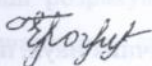


ПРИДНІПРОВСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ  
БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

на правах рукопису

УДК 539.3:678.01.065



Погасій Олена Анатоліївна

**КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ТОРОЇДАЛЬНИХ  
ШАРУВАТИХ ОБОЛОНОК ПНЕВМАТИЧНИХ ШИН  
З ПРУЖНОЮ ОСНОВОЮ**

Спеціальність 05.23.17 - Будівельна механіка

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук

Дніпропетровськ - 1997



Дисертація є рукописом

Робота виконана в Придніпровській державній академії будівництва та архітектури на кафедрі опору матеріалів.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор  
Плеханов Анатолій Васильович

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор  
Кваша Едуард Миколайович

Офіційні опоненти - доктор технічних наук, професор  
Андріанов Ігор Васильович

- кандидат фізико-математичних  
наук, доцент

Ламзюк Володимир Дмитрович

Ведуча організація - Інститут технічної механіки АН України

Захист дисертації відбудеться "29" травня 1997 г. на  
засіданні спеціалізованої вченої ради Д 03.07.01 в Придніпровській  
державній академії будівництва та архітектури за адресою:

320600, м. Дніпропетровськ, вул. Чернишевського, 24-а, ауд. 202.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотечі Придніпровської  
державної академії будівництва та архітектури.

Автореферат розісланий "23" квітня 1997р.

Вчений секретар спеціалізованої  
вченої ради к. т. н., доцент

В.Л. Красовський

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

### Актуальність теми.

Пневматична шина була створена близько ста років тому. За цей короткий історичний термін створені тисячі модифікацій на основі принципової ідеї еластичного рушія для автомобілів і тракторів, а саме: використанні енергії стиснутого повітря в тороїдальній гумовокордній оболонці, закріпленій на колесі транспортного засобу.

Перші розрахунки на міцність оболонки шини були виконані на початку двадцятого століття. В цих розрахунках використовувались перші математичні моделі, запозичені із теорії розрахунків дирижаблів.

Відгоді математичне моделювання напружено-деформованого стану оболонки пневматичної шини розвивалось в залежності від темпів розвитку транспортної техніки.

Високі швидкості руху сучасних транспортних засобів (особливо в авіації та космонавтиці), вагомні силові та температурні впливи на шину, суворі економічні вимоги до впливу транспортного засобу на навколишнє середовище (в першу чергу на ґрунт) призвели до необхідності враховувати всі ці умови експлуатації шини на стадії проектування, щоб уникнути витрат часу при створенні нових конструкцій шин і значно зменшити витрати на впровадження їх у серійне виробництво. Особливо необхідно підкреслити, що шини випускаються сотнями мільйонів штук на рік, тому роль математичного моделювання для них дуже вагома.

Дослідження по темі дисертаційної роботи виконувались автором під час роботи в НДІ великогабаритних шин (м. Дніпропетровськ) відповідно з тематичними планами Міністерства промисловості України та темами договірних робіт з НДІ ВГШ, під час навчання в аспірантурі при кафедрі опору матеріалів ПДАБА.

Актуальність дисертаційної роботи обумовлена, крім зазначених вище загальних для всіх типів шин вимог, необхідністю створення нового

класу шин для сільського господарства - шин наднизького тиску з метою раціонального використання головного багатства нашої країни - чорнозема.

#### **Мета і задачі досліджень.**

Метою роботи є створення математичної моделі для вирішення задач контактної взаємодії шаруватих тороїдальних оболонок пневматичних шин з пружною основою.

Головна ідея роботи складається в доведенні можливості використання нової математичної моделі для прогнозування експлуатаційних характеристик шин на стадії проектування.

Вирішення контактної задачі за допомогою математичних моделей дозволить на стадії проектування обрати оптимальний варіант конструкції шини, отримати вагому економію матеріальних ресурсів і суттєво зменшити час проектування.

Для досягнення поставленої мети потрібне вирішення таких задач:

1. Розробити нову математичну модель шаруватої тороїдальної оболонки для розрахунку пневматичних шин, у яких при експлуатації переміщення порівняні з розмірами поперечного перерізу.
2. Обрати ефективний чисельний метод для розрахунку напружено-деформованого стану гнучких оболонок і пружної основи та розробити комплекс програм для розповсюджених типів ПЕОМ.
3. Провести зіставлення теоретичних та експериментальних результатів для обґрунтування вірогідності розроблених математичних моделей шини і пружної основи та чисельного методу вирішення.

#### **Методи дослідження.**

Поставлена мета досягнута за допомогою комплексного підходу, який вклучає чисельні та аналітичні методи прикладної механіки анізотропного тіла.

Обґрунтування та вірогідність наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у роботі, підтверджена:

1) побудовою математичної моделі для розрахунку контактної взаємодії оболонки шини та пружної основи, яка дозволяє отримувати вирішення з будь-яким ступенем точності;

2) порівнянням отриманих вирішень з вирішеннями інших авторів та експериментальними даними.

**Наукова новизна** полягає в тому, що:

1) розроблена нова математична модель оболонки шини для розрахунку переміщень, порівняних з розмірами поперечного перерізу;

2) вперше вирішена контактна задача для гнучкої оболонки шини та пружної основи;

3) розроблений блочний метод локальних варіацій для розрахунку напружень і деформацій в пружному напівпросторі;

4) на основі виконаних розрахунків отримані нові результати оцінки напружено-деформованого стану оболонки шини та пружної основи, які не можуть бути отримані за допомогою існуючих моделей.

