995), Всеукраїнській науковій конференції "Крайові задачі термомеханіки" (Львів, 1996), на семінарах відділу Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача (Львів,1994,1996,1997) та факультету прикладної математики Львівського державного університету ім. І.Я. Франка (1996).

За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано 15 наукових праць.

**Структура і обсяг роботи:** Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку літератури і додатків, в яких подано акти впровадження результатів роботи у виробництво.

Робота викладена на 110 сторінках тексту, містить 2 додатки.

## ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі подано короткий огляд і аналіз літератури з даної проблематики та обґрунтовано актуальність теми дослідження. Викладено мету роботи, основні положення, що вносяться на захист, описано структуру роботи.

Перший розділ присвячено створенню математичних моделей деформування ділянки трубопроводу з використанням результатів вимірювання переміщень певної множини точок її поверхні.

Розглянуто ділянку магістрального трубопроводу як поверхню  $S^+$ , обмежену двома замкненими кривими  $\partial S_1^+$  та  $\partial S_2^+$ . В обраній декартовій системі координат радіус-вектор довільної точки цієї поверхні подається у формі:

$$\vec{R}(\xi^1, \xi^2) = X^1(\xi^1, \xi^2) \vec{e}_1, \quad \xi_1^1 \leq \xi^1 \leq \xi_2^1; 0 \leq \xi^2 \leq 2\pi, \quad i=1,2,3.$$

Нехай лінії  $\xi^1 = \text{const}$  є замкненими лініями максимальної кривини, а лінії  $\xi^2 = \text{const}$  – розімкнені лінії мінімальної кривини. Позначимо ці лінії символами  $L_{\xi^1}$  та  $L_{\xi^2}$  відповідно. Площину, яка містить вектори  $\vec{n}$  та  $\vec{v}$ , визначені в деякій точці  $\vec{R}(\xi_*^1) \in L_{\xi^j}$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j=1,2$ , позначатимемо символом  $\alpha_{\xi_*^1}^n$ .

Віссю  $L_0$  поверхні  $S^+$  називається лінія, для якої радіус-вектор  $\vec{R}(\xi^1)$  кожної точки визначається за формулою:

$$\vec{R}(\xi^1) = \frac{1}{|L_{\xi^1}|} \int_{L_{\xi^1}} \vec{r} \, dl, \quad \vec{r} \in L_{\xi^1}.$$

Середнім діаметром  $D_0$  поверхні  $S^+$  називається величина, що обчислюється за формулою:

$$D_0 = \frac{1}{|L_0|} \int_{L_0} D_{\xi^1} \, dl(\xi^1).$$

Поверхню  $S^+$  називатимемо квазіциліндричною, якщо:

- 1°.  $|D_{\xi^1}^- D_0| \ll D_0 \quad \forall \xi^1 \in [\xi_1^1, \xi_2^1]$ .
- 2°. Для будь-якої точки  $\bar{R} \in S^+$ :  $|K_{\xi^1}| / |K_{\xi^2}| \ll 1$ , де  $K_{\xi^1}, K_{\xi^2}$  - кривини ліній  $L_{\xi^1}$  та  $L_{\xi^2}$  відповідно.
- 3°.  $|K_{\xi^1} - \frac{2}{D_{\xi^1}}| \ll 0.5 D_{\xi^1} \quad \forall \bar{R} \in L_{\xi^1}$ .

Тіло, обмежене двома квазіциліндричними поверхнями  $S^+$  і  $S^-$  зі спільною віссю  $L_0$ , для яких виконується умова  $D_0^+ > D_0^-$ , де  $D_0^+, D_0^-$  - середній діаметр поверхонь  $S^+$  та  $S^-$ , називається криволінійним циліндричним тілом.

