ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. І.І. МЕЧНІКОВА

На правах рукопису

САВЧЕНКО ВОЛОДИМИР МИХАЙЛОВИЧ

АСИМПТОТИЧНА ОЦІНКА ПУЧКІВ РОЗВ'ЯЗКІВ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ВКЛЮЧЕНЬ МЕТОДОМ УСЕРЕДНЕННЯ

01.01.02 - диференціальні рівняння

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Одеса - 1997

Дисертацією є рукопи

Робота виконана в Одеському державному університеті
ім. І.І. Мечнікова.

Науковий керівник — доктор фізико-математичних наук, професор Плотніков В.О.

Офіційні опоненти: — доктор фізико-математичних наук, професор Петришин Р.І.
кандидат фізико-математичних наук, професор Кліх Ю.О.

Провідна організація: — Київський державний університет ім. Т.Г. Шевченка

Захист відбудеться 13 червня 1997 р.
о 15⁰⁰ годині на засіданні спеціалізованої ради К 05.01.05 при механіко-математичному факультеті Одеського державного університету ім. І.І. Мечнікова за адресою : м. Одеса, вул. Дворянська 2, ОДУ, механіко-математичний факультет.

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці Одеського державного університету ім. І.І. Мечнікова.

Автореферат розіслано 08 травня 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради,
доктор фізико-математичних
наук, професор — А.І. ТРЕТ'ЯК

Загальна характеристика роботи.

Актуальність теми. Перші роботи з диференціальних рівнянь із правою багатозначной частиной (диференціальні включення) були опубліковані в 30-х роках у працях Zaremba S., Marchound A., але в той час їм не було знайдено ніяких застосувань. Лише у 60 - і роки з початком досліджень у галузі оптимального керування, виявилась зацікавленість до диференціальних включень у роботах Wazewski T. та Филипова О.Ф.. Це стало поштовхом до дослідження властивостей диференціальних включень та розвитку теорії багатозначних відображень. Разом з аналізом окремих траєкторій, великий інтерес викликає задача побудуви множини досяжності (переріз пучка розв'язків диференціального включення), що дає змогу оцінити граничні точки, в які може об'єкт.

Але побудова множини досяжності викликає неабияки труднощі, які обусловлені великою розмірністю досліджуваної системи, а також в більшості випадків її нелінійністю. Застосування до розв'зку цієї проблеми загальновідомих методів не ефективно через великий обсяг обчислень.

Одначе, в багатьох задачах досить знати не саму множину досяжності, а деяке її наближення з малою похибкою. В зв'язку з цим актуальною є задача розробки методів побудови наближень до множини досяжності.

На цей час існує багато робіт присвяченних методам апроксимації множин досяжності (Черноусько Ф.Л., Константинов Г.Н., Сидоренко Г.В., Овсеевич А.И., Сейсов Ю.Б.).

Останніми роками для дослідження поведінки диференціальних включень широке розповсюдження дістали методи усереднення.

Дисертаційна робота присвячена розробці методів побудування асимптотичних оцінок пучків розв'язків диференціальних включень за допомогою методу усереднення.

Мета роботи. Мета дисертаційної работи полягає в розробці та обгрунтуванні методу усереднення для диференціальних включень і крайових задач принципу максимума з розривною правою частиною.

Метод дослідження. При дослідженні вище згаданних задач були використані результати та поняття теорії диференціальних включень, теорії множин, теорії багатозначних відображень, математичної теорії оптимального керування, теорії асимптотичних методів.

Наукова новизна. У дисертації одержані та обгрунтовані наступні результати:

- запропоновано та обгрунтовано алгоритм побудови асимптотичних оцінок розв'язків диференціальних включень стандартного вигляду, коли середнє правої частини не існує;

- обгрунтовано алгоритм усереднення диференціальних включень стандартного вигляду на нескінченом проміжку при різних умовах стійкості;

- запропоновано та обгрунтовано алгоритм усереднення крайових задач принципу максимума із розривною правою частиною;

- досліджена можливість застосування методу усереднення до еліпсоїдальних апроксимацій множини досяжності.