**Практичне значення роботи.**

Запропонована прикладна теорія та способи її реалізації дозволяють досить точно проводити розрахунки оболонок пневматичних шин та пружної основи за допомогою модернізованого комплексу програм для ПЕОМ, який використовується при проектуванні шин в НДІ ВГШ та дипломному проектуванні в ПДАБА.

**Автор захищає:**

1. Нову математичну модель гнучкої оболонки шини для розрахунку переміщень, порівняних з розмірами поперечного перерізу;

2. Нову математичну модель контактної взаємодії оболонки шини та пружної основи;

3. Модифікований метод локальних варіацій для розрахунку напружень та деформацій пружного напівпростору;

4. Результати чисельного вирішення задач контактної взаємодії оболонки шини та пружної основи, які дають нові знання для проектування сучасних шин.

#### **Апробація роботи.**

Основні результати дисертації доповідались і обговорювались на 10 міжнародних конференціях і симпозіумах: на Міжнародній конференції по каучуку та гумі IRC'94 (Москва, 1994 р.), на 4,5,6 Всесоюзних симпозіумах «Проблеми шин та гумовокордних композитів» (Москва, 1992,1993,1995 рр.), на 30-й Польській конференції з механіки (Закопане, 1994 р.), на Міжнародній конференції "Конструювання транспортних систем" (Варшава, 1995 р.) , на Міжнародній конференції по легким конструкціям у цивільному виробництві (Варшава, 1995 р.), на 2,3,4 Польсько-Українських семінарах «Теоретичні основи будівництва» (Варшава, 1994; Дніпропетровськ, 1995; Варшава, 1996 рр.) .

**Публікації.** За матеріалами дисертації опубліковані 10 наукових статей и 2 тезів.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та додатка, 66 рисунків, 9 таблиць, списку використаної літератури з 97 найменувань. Загальний обсяг роботи складає 136 сторінок.

## **ЗМІСТ РОБОТИ**

**В першому розділі** виконаний аналіз існуючих наукових публікацій з проблеми контактної взаємодії тороїдальних шаруватих оболонок пневматичних шин з пружною основою, який дозволив зробити наступні висновки:

1. Розроблені іншими авторами математичні моделі для оцінки напруженого та деформованого стану шини не дозволяють правдоподібно оцінити напружено-деформований стан та розрахунковий ресурс;

а) “сітьова” модель Бідермана-Бухіна-Хоферберта перехресно розміщених ниток корду є безмоментною, тому з її допомогою неможливо вирішити контактну задачу;

б) модель Мухіна на основі криволінійної балки з пружними зв'язками надто спрощено дозволяє вирішити задачу про вплив локального навантаження на шину;

в) метод кінцевих елементів для трьохмірних задач, як і уточнені теорії шаруватих оболонок, або застосування загальних рівнянь анізотропної теорії пружності, потребує використання супер-ЕОМ;

г) застосування прикладних теорій шаруватих оболонок потребує ретельного обґрунтування прийнятих гіпотез.

2. Практично повністю в науковій літературі відсутні постановки, методи та результати вирішення контактних задач для оболонок пневматичних шин та пружної основи з урахуванням переміщень, порівняних з розмірами поперечного перерізу.

Ці висновки дозволили сформулювати мету дослідження - створення математичної моделі для вирішення задачі контактної взаємодії шаруватих оболонок пневматичних шин з пружною основою.

Для досягнення поставленої мети були вирішені наступні задачі:

1. Розроблені нові математичні моделі оболонки пневматичної шини для розрахунку переміщень, порівняних з розмірами поперечного перерізу.

2. Обраний ефективний чисельний метод розрахунку напружено-деформованого стану оболонок шин та пружної основи. Відзнакою такого методу від існуючих є практична реалізація на розповсюджених типах ПЕОМ.

3. Проведена серія розрахунків напружено-деформованого стану оболонок шин та пружної основи і виконаний аналіз результатів.

4. Виконано зіставлення теоретичних та експериментальних результатів для обґрунтування вірогідності розроблених математичних

моделей оболонки шини та пружної основи і чисельного методу вирішення.

У другому розділі розглядаються задачі взаємодії оболонок пневматичних шин з дорожною основою. Ці задачі відрізняються великою різноманітністю. Це зв'язано не тільки з конструктивним вирішенням оболонки шини (діагональні, радіальні та ін.), але і з типом дорожньої основи та умовами навантаження. З позицій будівельної механіки всі типи дорожніх основ можна розподілити на два основні класи:

- 1) абсолютно тверді основи;
- 2) основи, які можуть деформуватися.

В цьому розділі представлені необхідні гіпотези та співвідношення, які узагальнюють відомі формули для переміщень в контактній зоні на випадок взаємодії оболонки шини з пружною основою - напівпростором.