В ролі координат  $\xi^i, i=1,2,3$  вибираються наступні параметри:

$\xi^1 = \varphi$  - довжина дуги лінії мінімальної кривини  $L_{\xi^2}$  на поверхні  $S^+$ ,  $0 \leq \xi^1 \leq |L_{\xi^2}|$ ;

$\xi^2 = \varphi$  - кут між векторами  $\vec{b}_1$  та  $\vec{a}_1$ , де  $\vec{b}_1$  - вектор бінормалі до лінії  $L_{\xi^2}$ , визначений в точці  $\bar{R}_1(\xi_0^1) \in L_{\xi^2}$ , який відкладено в точці  $\bar{R}(\xi_0^1) \in L_0$ ,  $\bar{R}(\xi_0^1) = L_0 \cap \alpha_1^n$ ;  $\vec{a}_1$  - вектор, що визначає напрямок від точки на осі  $\bar{R}(\xi_0^1) \in L_0$  до точки  $A(\xi^1, \xi^2, \xi^3)$ ,  $0 \leq \xi^2 \leq \pi$ ;

$\xi^3 = r$  - довжина вектора  $\vec{a}_1$ ,  $r_- = \xi_1^3 \leq \xi^3 \leq \xi_2^3 = r_+$ .

Показано, що для досліджуваного тіла  $B$  введена система лагранжевих координат  $(s, \varphi, r)$  дозволяє однозначно ідентифікувати матеріальні точки даного тіла в момент часу  $t_0$  в кожному січенні тіла площиною  $\alpha_2^n$ .

В даній системі координат радіус-вектор довільної точки  $\chi \in B$  в момент часу  $t_0$  задається у вигляді:

$$\bar{R}(s, \varphi, r) = \bar{R}_{L_{\xi^2}}(s, \varphi, r) - \frac{D(s)}{2} \vec{n}_{L_{\xi^2}}(s, \varphi, r) + (\vec{n}_{L_{\xi^2}}(s, \varphi, r) \times \sin \omega_0(s, \varphi, r) + \vec{b}_{L_{\xi^2}}(s, \varphi, r) \cos \omega_0(s, \varphi, r)) \rho_0(s, \varphi, r), \quad (1)$$

де  $\vec{R}_{L_{\xi}^2}(s, \varphi, r)$  - радіус-вектор точки, що належить лінії  
максимальної кривини  $L_{\xi}^2$ ;  $D(s)$  - діаметр області, обмеженої  
лінією  $s = \text{const}$  на поверхні  $S^+$ ;  $\vec{n}_{L_{\xi}^2}(s, \varphi, r)$ ,  $\vec{b}_{L_{\xi}^2}(s, \varphi, r)$  -  
вектори нормалі та бінормалі до  $L_{\xi}^2$ ;  $\omega_0(s, \varphi, r)$ ,  $\rho_0(s, \varphi, r)$  -  
функції, що характеризують геометрію перерізу, причому:

$$\frac{dD(s)}{ds} \ll 1; \omega_0(s, 0, r) = \omega_0(s, 2\pi, r); \rho_0(s, 0, r) = \rho_0(s, 2\pi, r),$$

$$\left| \frac{\partial \omega_0}{\partial s} \right| \ll 1, \left| \frac{\partial \omega_0}{\partial r} \right| \ll 1, \left| \frac{\partial \omega_0}{\partial \varphi} \right| \ll 1, \left| \frac{\partial \rho_0}{\partial s} \right| \ll 1, \left| \frac{\partial \rho_0}{\partial r} \right| \ll 1, \left| \frac{\partial \rho_0}{\partial \varphi} \right| \ll 1,$$

$$\det \left\| \frac{\partial X^i}{\partial \xi^j} \right\| = \rho_0 + 0.5 K_{\xi}^2 \rho_0 D(s) - K_{\xi}^2 \rho_0^2 \sin \omega_0 \neq 0$$

Вважатимемо, що для деформованого тіла виконуються умови:

$$\frac{2\varepsilon_{1j} d\xi^1 d\xi^j}{g_{1j} d\Omega^1 d\Omega^j} \ll 1 \quad \forall \vec{R} \in V_0, \vec{r} = \alpha(\vec{R}, t) \in V, i, j = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$2 \frac{\partial \varepsilon_{1j}}{\partial \xi^k} \ll \frac{\partial g_{1j}}{\partial \xi^k} \quad \forall \vec{R} \in V_0, \vec{r} = \alpha(\vec{R}, t) \in V, i, j, k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

причому  $\alpha(\vec{R}, t)$  - закон руху точок досліджуваного тіла.

