НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

ГНАТЮК Юрій Васильович

ЗАДАЧІ НАЙКРАЩОЇ ОДНОЧАСНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ КІЛЬКОХ ЕЛЕМЕНТІВ ОПУКЛИМИ МНОЖИНАМИ

01.01.01 — математичний аналіз

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 1997

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Кам'янець-Подільському державному педагогічному інституті

Наукові керівники :
доктор фізико - математичних наук , професор
СТЕПАНЕЦЬ О.І.
доктор фізико - математичних наук , професор
ТЕПЛІНСЬКИЙ Ю.В.

Офіційні опоненти :
доктор фізико - математичних наук
ПЕРЕВЕРЗЄВ С.В.
доктор фізико - математичних наук
ЗАДЕРЕЙ П.В.

Провідна установа: Київський національний університет ім. Т.Г.Шевченка

Захист відбудеться "24" червня 1997 року о 15 годині на засіданні спеціалізованої ради Д 01.66.01 при Інституті математики НАН України за адресою:
252601 Київ-4, МСП, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту .

Автореферат розіслано "8" травня 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор фізико - математичних наук — ГУСАК Д.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ. У роботі досліджено задачі найкращої одночасної апроксимації кількох елементів нормованого простору X образами деякої опуклої підмножини лінійного нормованого простору Y при відображенні її довільними лінійними неперервними операторами, що діють з Y в X.

Основна задача, що розглядається в роботі, полягає в наступному.

Нехай p_j, $j=\overline{1,l}$, h_i, $i=\overline{1,m}$, -опуклі на X неперервні функції, g_j, $j=\overline{1,l}$, - вгнуті на X неперервні функції, A_j, B_j, $j=\overline{1,l}$, C_i, $i=\overline{1,m}$, - лінійні неперервні оператори, що діють з Y в X, x_j, y_j, $j=\overline{1,l}$, z_i, $i=\overline{1,m}$, - фіксовані елементи простору X, U -опукла множина простору Y, $F = \{ u: u \in U,\ h_i(C_i u - z_i) \le 0,\ i = \overline{1,m} \}$.

Ставиться задача відшукання величини

$$\alpha^* = E\left[\begin{matrix} p_j, x_j, A_jF,\ j=\overline{1,l} \\ g_j, y_j, B_jF,\ j=\overline{1,l} \end{matrix}\right] = \inf_{u\in F} \max_{1\le j\le l} \frac{p_j(A_j u - x_j)}{g_j(B_j u - y_j)}, \qquad (1)$$

яка розглядається в ролі міри, що характеризує найкраще одночасне наближення елементів x_j, y_j опуклими множинами A_jF, B_jF, $j=\overline{1,l}$.

Припускається, що $g_j(B_j u - y_j)>0$ для всіх $j=\overline{1,l}$, $u \in F$, а у випадку, коли серед функцій g_j, $j=\overline{1,l}$, є відмінні від афінних, то, крім того, $\max\limits_{1\le j\le l} p_j(A_j u - x_j)\ge 0$ для всіх $u \in F$.

Перша задача, яка вкладається в описану вище схему постановки задачі відшукання величини (1), була розглянута П.Л. Чебишовим. Вона полягає у відшуканні серед усіх поліномів виду $t^r + \sum\limits_{k=1}^{r} \lambda_k t^{k-1}$ такого, максимум модуля якого на сегменті [-1; 1] має найменше значення.

Згодом було досліджено велику кількість задач подібного роду, коли окр... функції наближались за допомогою алгебраїчних, тригонометричних поліномів, раціональних функцій в метриках різних просторів C, L_1, L_2, L_p і т. п.

Внаслідок цих досліджень була сформульована більш загальна задача наближення фіксованого елемента $x \in X$ фіксованою опуклою множиною A з X, тобто задача відшукання величини

$$E(x,A)=\inf_{u\in A}\|x-u\| . \qquad (2)$$

Величина (2) вивчалась багатьма авторами. Основні результати цих досліджень підсумовані, зокрема, у монографіях Н.І.Ахієзера, В.К.Дзядика, М.П.Корнійчука, П.-Ж.Лорана, О.І.Степанця, В.М.Тихомирова та ін.

У випадку, коли $Y=X$, $F=U$, $l=1$, $g_1(u)=1$, $A_1u=u$ для всіх $u \in X$, величину α^* будемо позначати через $E(p_1,x_1,U)$. Отже, в цьому випадку

$$\alpha^*=E(p_1,x_1,U)=\inf_{u\in U} p_1(u-x_1). \qquad (3)$$

Ясно, що при $p_1(u)=\|u\|$ для всіх $u \in X$, $U=A$, $x_1=x$ величина $E(p_1,x_1,U)$ дорівнює величині $E(x,A)$, тобто задача відшукання величини (2) вкладається в схему постановки задачі відшукання величини (1).

Величина (3) має сенс не лише тоді, коли функція $p_1(.)$ є нормою, а й в більш загальних ситуаціях. Так, функція $p_1(.)$ може бути півнормою, несиметричною нормою, несиметричною півнормою, сублінійною, опуклою функцією тощо. В цих випадках задачу відшукання величини (3) будемо називати відповідно задачею найкращого за півнормою, несиметричною нормою, несиметричною півнормою, сублінійною, опуклою функцією наближення елемента x_1 опуклою множиною U.

Задача найкращого за півнормою наближення фіксованого елемента опуклою множиною розглядалася, наприклад, П.-Ж.Лораном, за несиметричною нормою-М.Г.Крейном і А.А.Нудельманом, несиметричною півнормою - М.П.Корнійчуком, сублінійною функцією- В.Ф.Дем'яновим і О.М.Рубіновим, опуклою функцією - В.О.Гнатюком і В.С. Щирбою.