В третьому розділі сформульовані гіпотези для оболонки шини з трьохшарових та одношарових елементів, які не розтягуються в меридіональному напрямку. Трьохшарові оболонки обертання мають широке розповсюдження в традиційних конструкціях сучасної техніки: будівництві, авіації та інших галузях машинобудування. Головна їх перевага перед однорідними оболонками полягає у високій жорсткості при заданих параметрах міцності та ваги. В останні роки трьохшарові оболонки обертання знаходять широке застосування в конструкціях пневматичних шин. З одного боку, оболонка пневматичної шини повинна мати гнучкість в контактній зоні, з іншого боку, в цій же контактній зоні оболонка шини повинна мати значну жорсткість для передавання на дорожню основу зусиль з метою забезпечення заданих вихідних характеристик еластичного рушія (шини). Ці суперечні вимоги можна виконати, якщо використати в силовому каркасі шини трьохшарову оболонку обертання. Пневматичну шину, яка має в своїй конструкції трьохшарову оболонку, називають "радіальна" шина.

Результати вирішення представлених у попередніх роботах задач для пневматичних шин з урахуванням великих перемішень оболонки в контактній ділянці (геометрична нелінійність) та фізичної нелінійності матеріалу (за рахунок розкручення ниток корду) показують, що вирішення контактних задач з урахуванням вказаних вище нелінійностей та особливостей анізотропії матеріалу гумовокордних оболонок дуже складне. Використання однієї математичної моделі для всіх конструктивних вирішень оболонок пневматичних шин не є раціональним. Існуючі в теперішній час різноманітні комплекси програм (наприклад, вітчизняний комплекс "МІРАЖ") потребують значної роботи по адаптації цих комплексів для вирішення контактних задач пневматичних шин. Для будь-якого технічного виробу існують принципові особливості, які визначають основні конструктивні якості виробу та, відповідно, найкращу математичну модель для розрахунку напружено-деформованого стану та ресурсу. Для пневматичних шин такою особливістю є величина переміщень в контактній зоні, яка для деяких з них порівняна з розмірами поперечного перерізу.

Аналіз конструктивних особливостей сучасних пневматичних шин дозволяє виділити два основні класи радіальних шин, а саме: металокордові (для легкового та вантажного транспорту і кар'єрних автосамоскидів) та шини наднизького тиску (для сільськогосподарської техніки).

Для цих шин можна не враховувати деформації розтягу в меридіональному напрямку. В першому випадку деформації малі за рахунок надто високого модуля пружності металокорду (порядка  $10^5$  МПа). В другому випадку, при використанні в каркасі оболонки шини звичайного капронового корду, деформації розтягу в меридіональному напрямку малі за рахунок надто низького внутрішнього тиску у внутрішній порожнині шини (порядка 30-50 кПа).

В цих випадках пропонується меридіональний поперечний переріз трьохшарової оболонки шини моделювати нерозтяжними лінійними кінцевими елементами (рис.1)

Сформулюємо основні гіпотези для оболонки з трьохшарових кінцевих елементів (рис.2).

1. Для всіх шарів деформації розтягу в меридіональному напрямку дорівнюють нулю

$$\varepsilon_y = 0 \quad (1)$$

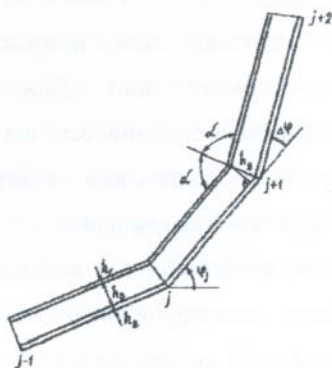
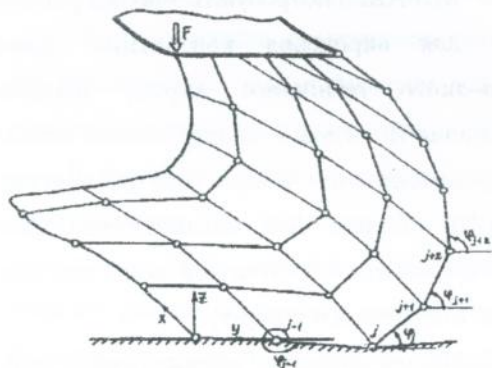


Рис. 1. Фрагмент оболонки з нерозтяжних кінцевих елементів (НКЕ).

Рис. 2. Трьохшарові НКЕ (основні позначення).

2. Деформації зсуву для середнього шару дорівнюють

$$\varepsilon_{yz} = \varphi_j - \varphi_j^0 \quad (2)$$

3. Деформації розтягу - стиску середнього шару по товщині дорівнюють

$$\varepsilon_z = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0} - 1 + \frac{q_1 - q_2}{2E_3} \quad (3)$$

де:  $\Delta\varphi = \varphi_{j+1} - \varphi_j$ ;  $\alpha = (\pi - \Delta\varphi)/2$ ;  $q_1, q_2$  - поперечні навантаження на внутрішній та зовнішній шари трьохшарового елемента;  $E_3$  - модуль пружності середнього шару.

4. Деформації згину зовнішніх шарів дорівнюють

$$\epsilon_y = z\chi_y \quad (4)$$

$$\text{де: } \Delta\varphi_j = \varphi_j^0 - \varphi_j; \quad \chi_y = \frac{\Delta\varphi_j - \Delta\varphi_{j-1}}{\Delta y} \quad (5)$$

В круговому напрямку середня поверхня оболонки апроксимується кінцево-різничною сітковою ділянкою. Таким чином, оболонка шини моделюється комбінованою кінцевоелементно-сітковою системою.

Наведені вище гіпотези для трьохшарового кінцевого елемента можна сформулювати для одношарового елемента.

Згідно з викладеним, запишемо основні гіпотези для одношарового кінцевого елемента.