Доведено, що ці деформації, які задовільняють умови  
(2) та (3), зберігається квазіциліндричність поверхонь  
 $s^+ = \alpha(s^+, t)$ ,  $s^- = \alpha(s^-, t)$  і деформоване тіло  $B$  є криволінійним  
циліндричним тілом.

Радіус-вектор будь-якої точки тіла в контрольний момент  
часу визначається за формулою:

$$\vec{r}(s, \varphi, r, t) = \vec{r}_l(s, \varphi, r, t) - \frac{d(s, t)}{2} \vec{n}_l(s, \varphi, r, t) + (\vec{n}_l(s, \varphi, r, t) \times$$

$$\sin \omega(s, \varphi, r, t) + \vec{b}_l(s, \varphi, r, t) \cos \omega(s, \varphi, r, t)) \rho(s, \varphi, r, t) +$$

$$\vec{r}_l(s, \varphi, r, t) \psi(s, \varphi, r, t), \quad (4)$$

причому всі величини, що в неї входять, аналогічні (1), але  
визначаються в контрольний момент часу,  $\psi(s, \varphi, r, t)$  - функція,  
що характеризує переміщення точки в напрямку  $\vec{r}_l$ . Також

чином, математично описуються тривимірні переміщення точок ділянки трубопроводу.

При деформаціях, для яких виконуються умови (2) та (3),

лінія  $l$  та процес деформування мають такі властивості:

$$\frac{\left| \left| \vec{r}_l(s, \varphi, r, t) \right| - \left| \vec{R}_{L_t, 2}(s, \varphi, r) \right| \right|}{\left| \vec{R}_{L_t, 2}(s, \varphi, r) \right|} \ll 1 \quad \forall \vec{R}_{L_t, 2}(s, \varphi, r) \in S^+$$

$$\frac{\left| k_l \vec{r}_l - K_{L_t, 2}(\vec{R}_{L_t, 2}) \right|}{K_{L_t, 2}(\vec{R}_{L_t, 2})} \ll 1 \quad \vec{r}_l(s, \varphi, r, t) \in S^+(s^+, t);$$

$$\omega(s, 0, r, t) = \omega(s, 2\pi, r, t); \quad \rho(s, 0, r, t) = \rho(s, 2\pi, r, t);$$

похідні функцій  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\psi$ , значення функцій  $\psi$  та кручення кривих  $\overset{0}{v}_{t, 2}^{\nu}$  є малими за величиною, звідки встановлюється:

$$\det \left\| \frac{\partial x^i}{\partial \xi^j} \right\| = \rho + 0.5k_l \rho d(s, t) - k_l \rho^2 \sin \omega + \delta_1 \neq 0,$$

$$\delta_1 = \delta_1(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial \xi^i}) \ll \rho, \quad \left| 0.5k_l \rho d(s, t) \right| \ll \rho, \quad \left| k_l \rho^2 \sin \omega \right| \ll \rho.$$

Доведено, що для деформованого тіла введені лагранжіві координати також однозначно ідентифікують точки тіла:

$$(s, \varphi, r) \longmapsto (x^1, x^2, x^3), \quad (s, \varphi, r) \longmapsto (x^1, x^2, x^3).$$

Встановлено, що компоненти метричних тензорів  $\overset{0}{g}_{ij}$  та  $g_{ij}$  мало відрізняються від компонентів метричного тензора циліндричної системи координат в початковий та контрольний моменти часу.