Вище йшлося про задачі наближення єдиного елемента. Ці задачі можна розглядати як часткові випадки задачі одночасного наближення кількох елементів. До задач одночасного наближення кількох елементів можна віднести задачу Штейнера, задачу відшукання чебишовського центра системи точок, задачу одночасного наближення функції і їх похідних, основні результати дослідження якої отримано О.І.Степанцем, та інші.

Важливий клас задач в теорії наближень утворюють задачі апроксимації з обмеженнями. Початок цій проблематиці також покладено знаменитими працями П.Л. Чебишова про многочлени і раціональні функції, що найменше відхиляються від нуля.

Результати досліджень, що стосуються апроксимації поліномами зі зв'язками, висвітлені, зокрема, у монографіях Н.І.Ахієзера, В.К.Дзядика, В.М.Тихомирова..

Задачі найкращого наближення з додатковими обмеженнями типу нерівностей розглядались Є.Г.Гольштейном, В.Ф.Дем'яновим і О.М.Рубіновим, М.П.Корнійчуком, А.О.Лігуном, В.Г.Дороніним, П.-Ж. Лораном та іншими..

Зрозуміло, що вищезгадані задачі можна розглядати як часткові випадки задачі відшукання величини (1).

Тому розгляд задачі відшукання величини (1) дозволяє з єдиної точки зору подивитись на результати досліджень цих задач наближення.

Крім того, існують важливі проблеми апроксимаційного характеру, котрі вищезгаданими постановками не охоплюються і разом з тим зводяться до відшукання величини (1). Серед них, зокрема, задача дискретного раціонального наближення, узагальнена проблема моментів з моментами із многогранників, задача про розв'язність проблеми моментних нерівностей , апроксимаційна задача з додатковими обмеженнями , узагальнена задача дробово-опукло-вгнутої мінімізації в просторі R^n тощо.

МЕТА РОБОТИ. З'ясування питань існування екстремального елемента для величини (1) , встановлення співвідношень двоїстості та критеріїв екстремальної послідовності і екстремального єлемента для цієї величини, конкретизація отриманих результатів на важливі часткові випадки, побудова чисельних методів розв'язування задачі відшукання величини (1) , застосування результатів дослідження цієї задачі для дослідження та побудови чисельного методу розв'язування узагальненої проблеми моментів з моментами із многогранників.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ. Умови існування екстремального елемента для величини (1) , співвідношення двоїстості та критерії екстремальної послідовності і екстремального елемента для цієї величини вдалось встановити , базуючись на теоремах віддільності та теоремах двоїстості в задачах спуклої оптимізації.

Побудовані в роботі чи:ельні методи розв'язування задач найкращої одночасної дробової апроксимації кількох елементів опуклими множинами грунтуються на ідеях методів січної площини Келлі, зведення (шляхом заміни змінних) розв'язування задачі дробово-лінійного програмування до розв'язування задачі лінійного програмування Чарнса і Купера, апроксимації множини та функціоналу мінімізації сублінійного функціоналу на опуклому компакті В.Ф.Дем'янова, О.М.Рубінова.

Результати дослідження узагальненої проблеми моментів отримано шляхом конкретизації результатів дослідження задачі відшукання величини (1) .

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ, ЩО ВИНОСЯТЬСЯ НА ЗАХИСТ:

1. Встановлено теореми існування екстремального елемента для величини (1).
2. Для величини (1) встановлені співвідношення двоїстості, критерії екстремальної послідовності та екстремального елемента. Побудовано задачу, двоїсту до задачі відшукання величини (1), доведено теореми двоїстості. Отримані результати конкретизовано на важливі часткові випадки задачі найкращої одночасної дробової апроксимації кількох елементів опуклими множинами.
3. Побудовано збіжні чисельні методи розв'язування задач найкращої одночасної дробової апроксимації кількох елементів опуклими множинами. Отримано двосторонні оцінки, що дозволяють в окремих випадках відшукувати величини найкращого наближення з наперед заданою точністю.
4. Встановлено співвідношення двоїстості для узагальненої проблеми моментів з моментами із многогранників та побудовано чисельний метод її розв'язування.

НАУКОВА НОВИЗНА. Отримані результати є новими і вперше опубліковані в роботах, перелік яких наведено в кінці автореферату.

ПРАКТИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ. Результати дисертаційної роботи можуть знайти застосування для подальшого розвитку теорії наближення, відшукання величин найкращого наближення з наперед заданою точністю, розв'язування задач математичного програмування та задач оптимального керування.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ. Основні результати роботи доповідались на:
- конференції "Екстремальні задачі теорії наближення і їх застосування" (м.Київ, 1990 р.);

- Всеукраїнській школі - семінарі "Нелінійні граничні задачі математичної фізики та їх застосування" (м. Чернівці, 1995р.);
- 3,4,5-й Міжнародних конференціях імені академіка М. Кравчука (м. Київ, 1994, 1995, 1996 рр.);
- семінарі відділу теорії функцій Інституту математики НАН України під керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора О. І. Степанця (м. Київ, 1996 р.);
- науковому семінарі факультету кібернетики Київського національного університету під керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора В. Л. Макарова (м. Київ, 1996 р.).

ПУБЛІКАЦІЇ. З теми дисертації опубліковано 20 праць. Їх список подано в авторефераті.