1. Деформації розтягу в меридіональному напрямку дорівнюють нулю

$$\epsilon_y = 0 \quad (6)$$

2. Деформації згину по товщині оболонки розподілені за законом

$$\epsilon_y = z\chi_y, \quad (7)$$

де  $\chi$  - визначається за формулою (5).

3. Деформації розтягу - стиску по товщині оболонки дорівнюють нулю

$$\epsilon_x = 0 \quad (8)$$

4. Деформації поперечного зсуву дорівнюють нулю

$$\epsilon_{yz} = 0 \quad (9)$$

Якщо використовувати кінцеві елементи однакової довжини для всього меридіонального перерізу оболонки, то необхідно отримати двадцять розрахункових формул для обчислення взаємного розташування кінцевих елементів. Якщо роздивитися загальний випадок, коли всі кінцеві елементи мають різні довжини, то необхідно проаналізувати сорок вісім розрахункових схем.

Відповідно з прийнятими гіпотезами можна отримати рівняння рівноваги для деформованого стану гумовокордної оболонки. Ці рівняння будуть суттєво нелінійними, а їх вирішення можливо виконати лише

методом послідовних наближень. Вирішувати нелінійну крайову задачу при наявності зміщень, порівняних з поперечним перерізом оболонки (аж до її повного вивертання), нам уявляється можливим лише чисельними методами.

Замість рівнянь рівноваги використовуємо функціонал повної енергії оболонки. Для знаходження невідомих функцій переміщень будемо мінімізувати функціонал повної енергії оболонки без отримання системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.

На протязі багатьох років для мінімізації функціоналу повної енергії оболонки нами використовувався чисельний метод локальних варіацій, який виявив свою ефективність при вирішенні контактних задач оболонок пневматичних шин.

Функціонал повної енергії оболонки в загальному випадку для трьохшарової оболонки шини приймає вигляд

$$\begin{aligned} \Xi = & \frac{1}{2} \sum_k \int_{V_k} (\sigma_{11}^k \varepsilon_{11}^k + \sigma_{22}^k \varepsilon_{22}^k + \sigma_{33}^k \varepsilon_{33}^k + \\ & + \sigma_{12}^k \varepsilon_{12}^k + \sigma_{13}^k \varepsilon_{13}^k + \sigma_{23}^k \varepsilon_{23}^k) dV_k + q \Delta V - \\ & - \sum_{i=1}^3 (Q_e u_e + M_i \beta_i) \end{aligned} \quad (12)$$

В (12) позначено:  $\sigma_{ij}^k, \varepsilon_{ij}^k$  - напруження та деформації k-го шару оболонки;  $V_k$  - об'єм k-го шару оболонки;  $q$  - внутрішній тиск;  $\Delta V$  - зміна об'єма внутрішньої порожнини оболонки;  $Q_e, M_e$  - зовнішні лінійні та моментні навантаження;  $u_i, \beta_i$  - лінійні та кутові переміщення по трьох ортогональних напрямках.

Функціонал повної енергії (12) перетворюється за допомогою прийнятих вище гіпотез для гумовокоордної оболонки в функціонал повної енергії в переміщеннях

$$\begin{aligned} \Xi = & \frac{1}{2} \int [B_{11} e_{11}^2 + B_{66} e_{12}^2 + B_{16} (e_{11} \chi_{12} + e_{12} \chi_{11}) + B_{26} e_{12} \chi_{22} + \\ & + B_{13} e_{13}^2 + B_{23} e_{23}^2 + B_{33} e_{33}^2 + \end{aligned}$$

$$+ D_{11} \chi_{11}^2 + D_{66} \chi_{12}^2 + D_{22} \chi_{22}^2 + 2D_{12} \chi_{11} \chi_{22} ] dF_k - q \Delta V - \int_{F_k} (q_1 u_1 + q_2 u_2 + q_3 u_3) dF_c \quad (13)$$

Вірогідність результатів вирішення перевірена в роботі на численних прикладах шляхом порівняння з експериментальними даними та вирішеннями інших авторів. Тут наведемо найбільш цікавий з них з точки зору величини переміщень.

В техніці широко використовуються тороїдальні шаруваті оболонки для виготовлення еластомірних конструкцій, наприклад, шин. Їх особливістю є те, що вони по функціональному призначенню мають дві суттєво відмінні форми рівноваги. У початковій формі рівноваги (складений стан) основні розміри такі (мм): зовнішній діаметр-588;

діаметр ободу-490; ширина ободу-768; периметр оболонки-1750. В другому рівноважному стані діаметр збільшується до 1800 мм.

Оболонка виконана з одного шару корда з кутом нахилу до меридіану нуль градусів і з двох вузьких шарів шириною 280 мм та вуглами нахилу  $\pm 10^\circ$  до меридіану.

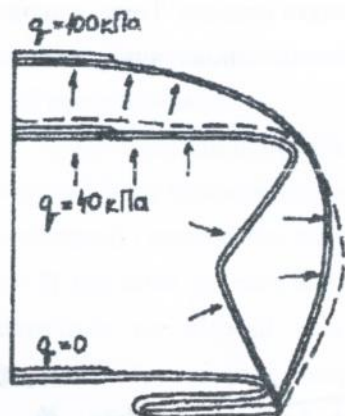


Рис. 3. Тороїдальна шарувата оболонка обертання.