Вважається, що тіло  $V$  перебуває в стані рівноваги під дією всіх сил, що діють на нього. Виходячи з цього встановлюється система для визначення компонент вектора переміщення точок даного тіла (з урахуванням встановлених умов на його деформації):

$$\frac{1-\sigma}{1-2\sigma} \frac{\partial^2 u_s}{\partial s^2} + \frac{1}{2(1-2\sigma)r^2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial s \partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_s}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{2(1-2\sigma)r} \frac{\partial u_r}{\partial s} + \frac{1}{2r} \frac{\partial u_r}{\partial s} = -\rho_m F^s, \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial s^2} + \frac{1}{2(1-2\sigma)} \frac{\partial^2 u_s}{\partial s \partial \varphi} + \frac{1-\sigma}{(1-2\sigma)r^2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{1-\sigma}{(1-2\sigma)r} \frac{\partial u_r}{\partial s} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{3}{2r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{2r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{2}{r^2} u_\varphi = -\rho_m F^\varphi, \quad (6)$$

$$\frac{1}{2(1-2\sigma)} \frac{\partial^2 u_s}{\partial s \partial r} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial s^2} + \frac{1}{2(1-2\sigma)r^2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r \partial \varphi} + \frac{1}{2r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \varphi^2} - \frac{2-\sigma}{(1-2\sigma)r^3} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{(1-2\sigma)r^2} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\sigma}{(1-2\sigma)r} \frac{\partial u_s}{\partial s} = -\rho_m F^r, \quad (7)$$

з відповідними граничними умовами.

Вводяться метричні лінійні простори з властивостями:

$U_N$ -простір, який складається з  $N$  векторів, заданих в фіксованих точках поверхні  $S^+$  області  $V$ , його елементи визначаються наступним способом:

$$u_N = (\vec{u}(\vec{r}_1), \vec{u}(\vec{r}_2), \dots, \vec{u}(\vec{r}_N)), \quad \vec{r}_i \in S^+;$$

$U_V$ -простір, що складається з векторів переміщення, визначених на всій області  $V$ ; визначені за цими векторами компоненти тензорів деформацій та напружень задовільняють умови та співвідношення даної задачі;

$U_L$ -простір, елементами якого є вектори переміщення, задані на деякій лінії  $l$  на зовнішній поверхні  $S^+$  області  $V$ .

В кожному з введених просторів встановлюється спосіб визначення відстаней між елементами. Формулюються обернені задачі (невідомі величини містяться в правій частині рівностей):

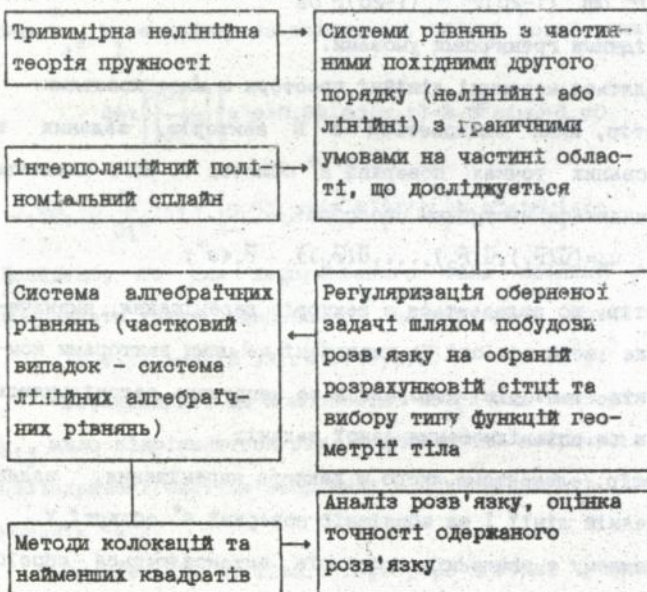
$$\mathcal{L}^{-1} u_N = u_V, \quad u_V \in U_V, \quad u_N \in U_N; \quad (8)$$

$$\mathfrak{E}^{-1} u_L = u_V, \quad u_V \in U_V, \quad u_L \in U_L; \quad (9)$$

$$\mathfrak{E}^{-1} u_N = u_L, \quad u_L \in U_L, \quad u_N \in U_N. \quad (10)$$

Доводиться, що задачі (8) – (10) є некоректно поставленими. Таким чином, математична модель деформування ділянки трубопроводу представляється через функції  $\rho(s, \varphi, r, t)$ ,  $\omega(s, \varphi, r, t)$ ,  $\psi(s, \varphi, r, t)$ , які характеризують всі можливі переміщення точок ділянки з використанням результатів вимірювання переміщень.