СТРУКТУРА ТА ОБСЯГ РОБОТИ. Дисертація складається зі вступу, трьох розділів, що мають 15 параграфів, списку літератури, що містить 83 найменування. Обсяг роботи складає 146 сторінок машинописного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

Для викладу отриманих в роботі результатів введемо такі позначення: X^*, Y^*-простори, спряжені з просторами X, Y; p_j^*, g_j^*, h_i^*-функції, спряжені з функціями p_j, g_j, h_i; $\mathrm{dom}\, p_j^*$, $\mathrm{dom}\, g_j^*$, $\mathrm{dom}\, h_i^*$-ефективні множини функцій p_j^*, g_j^*, h_i^*; $\partial p_j(x)$, $\partial g_j(x)$, $\partial h_i(x)$-субдиференціали функцій p_j, g_j, h_i в точці x; A_j^*, B_j^*, C_i^*-оператори, спряжені з операторами A_j, B_j, C_i відповідно, $j=\overline{1,l}$, $i=\overline{1,m}$; $S_1 = \{ (\varphi;\gamma;\delta;\lambda;\mu) : \varphi = (\varphi_1,\ldots,\varphi_l)$, $\gamma = (\gamma_1,\ldots,\gamma_l)$, $\delta = (\delta_1,\ldots,\delta_m)$, $\lambda = (\lambda_1,\ldots,\lambda_l)$, $\mu = (\mu_1,\ldots,\mu_m)$, $\varphi_j \in \mathrm{dom}\, p_j^*$, $\gamma_j \in \mathrm{dom}\, g_j^*$, $\lambda_j \ge 0$, $j=\overline{1,l}$, $\sum_{j=1}^{l} \lambda_j = 1$, $\delta_i \in \mathrm{dom}\, h_i^*$, $\mu_i \ge 0$, $i=\overline{1,m}\}$; F_∞-асимптотичний конус множини F; $p_{j\infty}(x) = \sup\{ \varphi(x) : \varphi \in \mathrm{dom}\, p_j^*\}$-асимптотичний функціонал функції p_j, $j=\overline{1,l}$, $x \in X$, $g_{j\infty}(x) = \inf\{\gamma(x) : \gamma \in \operatorname{dom} g_j^*\}$ – асимптотичний функціонал функції g_j, $j=\overline{1,l}$, $x \in X$.

Елементом найкращого одночасного за функціями p_j та g_j наближення елементів x_j, y_j опуклими множинами A_jF, B_jF, $j=\overline{1,l}$, або просто екстремальним елементом для величини (1) будемо називати елемент $u^* \in F$ такий, що

$$\alpha^* = E\left(\begin{matrix} p_j,\ x_j,\ A_jF,\ j=\overline{1,l} \\ g_j,\ y_j,\ B_jF,\ j=\overline{1,l} \end{matrix}\right) = \max_{1 \le j \le l} \frac{p_j(A_ju^* - x_j)}{g_j(B_ju^* - y_j)} .$$

У вступі подається стислий огляд досліджень, близьких до теми дисертації , обгрунтовується актуальність дисертаційної теми , а також викладаються основні результати , що виносяться на захист.

Перший розділ дисертаційної роботи присвячений питанням існування екстремального елемента, питанням двоїстості та критеріям екстремальної послідовності і екстремального елемента для величини одночасної апроксимації кількох елементів опуклими множинами.

В § 1 розглянуто постановку задачі відшукання величини (1) та еквівалентну форму запису цієї задачі.

В § 2 наведено умови існування екстремального елемента для величини (1). Тут доводяться такі твердження.

Т е о р е м а 2.1. Якщо F-замкнена локально компактна множина,

$$\lim_{t \to +\infty} \max_{1 \le j \le l} \frac{p_j(A_j(u_0+te) - x_j)}{g_j(B_j(u_0+te) - y_j)} = +\infty$$

для деякого $u_0 \in F$ і всіх $e \in F_\infty$, $e \ne 0$, то екстремальний елемент для величини (1) існує.

Н а с л і д о к 2.1. Якщо F- замкнена локально компактна множина і

$$\lim_{k \to +\infty} \max_{1 \le j \le l} \frac{p_j(A_ju_k - x_j)}{g_j(B_ju_k - y_j)} = +\infty$$

для будь-якої послідовності $(u_k)_{k=1}^{\infty}$, $u_k \in F$ і $\|u_k\| \to +\infty$, то екстремальний елемент для величини (1) існує.

Т е о р е м а 2.2. Якщо F-замкнена локально компактна множина і для будь-якого $e \in F_\infty$, $e \neq 0$, існує $j \in \{1,\dots,l\}$, що $q_{j\infty}(B_j e)=0$, але ж $p_{j\infty}(A_j e)>0$, або існує $j \in \{1,\dots,l\}$, що $q_{j\infty}(B_j e)>0$ і $\dfrac{p_{j\infty}(A_j e)}{q_{j\infty}(B_j e)}>\alpha^*$, то екстремальний елемент для величини (1) існує.

Т е о р е м а 2.3. Якщо F-замкнена локально компактна множина, α^* - скінченна величина і для будь-якого $e \in F_\infty$, $e \neq 0$, та $j \in \{1,\dots,l\}$ $q_{j\infty}(B_j e) \neq 0$, то екстремальний елемент для величини (1) існує тоді і тільки тоді, коли існує точка $\bar{u} \in F$, для якої

$$\bar{\alpha} = \max_{1 \le j \le l} \frac{p_j(A_j\bar{u} - x_j)}{q_j(B_j\bar{u} - y_j)} \le \inf_{\substack{e \in F_\infty \\ e \neq 0}} \max_{1 \le j \le l} \frac{p_{j\infty}(A_j e)}{q_{j\infty}(B_j e)}.$$

Зрозуміло, що з теорем 2.1 та 2.2 легко випливає розглянуте, зокрема, в монографії М.П. Корнійчука [1,с.20,21] твердження про те, що для задачі відшукання величини (2) будь-який скінченновимірний підпростір і, більш загально, будь-яка замкнена локально компактна множина A простору X є множиною існування (тобто такою множиною, що для всіх $x \in X$ існує елемент найкращого наближення).