Практична значимість. Теоретичні результати роботи розширюють можливість застосування метода усереднення до диференціальних включень та крайових задач принципу максимума з розривною правою частиною.

Апробація роботи. Основні результати дисертації доповідались на: Межнародній конференції "Нелинейные дифференциальные уравнения " (Kiev, August 21-27, 1995); другій науковій конференції "Небеснівські читання" (Одеса, 15-16 лютого 1995 р.); конференції "Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения" (Чернівці, 1995); конференції "Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения" (Каменецьк - Подільский, 1996).

Публікації. Основні результати дисертації були надруковані у роботах[1-7].

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, трьох розділів та списку літератури, що налічує 84 найменування. Загальний обсяг роботи складає 110 сторінок.

Зміст дисертації

У першому розділі дисертації запропоновано та обгрунтовано алгоритм побудови асимптотичних оцінок розв'язків диференціальних включень стандартного вигляду, коли середнє правої частини не існує.

Розглянуто диференціальне включення стандартного вигляду

$$\dot{x} \in \varepsilon X(t,x), \;\; x(0) = x^o, \tag{1}$$

де $X : \mathrm{R}^1 \times \mathrm{R}^n \to comp(\mathrm{R}^n)$ - багатозначне відображення , $comp(\mathrm{R}^n)$ - простір непорожніх компактних підмножин простора

$\mathbf{R}^n$, $\epsilon > 0$ - малий параметр, $t \in [0, L\epsilon^{-1}]$, Ł > 0 - стала.

У методі усереднення поряд з включенням (1) розглядается наступне усереднене включення:

$$\dot{\zeta} \in \varepsilon \overline{X}(\zeta), \;\; \zeta(0) = x^o, \tag{2}$$

де

$$\overline{X}(x) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t,x)dt. \tag{3}$$

Інтеграл у виразі (3) розуміємо у значенні Аумана, а збіжність розуміємо у значенні метрики Хаусдорфа.

Але границя (3) існує не завжди. Припустимо, що існують такі багатозначні відображення $X^-(x)$, $X^+(x)$, для яких

$$\begin{aligned} &\lim_{T\to\infty} \beta\left(X^-(x), \frac{1}{T}\int_0^T X(t,x)dt\right) = 0, \\ &\lim_{T\to\infty} \beta\left(\frac{1}{T}\int_0^T X(t,x)dt, X^+(x)\right) = 0, \end{aligned} \tag{4}$$

де $\beta(\cdot,\cdot)$ - відхилення множин по Хаусдорфу,

$$\beta\,(A,B) = \sup_{a\in A} \rho\,(a,B)\,.$$

Поряд з включенням (1) розглянемо слідуючі включення :

$$\dot{x}^- \in \varepsilon X^-(x^-), \;\; x^-(0) = x^o, \tag{5}$$

$$\dot{x}^+ \in \varepsilon X^+(x^+), \;\; x^+(0) = x^o. \tag{6}$$

Теорема 1. *Нехай багатозначне відображення $X(t,x)$ означено у області $Q = \{\, t \,\geq\, 0,\, x \,\in D \subset \mathbf{R}^n\}$ та виконуються наступні умови :*

1) *багатозначне відображення $X(t,x)$ - неперервне по x, вимірне по t, існують додатні сталі M , λ такі, що $X(t,x) \subset S_M(0)$, $h(X(t,x'),X(t,x'')) \leq \lambda \| x' - x'' \|$ при майже усіх t.*

2) *Множини $X^-(x), X^+(x)$ - опуклі, компактні і задовольняють умові Ліпшіца по x із сталою λ та обмежені сталой M і рівномірно відносно $x \in D$ виконується умова (4).*

3) *Для всіх $x^o \in D' \subset D$ розв'язкі включень (5) та (6) при $t > 0$ лежать разом із деяким ρ-окілом в області D.*