В другому розділі розроблена чисельна методика наближеного розв'язку задачі (8), сформульованої в рамках створеної математичної моделі. Загальна схема побудови розв'язку даної задачі включає побудову регуляризованих алгоритмів для задач (9) та (10) і подається у вигляді:



Використовуючи алгоритм інтерполяції кубічним сплайном, можна побудувати функції  $x^k(s)$  та  $x^k(\varphi)$ , які задаватимуть радіус-вектори ліній  $L_2$  та  $l$  на поверхні тіла. Закон руху

лінії  $L_{i,2}$  записується у вигляді закону зміни вектора переміщення в часі:  $\vec{u}_{L_{i,2}} = \vec{r}_i - \vec{R}_{L_{i,2}}$ .

Розв'язок задачі зводиться до знаходження розв'язку нелінійної системи диференціальних рівнянь з частинними похідними, яка одержується при підстановці в систему (5-7) вектора переміщень згідно з (1) та (4) з граничними умовами, що враховують відомі силові фактори, що діють на досліджувану ділянку трубопроводу. Задача знаходження розв'язку вказаної системи зводиться до визначення мінімуму функції багатьох змінних від коефіцієнтів розкладу невідомих функцій  $\rho(s, \varphi, r, t)$ ,  $\omega(s, \varphi, r, t)$ ,  $\psi(s, \varphi, r, t)$  у вигляді лінійних комбінацій функцій базової системи:

$$\begin{aligned} \Phi(C_1, D_1, E_1, F_1, H_1) = & \sum_{j=1}^3 \iint_V \left[ r_j^*(C_1, D_1, E_1, F_1, H_1) - \rho_j r_j \right]^2 dV + \\ & + \sum_{l=1}^3 \iint_S \left[ g_l^*(C_1, D_1) - g_l \right]^2 d\Sigma + \sum_{m=1}^3 \iint_S \left[ \xi_m^*(E_1, F_1, H_1) - g^m \right]^2 d\Sigma + \\ & + \sum_{k=1}^3 \iint_{S_k \in S^+} \left[ h_k^* - H_k \right]^2 d\Sigma. \end{aligned} \quad (11)$$

Встановлено фактори, що впливають на точність розв'язку задачі (8). Сумарну похибку  $\Delta$  при розв'язанні задачі можна оцінити за формулою  $\Delta = \left[ \sum_{i=1}^7 \Delta_i^2 \right]^{1/2}$ , яка враховує незалежність всіх типів похибок  $\Delta_i$  що виникають в процесі розв'язку задачі. При цьому встановлюються залежності для оцінки кроку вибору точок на поверхні трубопроводу з метою проведення вимірювання переміщень з метою одержання заданого рівня точності.

Таким чином, результати моделювання процесу деформування ділянки трубопроводу одержуються шляхом розв'язку задачі знаходження мінімуму функції (11) та розрахунку параметрів НДС з рахуванням одержаних функцій геометрії ділянки  $\varphi$ ,  $\rho$  та  $\psi$ .