Розрахункові положення оболонки для різних значень внутрішнього тиску показані на рис. 3. При деякому значенні внутрішнього тиску відбувається принципова зміна положення бокової стінки оболонки (показано пунктиром на рис. 3). Розрахункові величини максимального периметру тороїдальної оболонки порівняні з експериментальними даними та наведені в таблиці.

Тиск (кПа)	Периметр (розрахунок)	Периметр (експеримент)	Похибка (%)
30	5080	4850	4,75
40	5190	4930	5,28
50	5270	5100	3,44
60	5300	5300	0
70	5330	5400	-1,3

В четвертому розділі наведені математична модель взаємодії оболонки шини з пружною основою та результати її вирішення.

Однією з найважливіших характеристик шини, призначеної для роботи на основі, яка може деформуватися (грунті), є розподіл тиску по поверхні та глибині основи. Якщо врахувати, що ґрунт є в'язкопружним матеріалом, то вирішення контактної задачі надто складне. Тому, в цьому розділі роботи для математичного моделювання основи використаний пружний напівпростір (рис.4).

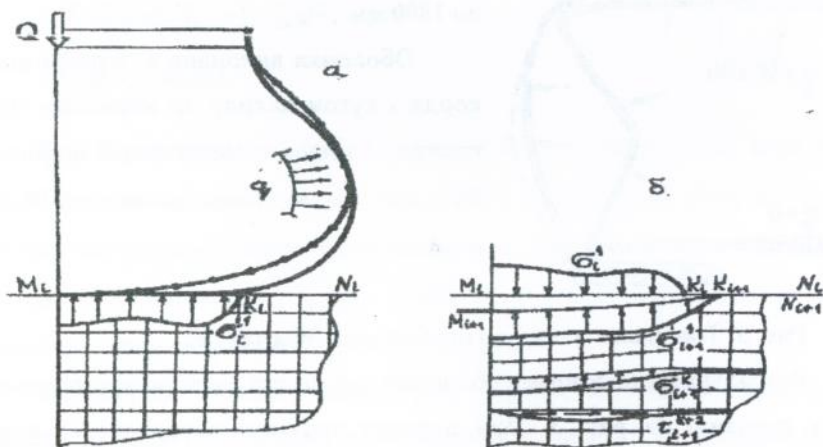


Рис. 4. Контактна взаємодія оболонки шини з пружним напівпростором :  
 а - деформування оболонки при фіксованих переміщеннях напівпростору;  
 б - деформування напівпростору контактними навантаженнями.

Такий підхід значно перевершує за інформативністю модель Вінклера для ґрунта. За допомогою цієї моделі можливо визначити ділянки ущільнення та зсуву ґрунту в будь-якому місті по поверхні та глибині.

Вирішення контактної задачі для двох пружних тіл в зв'язаному вигляді можливе лише при використанні дуже потужних ЕОМ. Тому, нами запропоновано вирішення цієї задачі виконувати методом послідовних наближень.

Функціонал повної енергії для системи шина-ґрунт надаємо у вигляді суми функціоналів повної енергії оболонки шини (при наявності обмежень на переміщення в контактній зоні в залежності від поверхні пружного напівпростору) та функціоналу повної енергії пружного напівпростору, навантаженого контактними напруженнями від оболонки шини.

Згідно з викладеним, алгоритм вирішення контактної задачі містить в собі наступні етапи:

1) оболонку шини обтискують на абсолютно твердий напівпростір, в результаті чого отримують розподіл контактних напружень (нормальних та дотичних) і визначають ділянку контакту;

2) пружний напівпростір навантажують знайденими контактними тисненнями по відомій ділянці контакту і визначають координати деформованої зовнішньої поверхні напівпростору;

3) оболонку шини обтискують на деформований пружний напівпростір, в результаті чого уточнюється розподіл контактних тиснень та ділянок контакту.

В залежності від заданої точності вирішення задачі процес повторюється. Розрахунки показали, що досить двох-трьох ітерацій для досягнення заданої точності.

Функціонал повної енергії для пружного напівпростору має вигляд

$$\begin{aligned} \Theta = & \frac{1}{2} \int_V \frac{E}{2(1+\nu)} \left[ \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \varepsilon_{11}^2 + \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \varepsilon_{22}^2 + \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \varepsilon_{33}^2 + \right. \\ & + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2 + \frac{4\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + \frac{4\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} + \\ & \left. + \frac{4\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} \right] dV_{\text{г}} - \int_{F_c} (\sigma_c w_c + \sigma_{c13} u_c + \sigma_{c23} v_c) dF_c \end{aligned} \quad (14)$$

де:  $V_{\text{г}}$  - об'єм напівпростору ( ґрунту);  $\varepsilon_{ij}$ - деформації;  $\nu$  - коефіцієнт Пуассона;  $u, v, w$  - переміщення напівпростору;  $\sigma_c$ - контактні тиснення оболонки шини на напівпростір;  $F_c$  - площа контакту.

Умови з'єднання оболонки шини з пружним напівпростором запишемо в наступній формі:

$$1) \sigma_3^{o\delta} = \sigma_c^n, \quad 2) \sigma_{13}^{o\delta} = \sigma_{c13}^n, \quad 3) \sigma_{23}^{o\delta} = \sigma_{c23}^n. \quad (15)$$

Таким чином, для вирішення задачі про взаємодію оболонки шини та пружного напівпростору маємо рівняння (13)-(14) та умови з'єднання (15). Крайові умови для напівпростору відповідають умовам дорівнювання нулю переміщень та напружень на значному віддаленні від місця контакту, а для оболонки шини крайові умови відповідають шарнірному з'єднанню.