Тоді для будь-яких $\eta > 0$ і $L > 0$ існує таке $\varepsilon^o > 0$, що при $\varepsilon \in (o, \varepsilon^o]$ та $t \in [0, L\varepsilon^{-1}]$ виконуються наступні твердження :

1. Для кожного розв'язку $x^-(t)$ включення (5) існує розв'язок $x(t)$ включення (1) такій, що

$$\| x^-(t) - x(t) \| < \eta.$$

2. Для кожного розв'язку $x(t)$ включення (1) існує розв'язок $x^+(t)$ включення (6) такий, що

$$\| x(t) - x^+(t) \| < \eta.$$

У другому параграфі першого розділу дисертації розглянуто схему побудови асимптотичних оцінок розв'язків лінійних диференціальних включень, коли середнє правої частини не існує.

Розглянемо лінійне диференціальне включення

$$\dot{x}(t) \in \varepsilon \, (\, A(t)x(t) + U(t) \,) \, , \tag{7}$$

$$x(0) = x^o, \; t \in [0, L\varepsilon^{-1}],$$

де $x \in \mathrm{R}^n$, $U : \mathrm{R}^n \to \; comp\,(\mathrm{R})^{\,n}$ - багатозначне відображення , $L > 0$ - стала.

Розглянуто випадок, коли не існує границя

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T U(t)dt. \tag{8}$$

Нехай існують такі множини U^- и U^+, для яких

$$\lim_{T\to\infty} \beta\left(U^-, \frac{1}{T}\int_0^T U(t)dt\right) = 0,$$
$$\lim_{T\to\infty} \beta\left(\frac{1}{T}\int_0^T U(t)dt, U^+\right) = 0. \tag{9}$$

Далі розглянемо разом з включенням (7) наступні включення

$$\dot{\zeta^-} \in \varepsilon\left(\,\overline{A}\zeta^-(t) + U^-\,\right), \tag{10}$$
$$\zeta^-(0) = x^o, \; t \in [0, L\varepsilon^{-1}]$$

$$\dot{\zeta^+} \in \varepsilon\left(\,\overline{A}\zeta^+(t) + U^+\,\right), \tag{11}$$
$$\zeta^+(0) = x^o, \; t \in [0, L\varepsilon^{-1}].$$

де

$$\overline{A} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T A(t)dt. \tag{12}$$

Доведені теореми аналогічні Теореме 1.

У третьому параграфі досліджена можливість застосування метода усереднення до еліпсоїдальних апроксимаций множини досяжності. Нехай рух деякого об'єкта описується лінійною системою диференціальних включеннь :

$$\frac{dx}{dt} \in \varepsilon\left[A(t)x(t) + B(t)U\right], \tag{13}$$

$$x(0) \in E^o = \left\{x^T M x \leq 1\right\},\ U = \left\{u^T N u \leq 1\right\},\ t \in [0, L\varepsilon^{-1}],$$

де $x \in R^n$, $u \in R^m$, $L > 0 - const$, $A(t), M$ - матриці вимірності $n \times n$, $B(t)$ матрица вимірності $n \times m$, N матрица вимірності $m \times m$; M, N - симметричні, додатньо означені матриці.

Нехай існують наступні границі :

$$\overline{A} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int\limits_0^T A(t)dt, \tag{14}$$

$$V = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int\limits_0^T B(t)U dt.$$

Розглянемо разом з (13) наступну усереднену

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \overline{A}\zeta + v,\ \ \zeta(0) \in E^o, \tag{15}$$

$$\tau = \varepsilon t,\ \tau \in [0, L],\ \ v \in V.$$

Множина V - опукла та компактна. Далі припускаємо, що V - элiпс з деякою матрицею $\overline{N}$: $v^T \overline{N} v \leq 1$. Позначимо через $K(t,\varepsilon)$ - переріз пучка розв'язків (множина досяжності) диферецiального включення (13), $K_o(\tau)$ - множина досяжності системи (15). Використовуючи роботи Черноусько Ф.Л. по апроксимації множин досяжності та метод усереднення, побудовано та обгрунтовано алгоритм асимптотико - еліпсоідальні апроксимації множини $K(t,\varepsilon)$ за допомогою побудування еліпсоїдальних оцінок для $K_o(\tau)$. Розглянуто випадок, коли множина V не існує, але існують множини V^- та V^+.