В третьому розділі досліджується напружено - деформований стан модельних ділянок, для яких задано переміщення точок на частині поверхні, що задовільняють умови:

$$\begin{aligned}x^3 - X^3 &= 0; & x_V^3 - X_V^3 &= 0; \\(x^1 - X^1)^2 + (x^2 - X^2)^2 &= (x_V^1 - X_V^1)^2 + (x_V^2 - X_V^2)^2 = \text{const}; \\ \frac{x^2}{x^1} &= \frac{X^2}{X^1}; & \frac{x_V^2}{x_V^1} &= \frac{X_V^2}{X_V^1},\end{aligned}$$

де координати з індексом "v" належать точкам на гвинтовій лінії, а також переміщення другого типу:

$$\begin{aligned}x^3 - X^3 &= 0; \\(X^1)^2 + (X^2)^2 &= (x^1)^2 + (x^2)^2; \\ \arctg \frac{x^2}{x^1} - \arctg \frac{X^2}{X^1} &= k = \text{const}.\end{aligned}$$

Показано, що в першому випадку задача співпадає з задачею Ламе, а в другому - з задачею кручення стержнів кругового сечення. Досліджено зміну НДС криволінійних циліндричних тіл з відомими просторовими конфігураціями твірної лінії після деформації (сектор кола, параболі, синусоїди). Виявлено добре узгодження результатів з відомими експериментальними та теоретичними даними.

НДС реальних ділянок трубопроводів вивчався при таких поданнях функцій, що характеризують геометрію тіла:

$$\text{I. } \rho(s, \varphi, r, t) = r, \quad \omega(s, \varphi, r, t) = \varphi, \quad \psi(s, \varphi, r, t) = 0; \quad (12)$$

$$\begin{aligned}\text{II. } \rho(s, \varphi, r, t) &= r + \rho_1(s, \varphi, r, t), \quad \omega(s, \varphi, r, t) = \varphi + \omega_1(s, \varphi, r, t) \\ \psi(s, \varphi, r, t) &= 0;\end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{III. } \rho(s, \varphi, r, t) = r + \rho_1(s, \varphi, r, t), \quad \omega(s, \varphi, r, t) = \varphi + \omega_1(s, \varphi, r, t) \\ \psi(s, \varphi, r, t) = \psi_1(s, \varphi, r, t), \quad (14)$$

де  $\rho_1(s, \varphi, r, t)$ ,  $\omega_1(s, \varphi, r, t)$ ,  $\psi_1(s, \varphi, r, t)$  — невідомі функції.

Виявлено, що форма подання цих функцій суттєво впливає на точність розв'язку: при виборі форми (14) зменшується величина нев'язки (11) та виділяються зони зсувних напружень. Це не вдається зробити при використанні форм (12) та (13).

На основі наведеного алгоритму створено методикę оцінки НДС ділянки магістрального трубопроводу за визначеними геодезичними методами переміщеннями певної множини точок її поверхні. Виконано контрольні розрахунки реальної ділянки трубопроводу (район м. Дрокія, Республіка Молдова) довжиною 110 метрів для 12 точок. Дана ділянка досліджувалася за допомогою інших методів контролю та діагностики НДС. Результати, одержані з використанням розрахункової схеми, розробленої в цьому розділі, порівнювалися з результатами, одержаними за допомогою ультразвукових методів оцінки НДС та методами тензометричних досліджень ділянки трубопроводу. Дослідження за допомогою вказаних методів здійснювалися одночасно з метою тестування розроблених методів та створення однакових умов експерименту. Результати наводяться в таблиці:

М Е Т О Д И	Тензометричні	Ультразвукові	Матем. геодез.
НАПРУЖЕННЯ,	110	140	130
МПа	200	240	210
	260	310	285
	160	190	193

Проведено дослідження інших ділянок трубопроводів,

приклади оформлення вхідних даних та результатів розрахунків наведені для ділянки трубопроводу "Союз". Таким чином, результати проведеного моделювання використовуються при розв'язанні конкретних задач діагностики трубопроводів.

У висновках подаються основні результати роботи, вказуються області застосування результатів.

#### ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

Результатами виконаної роботи є розробка наступних питань, що стосуються оцінки напружено-деформованого стану ділянок магистральних трубопроводів за відомими в результаті проведення геодезичних вимірювань переміщеннями певної множини точок їх поверхні:

1. Розроблено математичну модель деформування ділянки трубопроводу, яка базується на рівняннях теорії пружності і враховує результати вимірювання переміщень точок її поверхні, встановлено область застосованості моделі.