Вирішення задачі про напружено-деформований стан пружного напівпростору здійснювалось (як і для оболонки шини) шляхом мінімізації функціоналу повної енергії чисельним методом локальних варіацій. Але застосування цього методу потребує значних витрат машинного часу. Для усунення цього недоліку цей метод був модифікований і названий "блочним" методом локальних варіацій.

Розрахунок напружень, деформацій та переміщень для пружного напівпростору з використанням функціоналу повної енергії та мінімізації його чисельним методом локальних варіацій потребує перевірки точності та надійності такого підходу експериментальним шляхом або порівнянням з рішеннями інших авторів. Для цього виконаємо

розрахунки двох задач: 1) дія зосередженої сили на пружний напівпростір (задача Буссінеска, рис.5); 2) дія абсолютно жорсткого штампa на напівпростір (рис.6).

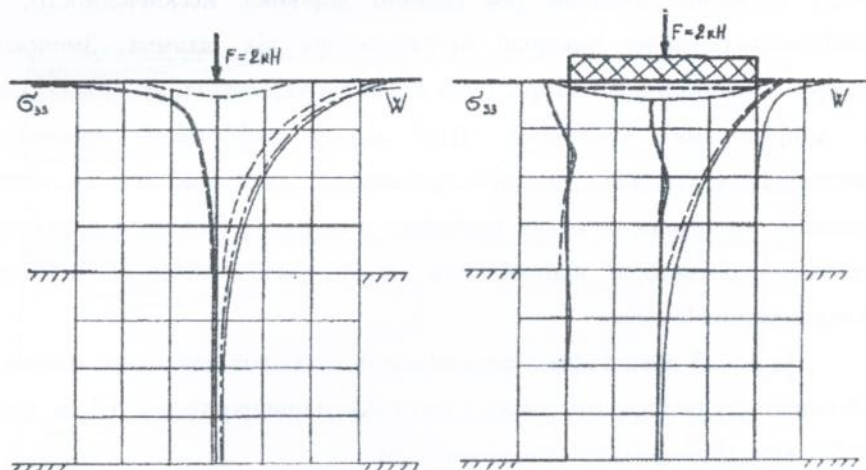


Рис. 5. Дія зосередженої сили на пружний напівпростір:  
 ----  $h = 0.5 \text{ м}$ ,  $n = 8$ ;     $\left\{ \begin{array}{l} \text{вирішення чисельним методом} \\ \text{локальних варіацій}; \end{array} \right.$   
 \_\_\_\_  $h = 1.0 \text{ м}$ ,  $n = 16$ ;     $\left\{ \begin{array}{l} \text{вирішення Буссінеска;} \\ \text{вирішення Буссінеска;} \end{array} \right.$   
 (n-число шарів різничної сітки по товщині h основи).  
 Рис. 6. Взаємодія абсолютно жорсткого штампa з пружним напівпростором (позначення аналогічні рис. 5).

Відзначимо важливу особливість, яка була виявлена при вирішенні другої задачі, а саме: при дії на напівпростір абсолютно жорсткого штампa під ним має місце відрив напівпростору від нижньої площини штампa. Це явище цілком очевидно з фізичної точки зору. Але при цьому не було отримано відповідності з вирішенням Буссінеска у всьому діапазоні параметрів штампa та напівпростору. Аналіз формули Буссінеска для переміщень жорсткого штампa показав, що вона одержана інтегруванням формули Буссінеска для переміщень від зосередженої сили по площі штампa без урахування можливого відриву напівпростору від

нижньої поверхні штампа. Щоб усунути цю невідповідність результатів, на нижній площості штампа був умовно доданий пружний шар у вигляді окремих пружин (шар типу Вінклера). За аналогією з оболонкою шини цей шар можна назвати «протектором». Якщо модуль пружності цього шару достатньо великий (на границі дорівнює нескінченності), то відбувається відрив поверхні напівпростору від штампа. Змінюючи модуль пружності протектора, були отримані вирішення, які співпадають з вирішеннями Буссінеска. При цьому деформації протектора автоматично утворили профіль протектора, який має значно меншу товщину по граням та кутам порівняно з центром. Отримані параметри товщин протектора відповідають конфігурації поверхні сучасних фундаментних блоків.

На рис. 7 представлені результати розрахунків для задачі взаємодії оболонки шини низького тиску з пружним напівпростором. Після трьох наближень отримані наступні результати:

власний прогин шини зменшився на 12,2 %;

середнє контактне тиснення зменшилося на 12,5 %.

Прогин пружного напівпростору в центрі ділянки контакту склав 1,6 мм, що разом із власним прогином шини призводить до зміщення вісі колеса на 7,61 мм. Це на 11,3 % більше, ніж зміщення вісі колеса, обтиснутого на абсолютно тверду основу.

В результаті вирішення контактної задачі одержані переміщення, деформації та напруження як в оболонці шини, так і в пружній основі. Для всіх шести компонентів напружень для найбільш характерних перерізів в центрі ділянки контакту та його малій околиці в дисертаційній роботі представлені результати у вигляді ліній однакових рівнів, з яких видно суттєвий вплив контактних тиснень від шини на напруження та деформації у напівпросторі за межами ділянки контакту. У зв'язку з нестачою місця у цьому авторефераті наведений лише один з них (рис.7).