У другому розділі роботы обгрунтован алгоритм усереднення диференціальних включень стандартного вигляду на нескінченому проміжку при різних умовах стійкості.

Перший параграф містить основни означення та результати з теорії стійкості розв'язків. У другому параграфі розглянуто диференціальне включення (1). Розглянемо усереднене включення(2).

Теорема 2. *Нехай багатозначне відображення $X(t,x)$ означене в області $Q = \{t \geq 0, x \in D \subset \mathbf{R}^n\}$ та виконуються наступні умови :*

1) *багатозначне відображення $X(t,x)$ - неперервне по x, вимірне по t, існують додатні сталі M и λ такі, що*

$$X(t,x) \subset S_M(0),\ h(\ X(t,x'), X(t,x'')\ ) \leq \lambda \| x' - x'' \|$$

майже для всіх t;

2) *У будь-якій точці x області D рівномірно відносно t існує границя (3);*

3) *Розв'язки включення (2) означені для усіх $t > 0$ та разом з деякім ρ - окілом належать D;*

4) *розв'язок $\zeta(t)$ включення (2) слабо асимптотично стійкий.*

Тоді для усіх $\eta > 0$ існують такі $\varepsilon^o > 0$ та $\sigma > 0$, що при $\varepsilon \in (o, \varepsilon^o]$, $\| x(t_0) - x^0 \| \leq \sigma$ існує розв'язок $x(t)$ диффеpенціального включення (1) для якого при $t > 0$ виконується наступна оцінка :

$$\| x(t) - \zeta(t) \| \leq \eta.$$

У теоремі можливо замінити умову 4) наступной:

4') *розв'язок* $\zeta(t)$ *включення (2) асимптотично стійкий;*

Тоді твердження теореми приймає наступний вигляд:

для усіх $\eta > 0$ *існують такі* $\varepsilon^o > 0$ *та* $\sigma > 0$, *що при* $\varepsilon \in (o, \varepsilon^o]$, $\| x(t_0) - x^0 \| \leq \sigma$ *для усіх розв'язків* $x(t)$ *дифференціального включення (1) и* $t > 0$ *виконується наступна оцінка :*

$$\| x(t) - \zeta(t) \| \leq \eta.$$

Окремо розглянут випадок, коли границя (3) не існує.

У третьому розділі запропоновано та обгрунтовано алгоритм усереднення крайових задач принципу максимума з розривною правою частиной, застосован перехід до збуренного диференціального включення;

У першому параграфі третього розділу розглянута лінійна задача оптимального керування наступного вигляду:

$$\frac{dx}{dt} = \varepsilon \left[A(t)x + b(t)u_1 \right], \tag{16}$$

$$x(0) = x_0, u_1 \in U_1, \text{ де } U_1 = \left\{ u \in R^1 \mid |u| \leq 1 \right\},$$

$$J[u_1] = \Phi(x(T)) \to \min,$$

де $x \in \mathbf{R}^n, u_1 \in \mathbf{R}^1$, $A(t) \in \mathbf{M}^{n \times n}$ – неперервна по t, $b(t)$ – неперервний вектор - функція, $\varepsilon > 0$ – параметр, $T = L\varepsilon^{-1}$, L – стала.

Так як оптимальне керування має вигляд $sign(\psi(t), b(t))$, то права частина дифференціальної системи принципу максимума розривна. У цьому випадку застосування метода усереднення до одержанної крайової задачи вимагає виконання жорстких умов, які важко перевірити.