Відправним пунктом при розв'язуванні задач апроксимації часто виступають співвідношення двоїстості, які зводять задачу найкращого наближення в лінійному нормованому просторі до двоїстої задачі в спряженому просторі.

В § 3 для задачі відшукання величини (1) в термінах спряжених функцій встановлено таке співвідношення двоїстості:

$$\alpha^* = \inf_{u \in F} \max_{1 \le j \le l} \frac{p_j(A_j u - x_j)}{q_j(B_j u - y_j)} =$$

$$= \max\Big\{ \inf_{u \in F} \frac{\sum_{j=1}^{l} \lambda_j(\varphi_j(A_j u - x_j) - p_j^*(\varphi_j)) + \sum_{i=1}^{m} \mu_i(\delta_i(C_i u - z_i) - h_i^*(\delta_i))}{\sum_{j=1}^{l} \lambda_j(\gamma_j(B_j u - y_j) - q_j^*(\gamma_j))} :$$

$(\varphi;\gamma;\delta;\lambda;\mu)\in S_1\}$. (4)

Якщо для задачі відшукання величини (1) $g_j(B_j u-y_j)>0$ для всіх $j=\overline{1,l}$, $u\in U$, то, крім рівності (4), має місце також співвідношення

$$\alpha^*=\max\{\inf_{u\in U}\frac{\sum_{j=1}^{l}\lambda_j(\varphi_j(A_j u-x_j)-p_j^*(\varphi_j))+\sum_{i=1}^{m}\mu_i(\delta_i(C_i u-z_i)-h_i^*(\delta_i))}{\sum_{j=1}^{l}\lambda_j(\gamma_j(B_j u-y_j)-g_j^*(\gamma_j))}:$$

$(\varphi;\gamma;\delta;\lambda;\mu)\in S_1\}$. (5)

У випадку відшукання величини (2), коли апроксимуючою множиною є скінченновимірний підпростір, уперше співвідношення двоїстості отримав С.М. Нікольський [2], що дозволило йому встановити точні результати в окремих задачах найкращого наближення.

Ним, зокрема, встановлено, що коли $x_1,\dots,x_n$ – фіксована система елементів простору X, то для будь-якого $x\in X$

$$\inf\{\|x-\sum_{i=1}^{n}\lambda_i x_i\|:(\lambda_1,\dots,\lambda_n)\in R^n\}=$$

$$=\sup\{f(x): f\in X^*,\ \|f\|\le 1,\ f(x_i)=0,\ i=\overline{1,n}\}. \quad (6)$$

Істотне узагальнення цього співвідношення на випадок, коли апроксимуючою множиною є довільна опукла замкнена множина, і, зокрема, довільний (не обов'язково скінченновимірний) підпростір простору X, міститься в монографії М.П Корнійчука [1, с.28]: якщо A – опукла замкнена множина лінійного нормованого простору X, то для будь-якого елемента $x\in X$ справедливе співвідношення

$$\inf_{u\in A}\|x-u\|=\sup_{\substack{f\in X^*,\\ \|f\|\le 1}}(f(x)-\sup_{u\in A}f(u)). \quad (7)$$

Конкретизація співвідношення двоїстості (5) на випадок задачі відшукання величини (3) приводить до такої рівності [3]:

$$\inf_{u\in U}p_1(x-u)=\sup_{f\in \operatorname{dom} p_1^*}(f(x)-p_1^*(f)-\sup_{u\in U}f(u)) \quad (8)$$

для будь-якого $x\in X$.

Зрозуміло, що співвідношення (4), (5) можна розглядати як поширення на випадок задачі відшукання величини (1) співвідношень двоїстості (6)-(8).

Співвідношення двоїстості виступають ефективним засобом встановлення критеріїв елемента найкращого наближення. Такі критерії для задачі відшукання величини (1) розглядаються в § 4 дисертаційної роботи.

Т е о р е м а 4.4 (критерій екстремального елемента для величини (1)). Нехай $g_j(B_j u-y_j) > 0$ для всіх $j=\overline{1,l}$, $u\in U$. Для того щоб у множині F елемент u^* був екстремальним елементом для величини (1), необхідно і досить існування вектора $(\varphi^*;\gamma^*;\delta^*;\lambda^*;\mu^*) = (\varphi_1^*,\ldots,\varphi_l^*;\gamma_1^*,\ldots,\gamma_l^*;\delta_1^*,\ldots,\delta_m^*;\lambda_1^*,\ldots,\lambda_l^*;\mu_1^*,\ldots,\mu_m^*)$ множини S_1 такого, що:

1) $$p_j(A_j u^*-x_j) = \varphi_j^*(A_j u^*-x_j)-p_j^*(\varphi_j^*),$$
$$g_j(B_j u^*-y_j) = \gamma_j^*(B_j u^*-y_j)-g_j^*(\gamma_j^*),\ j=\overline{1,l},$$
$$h_i(C_i u^*-z_i) = \delta_i^*(C_i u^*-z_i)-h_i^*(\delta_i^*),$$
$$\mu_i^*\, h_i(C_i u^*-z_i) = 0,\ i=\overline{1,m},$$
$$\lambda_j^*\left\{\frac{p_j(A_j u^*-x_j)}{g_j(B_j u^*-y_j)}-\max_{1\le j\le l}\frac{p_j(A_j u^*-x_j)}{g_j(B_j u^*-y_j)}\right\} = 0,\ j=\overline{1,l};$$