На кожному з цих рисунків представлені три варіанти вирішення:

1) для напівпростору товщиною 0,4 м та числом розподілу по товщині, яке дорівнює 4; 2) для напівпростору товщиною 0,8 м та числом розподілу по товщині, яке дорівнює 8; 3) для напівпростору товщиною 0,4 м та числом розподілу по товщині, яке дорівнює 8.

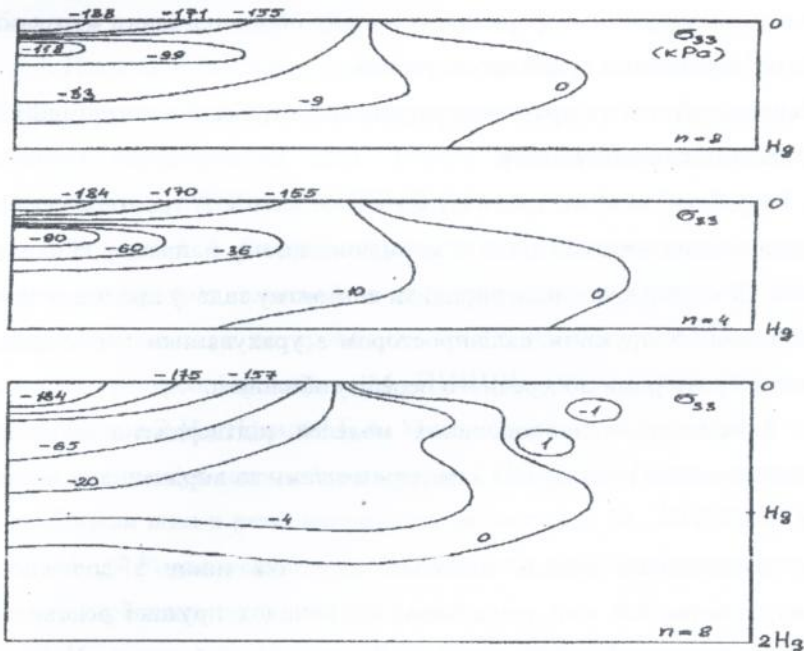


Рис. 7. Розподіл вертикальних напружень в пружному напівпросторі при контактній взаємодії з оболонкою шини в залежності від товщини основи ( $H_g=0.5$  м) та числа шарів різничної сітки  $n$ .

Нам здається, що найбільш вірогідні результати одержані для третього варіанту вирішення. В цьому варіанті бачимо зменшення до нуля величини напружень до досягнення нижнього шару напівпростору.

Для порівняння виконані розрахунки для шини, яка взаємодіє з ґрунтом на основі гіпотези Вінклера. Зміщення вісі колеса з урахуванням заглиблення оболонки шини в ґрунт на 23,2 % більше, ніж для моделі пружного напівпростору.

## ОСНОВНІ ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі викладені науково обґрунтовані дослідження, спрямовані на вирішення задачі аграрно-промислового сектора економіки України - створення економічних та екологічнобезпечних конструкцій пневматичних шин за допомогою математичного моделювання напружено-деформованого стану оболонки шини методами будівельної механіки на стадії проектування.

Основні наукові та практичні результати, отримані в дисертаційній роботі, полягають в наступному:

1. Розроблені нові математичні моделі оболонок із трьохшаруватих та одношаруватих нерозтягнутих в меридіональному напрямку кінцевих елементів. Ці моделі дозволили вирішити контактну задачу про взаємодію оболонки шини з пружним напівпростором з урахуванням переміщень, порівняних з розмірами поперечного перерізу оболонки.

2. Вірогідність запропонованих моделей підтверджена великою кількістю зіставлень розрахунків з експериментами та вирішеннями інших авторів.

3. Математична модель взаємодії оболонки шини з дорожною основою в контактній зоні узагальнена на випадок пружної основи та ступінчато-дискретну форму її поверхні.

4. Розроблений метод послідових наближень для вирішення задачі про взаємодію оболонки шини з пружним напівпростором.

5. Для практичних розрахунків була виконана модифікація чисельного методу локальних варіацій шляхом використання блочного способу варіювання невідомих функцій. Це дозволило значно скоротити час вирішення контактної задачі.

6. Вперше в механіці пневматичних шин отримані результати про напружено-деформований стан оболонки шини та пружного напівпростору.

7. Модернізований комплекс програм для розрахунків напружень, деформацій та переміщень оболонки шини на випадок контактної взаємодії з пружним напівпростором.

Основний зміст дисертації опублікований в наступних наукових роботах:

1. Погасий Е.А. Расчет силы сопротивления качению шины с учетом свойств грунта // Механика пневматической шины. Моделирование выходных характеристик шин. Тезисы докладов школы-семинара. - Днепропетровск, НИИ КГШ, 1992.- С. 14 - 15.

2. Погасий Е.А. Влияние жесткости упругого основания на распределение контактных давлений и силу сопротивления качению шины // Четвертый симпозиум по проблемам шин и резинокордных композитов. Экология и ресурсосбережение. -М.: НИИШП, 1992. - С.103 - 108.