Розглянемо разом з задачей (16), ще наступну збурену задачу:

$$\frac{dx_\sigma}{dt} = \varepsilon\left[A(t)x_\sigma + B_\sigma(t)u_\sigma\right], \tag{17}$$

$$x_\sigma(0) = x_0,\ u_\sigma \in U_\sigma = \{u \mid \|u\| \le 1\},$$

$$J[u_\sigma] = \Phi(x_\sigma(T)) \to \min,$$

де $x_\sigma, u_\sigma \in \mathrm{R}^n$,

$$B_\sigma(t) = \begin{pmatrix} b_1(t) & 0\ldots0 \\ b_2(t) & \\ \vdots & \sigma E_{n-1} \\ b_n(t) & \end{pmatrix}.$$

Розглянемо крайову задачу принципа максимуму для збуреної задачи (17)

$$\begin{aligned} \dot{x}_\sigma &= \varepsilon\left[\, A(t)x_\sigma + B_\sigma(t)u^o(t,\psi,\sigma)\right], \\ \dot{\psi} &= -\varepsilon A^T(t)\psi, \\ x_\sigma(0) &= x_0,\ \psi(T) = -\frac{\partial}{\partial x}\Phi(x_\sigma(T)), \end{aligned} \tag{18}$$

де $u^o(t,\psi,\sigma)$ - оптимальне керування, має наступний вигляд:

$$u_1^o(t) = \frac{(\psi, b(t))}{\sqrt{(\psi, b(t))^2 + \sigma^2\|\psi\|^2}},$$

$$u_i^o(t) = \frac{\sigma\psi_i}{\sqrt{(\psi, b(t))^2 + \sigma^2\|\psi\|^2}},\quad i = \overline{2,n}.$$

Крайова задача (18) має неперервну праву частину. Розглянемо усереднену крайову задачу

$$
\begin{aligned}
\dot{\zeta} &= \varepsilon\left[\,\overline{A}\zeta + v(\overline{\psi}, \sigma)\right], \\
\dot{\overline{\psi}} &= -\varepsilon\overline{A}^T\overline{\psi}, \\
\zeta(0) &= x_0,\ \overline{\psi}(T) = -\frac{\partial}{\partial x}\Phi(\zeta(T)),
\end{aligned} \tag{19}
$$

де

$$
\overline{A} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_0^T A(t)dt, \quad v(\overline{\psi}, \sigma) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_0^T B_\sigma(t)u^o(t, \psi, \sigma)dt.
$$

ТЕОРЕМА 3. *Нехай виконуються наступні умови:*

1) *Матриця $A(t)$ і вектор $b(t)$ неперервни по t.*

2) *Функція $\Phi(x)$ - неперервно диффеpенційована та строго опукла.*

Тоді для кожного $\eta > 0$ існує $\varepsilon^o > 0$ таке, що для кожного $\varepsilon \in (o, \varepsilon^o]$ и $t \in [0, L\varepsilon^{-1}]$ для розв'язку $x(t)$ задачи (16) и розв'язку $\zeta(t)$ задачи (19) вірна наступна оцінка:

$$
\|x(t) - \zeta(t)\| \leq \eta.
$$

У другому параграфі третього розділу розглянута нелінійна задача оптимального керування наступного вигляду:

$$
\begin{gathered}
\dot{x} = \varepsilon\left[f(t, x) + A(x)\varphi(t, u)\right], \\
x(0) = x_0,\ u \in U \subset comp(R^m),\ t \in [0, L\varepsilon^{-1}], \\
J[u] = \Phi(x(T)) \to \min,
\end{gathered} \tag{20}
$$

де $x \in \mathrm{R}^n, u \in \mathrm{R}^m$, $A(x) \in \mathrm{M}^{n\times m}$ - матриця, $f(t, x), \varphi(t, u)$ - вектор - функції, $\varepsilon > 0$ - малий параметр, $T = L\varepsilon^{-1}$, $L > 0$ - стала.