2) $$\inf_{u\in U}\frac{\sum_{j=1}^{l}\lambda_j^*\left(\varphi_j^*(A_j u-x_j)-p_j^*(\varphi_j^*)\right)+\sum_{i=1}^{m}\mu_i^*\left(\delta_i^*(C_i u-z_i)-h_i^*(\delta_i^*)\right)}{\sum_{j=1}^{l}\lambda_j^*\left(\gamma_j^*(B_j u-y_j)-g_j^*(\gamma_j^*)\right)} =$$
$$=\frac{\sum_{j=1}^{l}\lambda_j^*\left(\varphi_j^*(A_j u^*-x_j)-p_j^*(\varphi_j^*)\right)+\sum_{i=1}^{m}\mu_i^*\left(\delta_i^*(C_i u^*-z_i)-h_i^*(\delta_i^*)\right)}{\sum_{j=1}^{l}\lambda_j^*\left(\gamma_j^*(B_j u^*-y_j)-g_j^*(\gamma_j^*)\right)}.$$

Т е о р е м а 4.7 (субдиференціальна форма критерію екстремального елемента для величини (1)). Для того щоб у множині F елемент u^* був екстремальним елементом для величини (1), необхідно і досить існування елементів φ_j^*, γ_j^*, δ_i^* простору X^* та чисел λ_j^*, μ_i^*, $j=\overline{1,l}$, $i=\overline{1,m}$, які мають властивості:

1) $\varphi_j^* \in \partial p_j(A_j u^* - x_j)$, $\gamma_j^* \in \partial g_j(B_j u^* - y_j)$, $j=\overline{1,l}$, $\delta_i^* \in \partial h_i(C_i u^* - z_i)$, $i=\overline{1,m}$;

2) $\lambda_j^* \geq 0$, $j=\overline{1,l}$, $\sum_{j=1}^{l} \lambda_j^* = 1$, $\mu_i^* \geq 0$, $i=\overline{1,m}$;

3) $\mu_i^* h_i(C_i u^* - z_i) = 0$, $i=\overline{1,m}$,

$$\lambda_j^* \left[\frac{p_j(A_j u^* - x_j)}{g_j(B_j u^* - x_j)} - \alpha_* \right] = 0, \; j=\overline{1,l}, \text{ де } \alpha_* = \max_{1 \leq j \leq l} \frac{p_j(A_j u^* - x_j)}{g_j(B_j u^* - y_j)};$$

4) $$\inf_{u \in U} \Big(\sum_{j=1}^{l} \lambda_j^* (A_j^* \varphi_j^* - \alpha_* B_j^* \gamma_j^*) + \sum_{i=1}^{m} \mu_i^* C_i^* \delta_i^* \Big)(u) =$$
$$\Big(\sum_{j=1}^{l} \lambda_j^* (A_j^* \varphi_j^* - \alpha_* B_j^* \gamma_j^*) + \sum_{i=1}^{m} \mu_i^* C_i^* \delta_i^* \Big)(u^*).$$

В цьому ж параграфі встановлені також теореми характеризації екстремальної послідовності для величини (1).

Зауважимо, що конкретизація теорем 4.4 та 4.7 на випадок задачі відшукання величини (2) приводить до критерію елемента найкращого наближення, вказаного М.П. Корнійчуком у праці [1,с.34].

В § 5 дисертаційної роботи розглядається двоїста задача до задачі відшукання величини (1). Вона полягає у відшуканні величини

$$\bar{\alpha} = \sup \{ \alpha : (\alpha;\varphi;\gamma;\delta;\lambda;\mu) \in W \}, \tag{9}$$

де W- множина векторів $(\alpha;\varphi;\gamma;\delta;\lambda;\mu) = (\alpha;\varphi_1,\ldots,\varphi_l;\gamma_1,\ldots,\gamma_l;\delta_1,\ldots,\delta_m;\lambda_1,\ldots,\lambda_l;\mu_1,\ldots,\mu_m)$, що задовольняють умови

$$\sum_{j=1}^{l} \lambda_j (\varphi_j(x_j) + p_j^*(\varphi_j)) - \alpha \sum_{j=1}^{l} \lambda_j (\gamma_j(y_j) + g_j^*(\gamma_j)) +$$
$$+ \sum_{i=1}^{m} \mu_i (\delta_i(z_i) + h_i^*(\delta_i)) + \delta_U^*\Big(- \sum_{j=1}^{l} \lambda_j A_j^* \varphi_j + \alpha \sum_{j=1}^{l} \lambda_j B_j^* \gamma_j -$$
$$- \sum_{i=1}^{m} \mu_i C_i^* \delta_i \Big) \leq 0,$$

$\varphi_j \in \operatorname{dom} p_j^*$, $\gamma_j \in \operatorname{dom} g_j^*$, $j=\overline{1,l}$, $\delta_i \in \operatorname{dom} h_i^*$, $i=\overline{1,m}$,

$\lambda_j \geq 0$, $j=\overline{1,l}$, $\sum_{j=1}^{l} \lambda_j = 1$, $\mu_i \geq 0$, $i=\overline{1,m}$,

де δ_U^* -функція, спряжена з характеристичною функцією множини U.

Тісний зв'язок між задачами відшукання величин (1) та (9) встановлюється у формі першої та другої теорем двоїстості.