3. Кваша Э.Н., Погасий Е.А. Математическая модель шины, учитывающая физическую нелинейность корда // Сб. трудов Пятого симпозиума по проблемам шин и резинокордных композитов. - М.: НИИШП, 1993. - С. 97-103. (50 % авторської участі. Отримання нелінійної характеристики корду та вирішення числових прикладів.)

4. Плеханов А.В., Погасий Е.А., Кваша Э.Н., Скорняков Э.С. Контактные задачи анизотропных слоистых оболочек эластичных движителей // POLISH - UKRAINE seminar Theoretical Foundations in Civil Engineering. Warsaw, june - july 1994. - Днепропетровск, 1994. -С. 195 - 199. (30 % авторської участі. Отримання зовнішніх параметрів еластичних оболонок.)

5. Кваша Е.М., Погасий О.А. Кінцево-елементна модель шини з нерозтяжним контуром // Збірник наукових праць «Інтенсифікація будівництва» - Київ, 1994. - С. 125-129. (50 % авторської участі. Вирішення числових прикладів.)

6. E.N.Kvasha, E.A.Pogasiy. Finite element model of the tire with inextensible contour// 30th Polish Solid Mechanics Conference.- Zakopane, September 5-9,1994. - P.144 - 145. (60 % авторської участі. Розробка програм розрахунків та вирішення прикладів.)

7. Кваша Э.Н., Плеханов А.В., Погасий Е.А. Математическое моделирование напряженного состояния шин с нерастяжимым контуром// Международная конференция по каучуку и резине. Том 4. - М.: 1994. С.117 - 124. (30 % авторської участі. Аналіз результатів та вирішення числових прикладів.)

8. Kvasha E.N., Pogasij E.A. Application of Finite Element Method for Calculation of Folding Pneumatic Construction // Proceeding of the Internatinal Conference on Lightweit Structures in Civil Engineering - Warsaw, 1995. - Pp.133 - 135. (50 % авторської участі. Розробка алгоритмів та програм вирішення оболонок, які складаються.)

9. Kvasha E., Pogasij E. Rolling Resistance Force Modelling of Elastic Propelling Agent // Transport Systems Engineering. Technical Transport Means. Section 4 - Warsaw, September, 1995. -P. 79-82. (50 % авторської участі. Аналіз результатів та проведення розрахунків.)

10. Кваша Э., Плеханов А., Погасий Е. Контактное взаимодействие анизотропной тороидальной оболочки с упругим полупространством // UKRAINIAN - POLISH seminar Theoretical Foundations in Civil Engineering. Dnepropetrovsk 27.06 - 2.07.1995. - Warsaw, june 1995. - p. 70 - 74. (40 % авторської участі. Розробка метода послідовних наближень вирішення контактної задачі для оболонки шини та напівпростору.)

11. Кваша Э.Н., Погасий Е.А. Контакт пневматической шины с упругим полупространством // Шестой симпозиум "Проблемы шин и резинорддных композитов. Математические методы в механике, конструировании и технологии" - Москва, НИИ шинной промышленности, 1995. - С. 122-127. (70 % авторської участі. Розробка модифікованого

методу локальних варіацій для розрахунку напружень та деформацій в пружному напівпросторі.)

12. Кваша Э.Н., Погасий Е.А. Математическое моделирование резинокордной оболочки вращения при перемещениях, сопоставимых с размерами поперечного сечения // Proceedings of the POLISH - UKRAINIAN seminar. Theoretical Foundations in Civil Engineering. Volume 1, Part 2. Warsaw, July 1996. - Dnipropetrovsk, 1996. - С. 225 - 228. (50 % авторської участі. Отримання основних співвідношень для кутів поворота нерозтяжних кінцевих елементів.)

#### Abstract

**Pogasij E.A. Contact interaction of toroidal multy-layers shells of pneumatic tire with elastic support.**

The thesis for competition on the Degree of Ph.D. in Technical Sciences on Speciality 05.23.17 - Building Mechanics. Pridnieprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, Dnipropetrovsk, 1997.

The thesis of dissertation is to be defended, its materials have been published in 12 papers, containing the results of theoretical research of contact interaction of tire and elastic support on the basis of adopted hypothesis about nonstretching of meridional profile of three-layers shell of tire. For ensuring of reliability of elaborated mathematical models the results of calculations of stress and strain in the shell of tire are given and comparison with existing experimental datas and with solutions of other autors is fulfilled.

**Keywords:** contact task, shell of tire, elastic ground, stress, strain, hypotheses, mathematical model.

VASECO

## Аннотация

Погасий Е.А. Контактное взаимодействие торондальной слонстой оболочкы пневматической шины с упругим основанием.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 - Строительная механика. Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры. Днепропетровск, 1997.

Защищается рукопись диссертации, материалы которой отражены в 12 научных работах и содержат результаты теоретических исследований контактного взаимодействия шины и упругого основания на основе принятых гипотез о нерастяжимости меридионального профиля трехслойной оболочкы шины. Для обоснования достоверности разработанных математических моделей приведены результаты расчетов напряжений и деформаций в оболочке шины и упругом полупространстве и выполнено сравнение с имеющимися экспериментальными данными и решениями других авторов.

**Ключові слова:** контактна задача, оболонка шины, пружна основа, напруження, деформації, гіпотези, математична модель.

Подписано в печать «    »    1997. Формат 60x84 1/16.

Гарнітура «Times New Roman Cyr». Усл. печ. л. 0.95. Тираж 100. Ротапринт.