Далі використовуючи необхідні умови оптимальності у формі принципу максимума Л.С. Понтрягина, запишемо крайову задачу

$$
\begin{aligned}
&\dot{x} = \varepsilon\left[f(t,x) + A(x)z_0(t,x,\psi)\right],\\
&\dot{\psi} = -\varepsilon\psi^T\left[\frac{\partial f}{\partial x}(t,x) + \frac{\partial A}{\partial x}(x)z_0(t,x,\psi)\right],\\
&x(0) = x_0,\ \psi(T) = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}(x(T)),
\end{aligned}
\tag{21}
$$

де

$$
\begin{aligned}
z_0(t,x,\psi) &= \arg\max_{z\in Z} H(t,x,\psi,z),\\
H(t,x,\psi,z) &= \varepsilon\psi^T\left[f(t,x) + A(x)z\right].
\end{aligned}
$$

Через нелінійний характер системи задачі (20) крайова задача принципу максимума (21) звичайно має розривну праву частину, тому для застосування до неї метода усереднення необхідно виконання жорстких, важко перевіряемих умов теореми усереднення.

Розглянемо замість задачі (20) збуренну задачу, строго опуклу за керуванням

$$
\begin{aligned}
&\dot{x_\sigma} = \varepsilon\left[f(t,x_\sigma) + A(x_\sigma)z_\sigma\right],\\
&x_\sigma(0) = x_0,\ z_\sigma \in Z_\sigma(t) = (conv\ Z(t))^\sigma,\ \ Z(t) = \phi(t,U),
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$J[z_\sigma] = \Phi(x_\sigma(T)) \to \min.$$

Запишемо для задачі (22) крайову задачу принципу максимуму

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_\sigma = \varepsilon\left[f(t,x_\sigma) + A(x_\sigma)z^0_\sigma(t,x_\sigma,\psi_\sigma)\right],\\
&\dot{\psi}_\sigma = -\varepsilon\psi_\sigma^T\left[\frac{\partial f}{\partial x}(t,x_\sigma) + \frac{\partial A}{\partial x}(x_\sigma)z^0_\sigma(t,x_\sigma,\psi_\sigma)\right],\\
&x_\sigma(0) = x_0,\ \psi_\sigma(T) = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}(x_\sigma(T)),
\end{aligned}
\tag{23}
$$

де

$$z^0_\sigma(t,x,\psi) = arg\max_{z\in Z_\sigma} H(t,x,\psi,z).$$

Із властивостей опорних функцій для строго опуклих множин виходить, що $z^0_\sigma(t, x_\sigma, \psi_\sigma)$ неперервна по x_σ, вимірна по t та має неперервні похідні по x_σ, ψ_σ. Застосовуючи до крайової задачи метод усереднення отримаємо

$$\begin{aligned} &\dot{\zeta} = \varepsilon\left[\overline{f}(\zeta) + A(\zeta)v_0(\zeta, \overline{\psi})\right], \\ &\dot{\overline{\psi}} = -\varepsilon\overline{\psi}^T_\sigma\left[\frac{\partial \overline{f}}{\partial x}(\zeta) + \frac{\partial A}{\partial x}(\zeta)v_0(\zeta, \overline{\psi})\right), \\ &\zeta(0) = x_0,\ \overline{\psi}(T) = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}(\zeta(T)), \end{aligned} \tag{24}$$

де

$$\overline{f}(x) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_0^T f(t,x)dt,\quad v_0(\zeta,\psi) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_0^T z^0_\sigma(t,\zeta,\psi)dt.$$

ЛЕМА . *Нехай дана задача оптимального керування (20) і для неї виконані наступні умови:*

1) *Функція $f(t,x)$ - неперервно диференційовна по x, вимірна по t, $\frac{\partial f}{\partial x}$ ліпшицева по x.*

2) *Функція $\frac{\partial A}{\partial x}$ ліпшицева по x.*

3) *Функція $\varphi(t,u)$ - вимірна по t, неперервна по u, ліпшицева по u.*

4) *Функція $\Phi(x)$ - непєрервно диференційовна.*

Тоді для всіх $\eta > 0$ и $L > 0$ існує таке $\varepsilon^o > 0$, що для $\varepsilon \in (o, \varepsilon^o]$, $t \in [0, L\varepsilon^{-1}]$ існує розв'язок $\zeta(t)$ задачі(24).