В § 6 дисертації розглянуто ряд часткових випадків задачі відшукання величини (1), які самі по собі відіграють велике значення в теорії апроксимації та оптимізації. В цьому параграфі результати параграфів 1-5 конкретизуються, зокрема, на випадки, коли U- конус, підпростір, а також на випадки задач відшукання величин $\inf\limits_{u\in\Gamma}\max\limits_{1\le j\le l} p_j(A_j u-x_j)$, $\inf\limits_{u\in\Gamma}\max\limits_{1\le j\le l} \|A_j u-x_j\|$.

$$\inf_{u\in U}\max_{1\le j\le l}\frac{p_j(A_j u-x_j)}{q_j(B_j u-y_j)},\ \inf_{u\in U}\max_{1\le j\le l} p_j(A_j u-x_j),\ \inf_{u\in U}\max_{1\le j\le l}\|A_j u-x_j\|,$$

$$\inf\{\max_{1\le j\le l}\frac{p_j(u)}{q_j(u)} : h_i(u)\le 0,\ i=\overline{1,m},\ u\in U\}$$ тощо.

Отримані в першому розділі результати служать теоретичним фундаментом побудови чисельних методів розв'язування задач найкращої одночасної дробової апроксимації кількох елементів опуклими множинами, яким присвячено другий розділ дисертаційної роботи.

В цьому розділі припускається, що U-опуклий компакт простору Y.

В § 1 розглядаються деякі допоміжні твердження.

В § 2 побудовано чисельний метод розв'язування, так званої, дискретної задачі одночасної дробової апроксимації кількох елементів многогранними множинами.

Сформулюємо цю задачу.

Нехай $\bar{u}_i\in Y,\ i=\overline{1,q},\ U_q=\{u: u=\sum\limits_{i=1}^{q}\alpha_i\bar{u}_i,\ \alpha_i\ge 0,\ i=\overline{1,q},\ \sum\limits_{i=1}^{q}\alpha_i=1\},\ \varphi_{jk}\in X^*,$ $\overline{\alpha}_{jk}\in R,\ j=\overline{1,l},\ k=\overline{1,m_j^1},\ \gamma_{jk}\in X^*,\ \overline{\beta}_{jk}\in R,\ j=\overline{1,l},\ k=\overline{1,m_j^2},\ \delta_{ik}\in X^*,\ \overline{\varepsilon}_{ik}\in R,\ i=\overline{1,m},\ k=\overline{1,n_i},\ F_q=\{u: u\in U_q,\ \max\limits_{1\le k\le n_i}(\delta_{ik}(C_i u-z_i)+\overline{\varepsilon}_{ik})\le 0,\ i=\overline{1,m}\}.$

Припускається, що $\gamma_{jk}(B_j u-y_j)+\overline{\beta}_{jk}>0$ для всіх $u\in U_q,\ j=\overline{1,l},$

$k=\overline{1,m_j^2}$, існує елемент $\tilde{u}\in F_q$, для якого $\max\limits_{1\le k\le n_i}(\delta_{ik}(C_i\tilde{u}-z_i)+\bar{\varepsilon}_{ik})<0$ для всіх $i\in\{1,\dots,m\}$, а у випадку, коли для деякого $j_o\in\{1,\dots,l\}$ $m_{j_o}^2>1$, то $\max\limits_{1\le j\le l}\ \max\limits_{1\le k\le m_j^1}(\varphi_{jk}(A_ju-x_j)+\bar{\alpha}_{jk})\ge 0$ для всіх $u\in F_q$.

При цих умовах ставиться задача відшукання величини

$$\bar{\nu}=\min_{u\in F_q}\max_{1\le j\le l}\frac{\max\limits_{1\le k\le m_j^1}(\varphi_{jk}(A_ju-x_j)+\bar{\alpha}_{jk})}{\min\limits_{1\le k\le m_j^2}(\gamma_{jk}(B_ju-y_j)+\bar{\beta}_{jk})}. \qquad (10)$$

Якщо позначити $a_{jk}=(\varphi_{jk}(A_j\bar{u}_1),\dots,\varphi_{jk}(A_j\bar{u}_q))$, $j=\overline{1,l}$, $k=\overline{1,m_j^1}$, $b_{jk}=(\gamma_{jk}(B_j\bar{u}_1),\dots,\gamma_{jk}(B_j\bar{u}_q))$, $j=\overline{1,l}$, $k=\overline{1,m_j^2}$, $c_{ik}=(\delta_{ik}(C_i\bar{u}_1),\dots,\delta_{ik}(C_i\bar{u}_q))$, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,n_i}$, $\alpha_{jk}=\bar{\alpha}_{jk}-\varphi_{jk}(x_j)$, $j=\overline{1,l}$, $k=\overline{1,m_j^1}$, $\beta_{jk}=\bar{\beta}_{jk}-\gamma_{jk}(y_j)$, $j=\overline{1,l}$, $k=\overline{1,m_j^2}$, $\varepsilon_{ik}=\bar{\varepsilon}_{ik}-\delta_{ik}(z_i)$, $i=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,n_i}$,

$M_q=\{\alpha=(\alpha_1,\dots,\alpha_q):\ \alpha_i\ge 0,\ i=\overline{1,q},\ \sum\limits_{i=1}^{q}\alpha_i=1\}$,

$Q_q=\{\alpha=(\alpha_1,\dots,\alpha_q):\ \alpha\in M_q,\ \langle c_{ik},\alpha\rangle+\varepsilon_{ik}\le 0,\ i=\overline{1,m},\ k=\overline{1,n_i}\}$,