2. В рамках розробленої моделі сформульовано обернену задачу відновлення НДС ділянки трубопроводу і досліджено її коректність.

3. Розроблено числові методи наближеного розв'язання сформульованої некоректної задачі, які включають апроксимацію результатів вимірювань переміщень поліноміальним сплайном, побудову дискретного аналога задачі на різницевій сітці та розв'язання отриманої системи рівнянь шляхом мінімізації нев'язки.

4. Шляхом порівняння результатів, отриманих в рамках розробленої та балкової моделей, встановлено область застосованості балкової моделі.

5. Створено інженерні методики визначення НДС ділянки

магістрального трубопроводу за результатами вимірювань переміщень фіксованої множини точок її поверхні з використанням геодезичної апаратури. З метою чисельної реалізації даних методик створено та протестовано програми для розрахунку на ПЕОМ.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ РОБІТ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ.

1. Олійник А.П. Математическое моделирование процесса деформации и напряженного состояния трубопровода с использованием данных геодезических наблюдений/ Методы и средства технической диагностики.- Ивано-Франковск.- 1992.- С.125-131.
2. Олійник А.П. Исследование точности интерполяции при решении задачи диагностики напряженно-деформированного состояния магистральных трубопроводов// Вопросы оборонной техники. Серия 3. Управление промышленным производством, научными исследованиями и разработками.- Москва.- 1996.- Вып.1(272). - С.18-19.
3. Олійник А.П. Обеспечение надежности магистральных трубопроводов путем внедрения новых систем диагностики с учетом сложных условий эксплуатации// Вопросы оборонной техники. Серия 3. Управление промышленным производством, научными исследованиями и разработками.-Москва.- 1996.- Вып.1(272). - С.19-21.
4. Перун И.В., Коваль В.Н., Олійник А.П. Диагностика напряженно-деформированного состояния магистральных газопроводов в горных условиях// Измерительная техника.- 1993, №6.-С.22-23.
5. Чекурін В.Ф., Олійник А.П. Некоректна задача відновлення напружено-деформованого стану криволінійних циліндричних

- тіл за відомими переміщеннями певної множини точок поверхні/ Крайові задачі термомеханіки: Зб.наук.пр.- Київ: Ін-т математики НАН України.- 1996. - Ч.II. - С.160-164.
6. Олійник А.П., Чокурін В.Ф. Обернені задачі відновлення напруженого стану циліндричних тонкостінних елементів за відомими переміщеннями певної множини точок їх поверхні/ Некласичні проблеми теорії тонкостінних елементів...: матеріали доповідей.- Івано-Франківськ: ІФДТУНГ.- 1997, Ч.I.- С.162-164.
7. Перун Я.В., Олійник А.П., Розганок В.В. Проблеми технічної діагностики трубопроводів/ Некласичні проблеми теорії тонкостінних елементів...: матеріали доповідей.- Івано-Франківськ: ІФДТУНГ.- 1997, Ч.II.- С.61-67.
8. Олійник А.П., Бурак К.Е., Бурак У.К. Оценка напряженно-деформированного состояния защитной оболочки реакторного отделения АЭС с ВВЭР-1000 по результатам геодезических наблюдений за ее деформацией.- Деп. в ГНТБ Украины 27.10.1993, №2069-Ук93.- 14 с.
9. Бурак К.Е., Олійник А.П., Бурак У.К. Решение задачи Ламе для оценки напряженно-деформированного состояния сооруженной башенного типа по данным геодезических наблюдений за их деформацией.- Деп. в ГНТБ Украины 27.10.1993 №2066-Ук93.- 14 с.
10. Бурак К.Е., Олійник А.П., Бурак У.К. Предрасчет ожидаемых деформаций кругового подкранового пути реакторного отделения за счет преднапряжения защитной оболочки. - Деп. в ГНТБ 20.10.1993 №2068- Ук93.- 10 с.
11. Перун Я.В., Коваль В.Н., Олійник А.П. Математическое обеспечение ультразвуковых исследований трубопроводных сталей/ Третья Междунар. деловая встреча "Диагностика-93". -

Москва, 1993. - С. 212-216.