ТЕОРЕМА 4. *Нехай виконуються умови леми та крім того крайова задача (24) має єдиний розв'язок.*

Тоді для всіх $\eta > 0$ и $L > 0$ існує таке $\varepsilon^o > 0$, що для $\varepsilon \in (o, \varepsilon^o]$ справедлива наступна оцінка:

$$\| \Phi^* - \Phi(\zeta(T)) \| < \eta, \tag{25}$$

де Φ^* - оптимальне значення критерія якості у задачі (20).

Основні результати дисертації надруковані у роботах:

1. Плотников В.А., Савченко В.М. Об усреднении дифференциальных включений // Украинский математический журнал. -1996. - 48, N 9. -С. 9-14.

2. Савченко В.М. Усреднение краевой задачи принципа максимума в линейных задачах оптимального управления // Сборник трудов "Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения"-Киев: Институт математики НАН Украины, 1995. - С. 247-249.

3. Савченко В.М. Усреднение нелинейной краевой задачи принципа максимума //Сборник трудов "Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения"-Киев: Институт математики НАН Украины, 1996. -С. 226-228.

4. Савченко В.М. Метод усреднения в задачах аппроксимации множеств достижимости //Одес. гос. ун-т.-Одесса, 1995.- 15 С.- Рус. -Деп. в ГНТБ Украины 13.04.95, N 842-Ук95.

5. Савченко В.М. Усреднение краевой задачи принципа максимума для нелинейных систем управления //Тез. докл. научн. конф. " Диференціально - функціональні рівняння та їх застосування" -Киев: Институт математики НАН Украины, 1996. -С.167.

6. Savchenko V.M. Asymptotic approximations of differential inclusions // International conference "Nonlinear differential equations",

Kiev, August 21-27, 1995. P. 149.

7. Савченко В.М. Численно-асимптотическое исследование оптимальных переходных режимов судового комплекса на волнении // Тез. докл. научн. конф. "Небеснівські читання", Одеса, Одеський державний морський університет, 15-16 лютого1995 р. -С. 37-38.

Савченко В.М. Асимптотическая оценка пучков решений дифференциальных включений методом усреднения. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико - математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, Одесский государственный университет им. И.И. Мечникова, Одесса, 1997.

Диссертация посвящена изучению свойств пучков решений усредненных дифференциальных включений. В работе обосновываются некоторые схемы усреднения дифференциальных включений на конечном и бесконечном промежутках, когда среднее правой части не существует. Предложен и обоснован алгоритм применения метода усреднения к эллипсоидальным аппроксимациям множества достижимости. В диссертации также предложены алгоритмы усреднения краевых задач с разрывной правой частью.

Savchenko V.M. Asymptotic approximation for bundles of solutions of differential inclusions by method of averaging. Dissertation for the candidate degree of physic - mathematical science on the speciality 01.01.02 - differential equations, Odessa state university, Odessa, 1997.

This dissertation is devoted to research of properties of the bundles of solutions of average differential inclusions. Some schemes of the averaging of differential inclusions in the case when average of right -

hand side not exists, boundary - value problems with the break right - hand side are justified. Theorems of averaging method for differential inclusions at infinity are proved.

Ключові слова: диференціальне включення, множина досяжності, схеми усереднення.

Савченко

Зак. 405 тир. 100 , подп. к печ. 06.05.97г.
Усл.печ.лист 1.0 . КМП ОГМУ Одесса
ул. Мечникова, 34