то величину (10) можна подати в такій формі:

$$\bar{\nu}=\min_{\alpha\in Q_q}\max_{1\le j\le l}\frac{\max\limits_{1\le k\le m_j^1}(\langle a_{jk},\alpha\rangle+\alpha_{jk})}{\min\limits_{1\le k\le m_j^2}(\langle b_{jk},\alpha\rangle+\beta_{jk})}.$$

У випадку, коли серед чисел m_j^2, $j=\overline{1,l}$, є відмінне від одиниці, на попередньому кроці побудованого чисельного методу відшукання величини (10) вибираємо вектор $\lambda^1=(\lambda_1^1,\dots,\lambda_l^1)\in R^l$, $\sum\limits_{j=1}^{l}\lambda_j^1=1$, $\lambda_j^1\ge 0$, $j=\overline{1,l}$, для якого $\sum\limits_{j=1}^{l}\lambda_j^1\max\limits_{1\le k\le m_j^1}(\langle a_{jk},\alpha\rangle+\alpha_{jk})\ge 0$ для всіх $\alpha\in Q_q$. Існування такого вектора доведено в § 1. Якщо ж $m_j^2=1$, $j=\overline{1,l}$, то вектор λ^1, $\sum\limits_{j=1}^{l}\lambda_j^1=1$, $\lambda_j^1\ge 0$, $j=\overline{1,l}$, вибирається довільно.

На r - му кроці методу за допомогою лінійного програмування знаходимо величину

$$\bar{\nu}_r = \min_{\alpha \in Q_q} \frac{\sum_{j=1}^{l} \lambda_j^r \max_{1 \le k \le m_j^1} (\langle a_{jk}, \alpha\rangle + \alpha_{jk})}{\sum_{j=1}^{l} \lambda_j^r \min_{1 \le k \le m_j^2} (\langle b_{jk}, \alpha\rangle + \beta_{jk})}, \quad (11)$$

розв'язок $\alpha^r = (\alpha_1^r, \ldots, \alpha_q^r)$ задачі відшукання величини

$$\bar{\rho}_r = \min_{\alpha \in Q_q} \max_{1 \le j \le l} \left(\max_{1 \le k \le m_j^1} (\langle a_{jk}, \alpha\rangle + \alpha_{jk}) - \bar{\nu}_r \min_{1 \le k \le m_j^2} (\langle b_{jk}, \alpha\rangle + \beta_{jk}) \right) \quad (12)$$

та розв'язок $(\theta_{jk}^r, j=\overline{1,l}, k=\overline{1,m_j^1}; \zeta_{jk}^r, j=\overline{1,l}, k=\overline{1,m_j^2}; \eta_{ik}^r, i=\overline{1,m}, k=\overline{1,n_i}; \lambda_j^{r+1}, j=\overline{1,l}; \delta^r)$ двоїстої до неї задачі лінійного програмування відшукання величини

$$\bar{\rho}_r = \max \left(\sum_{j=1}^{l} \sum_{k=1}^{m_j^1} \alpha_{jk}\theta_{jk} - \sum_{j=1}^{l} \sum_{k=1}^{m_j^2} \beta_{jk}\zeta_{jk} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{n_i} e_{ik}\eta_{ik} - \delta \right) \quad (13)$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{l} \sum_{k=1}^{m_j^1} a_{jk}\theta_{jk} - \sum_{j=1}^{l} \sum_{k=1}^{m_j^2} b_{jk}\zeta_{jk} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{n_i} c_{ik}\eta_{ik} + \delta e \ge 0, \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{m_j^1} \theta_{jk} - \lambda_j = 0, \qquad \sum_{k=1}^{m_j^2} \zeta_{jk} - \bar{\nu}_r \lambda_j = 0, \ j=\overline{1,l}, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^{l} \lambda_j = 1, \lambda_j \ge 0, j=\overline{1,l}, \quad (16)$$

$$\theta_{jk} \ge 0, \ j \in \bar{A}, \ k=\overline{1,m_j^1}; \ \zeta_{jk} \ge 0, \ j \in \bar{B}, \ k=\overline{1,m_j^2}; \quad (17)$$

$$\eta_{ik} \ge 0, \ i=\overline{1,m}, \ k=\overline{1,n_i}, \quad (18)$$

де $e=(1,\ldots,1)$, $\bar{A} = \{ j : j \in \{1,\ldots,l\}, m_j^1 > 1\}$,
$\bar{B} = \{ j : j \in \{1,\ldots,l\}, m_j^2 > 1\}$.

На r+1- му кроці за допомогою методів лінійного програмування знаходимо

$$\bar{\nu}_{r+1} = \min_{\alpha \in Q_q} \frac{\sum_{j=1}^{l} \lambda_j^{r+1} \max_{1 \le k \le m_j^1} (\langle a_{jk}, \alpha\rangle + \alpha_{jk})}{\sum_{j=1}^{l} \lambda_j^{r+1} \min_{1 \le k \le m_j^2} (\langle b_{jk}, \alpha\rangle + \beta_{jk})},$$

$$\bar{\rho}_{r+1} = \min_{\alpha \in Q_q} \max_{1 \le j \le l} \left(\max_{1 \le k \le m_j^1} (\langle a_{jk}, \alpha\rangle + \alpha_{jk}) - \bar{\nu}_{r+1} \min_{1 \le k \le m_j^2} (\langle b_{jk}, \alpha\rangle + \beta_{jk}) \right)$$ і т.д.

Нехай $u_r = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i^r \bar{u}_i$.