12. Перун И.В., Коваль В.Н., Олійник А.П. Исследование напряженно-деформированного состояния магистральных трубопроводов в сложных условиях эксплуатации. - Тезисы Международ. науч.-техн. и метод. конференции. - Ч.1. - Комсомольск-на-Амуре, 1993, С.95-97.
13. Перун Й., Шлапак Л.С., Олійник А.П. Оцінка надійності магістральних трубопроводів в складних умовах експлуатації/Нафта і газ України: Матеріали наук.-практ.конф. - Т.2. - Львів: УНГА, 1995. - С.53-54.
14. Малов В.П., Олійник А.П. Використання ПЕОМ для визначення напружено-деформованого стану за експериментальними зміщеннями ділянки трубопроводу/ Тези доп. Республ. наук.-метод. конф. "Використання персональних ЕОМ в навчальному процесі вузу", Львів, 1992. - С.23.
15. Олійник А.П. Математичне моделювання процесу деформації та напруженого стану за визначеними експериментально зміщеннями ділянки трубопроводу/ Тези наук.-техн. конф. професорсько - викладацького складу ІФІНГ, Івано-Франківськ, 1992. - С.42.

Особистий внесок: Всі наукові результати одержані автором самостійно. В розотах, виконаних спільно з іншими авторами, співавтори приймали участь в обговоренні постановки задачі [5,6,8], оцінці одержаних результатів з точки зору можливості їх впровадження у виробництво [7,9-13], створенні пакету програм для розрахунків на ПЕОМ типу IBM PC параметрів НДС ділянок магістральних трубопроводів [14].

Олійник А.П. Математическое моделирование и определение напряженно-деформированного состояния участка трубопровода по известным перемещениям точек поверхности.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.02 - математическое моделирование в научных исследованиях. Физико-механический институт им. Г.В.Карпенко НАН Украины, Львов, 1997.

Разработан метод определения напряженно-деформированного состояния участка магистрального трубопровода по известным перемещениям точек поверхности. Предложен способ представления закона движения участка в специальной системе координат, связанной с телом. Задача сводится к отысканию неизвестных функций, характеризующих геометрию тела до и после деформации с учетом внешних факторов, действующих на трубопровод. Исследована точность предложенного метода, проведено тестирование вычислительного алгоритма путем решения модельных задач. Осуществлен расчет реальных участков трубопроводов на территории Украины, Республики Молдова.

Olijnyk A.P. Mathematical simulation and stress-deformation state definition for sectors of pipelines using information about the surface point's displacements.

Dissertation for obtaining of the scientific degree of candidate of technical sciences on the speciality 05.13.02 - The mathematical modelling in scientific researches. Physico-mechanical Institute of the National Academy of Science of Ukraine, Lviv, 1997.

The method of stress-deformation state definition for pipeline's sector based on the data of surface point's displacements is designed. The special system of coordinate for representation of the sector's law of moving in original form is given. The initial problem is transformed to the finding of unknown functions of body's geometry taking to account the forces acting on the sector. The accuracy of method is investigated by the model tasks solving, the real sectors of pipelines in Ukraine and Moldova are tested using this method.

Ключові слова: трубопровід, математична модель, деформація напруження, функція геометрії, числовий метод.

Зам. 154 тир. 100 Шлях крб. коп.  
Підписано до друку 14.04. 1997, формат паперу 60x84 1/16, об'єм - 10 д.арк.

Відділ оперативної поліграфії ОУС, м. Івано-Франківськ.

21

Faint, illegible text at the top of the page, possibly a header or introductory paragraph.

Main body of faint, illegible text, appearing to be several paragraphs of a document.

125400

**AB 37.483**