У роботі доведено збіжність цього методу, показано, що будь-яка часткова границя послідовності $\{u_r\}_{r=1}^{\infty}$ є екстремальним елементом для величини (10), отримано двосторонні оцінки збіжності, що дозволяють відшукати величину (10) з наперед заданою точністю.

У § 3 другого розділу розглянуто дискретну задачу найкращої одночасної дробової апроксимації кількох елементів опуклими компактами.

Ця задача полягає у відшуканні величини

$$\tilde{\nu} = \min_{u\in\tilde{F}} \max_{1\le j\le l} \frac{\max\limits_{1\le k\le m_j^1} (\varphi_{jk}(A_j u - x_j) + \bar{\alpha}_{jk})}{\min\limits_{1\le k\le m_j^2} (\gamma_{jk}(B_j u - y_j) + \bar{\beta}_{jk})}, \qquad (19)$$

де $\tilde{F} = \{ u\in U: \max\limits_{1\le k\le n_i} (\delta_{ik}(C_i u - z_i) + \bar{\varepsilon}_{ik}) \le 0,\ i = \overline{1,m} \}$.

Припускається, як і вище, що U - опуклий компакт простору V, $\gamma_{jk}(B_j u - y_j) + \bar{\beta}_{jk} > 0$ для всіх $u\in U$, $j=\overline{1,l}$, $k=\overline{1,m_j^2}$, існує елемент $\tilde{u}\in\tilde{F}$, для якого $\max\limits_{1\le k\le n_i} (\delta_{ik}(C_i \tilde{u} - z_i) + \bar{\varepsilon}_{ik}) < 0$, а у випадку, коли $m_{j_0}^2 > 1$ для деякого $j_0 \in \{1,\ldots,l\}$, то, крім того,
$\max\limits_{1\le j\le l} \max\limits_{1\le k\le m_j^1} (\varphi_{jk}(A_j u - x_j) + \bar{\alpha}_{jk}) \ge 0$ для всіх $u\in\tilde{F}$.

Для розв'язування задачі (19) запропоновано метод апроксимації множини U, за допомогою якого цю величину можна знайти з наперед заданою точністю послідовним розв'язуванням задач виду (10).

В § 4 для задачі відшукання величини (1) побудовано збіжний метод одночасної апроксимації множини U та функціоналів p_j, q_j, $j=\overline{1,l}$, h_i, $i=\overline{1,m}$, за допомогою якого ця задача зводиться до розв'язування послідовності задач відшукання величин виду (19).

Цей метод є узагальненням на випадок задачі відшукання величини (1) методу мінімізації сублінійного функціоналу на опуклому компакті, запропонованого В.Ф.Дем'яновим, О.М.Рубіновим у праці [4].

Показано, що в окремих важливих випадках за допомогою побудованого методу величину (1) можна знайти з наперед заданою точністю.

В § 5 побудовано чисельний метод розв'язування задачі мінімізації на опуклому компакті дробово-лінійного функціоналу, яка виступає як допоміжна задача при відшуканні величини (19) запропонованим у § 3 методом.

Важливим апаратом розв'язування задач оптимального керування об'єктами, що описуються системами диференціальних рівнянь з фіксованими початковими умовами, є L-проблема моментів в абстрактному лінійному нормованому просторі, основні результати дослідження якої отримані М.Г. Крейном [5].

Значний інтерес представляють задачі оптимального керування з рухомими кінцями (див., наприклад, монографію В.Г. Болтянського [6]). Окремі з цих задач зводяться до, так званої, узагальненої проблеми з моментами із многогранників, якій присвячено розділ 3 дисертаційної роботи.

В § 1 наведено постановку узагальненої проблеми моментів з моментами із многогранників та розглянуто деякі допоміжні твердження.

Нехай $x_1^s,\dots,x_n^s$, $s=\overline{1,l}$, - системи лінійно незалежних елементів лінійного нормованого простору X, а $c^i=(c_1^i,\dots,c_n^i)$, $i=\overline{1,m}$, - точки простору R^n, f^s, $s=\overline{1,l}$, - елементи простору X^*, спряженого з X, $M(f^1,\dots,f^l)$ - многогранник, що є опуклою оболонкою точок $(f^s(x_1^s),\dots,f^s(x_n^s))$, $s=\overline{1,l}$, M - многогранник, що є опуклою оболонкою точок $c^i=(c_1^i,\dots,c_n^i)$, $i=\overline{1,m}$.

Узагальненою проблемою моментів з моментами із многогранників назвемо задачу відшукання величини

$$L = \min_{M(f^1,\ldots,f^l)\cap M\neq\emptyset} \max_{1\le s\le l} \|f^s\|.$$

Якщо позначити $A=\{\alpha=(\alpha_1,\ldots,\alpha_l)\in R^l:\alpha_s\ge 0, s=\overline{1,l}, \sum_{s=1}^{l}\alpha_s=1\}$, $B=\{\beta=(\beta_1,\ldots,\beta_m)\in R^m:\beta_i\ge 0, i=\overline{1,m}, \sum_{i=1}^{m}\beta_i=1\}$, $G=\{(f;\alpha;\beta)=(f^1,\ldots,f^l;\alpha_1,\ldots,\alpha_l;\beta_1,\ldots,\beta_m): f^s\in X^*, s=\overline{1,l}; \alpha\in A; \beta\in B; \sum_{s=1}^{l}\alpha_s f^s(x_j^s)=\sum_{i=1}^{l}\beta_i c_j^i, j=\overline{1,n}\}$, то ця задача запишеться у вигляді

$$L = \min_{(f;\alpha;\beta)\in G} \max_{1\le s\le l} \|f^s\|. \tag{20}$$

Зрозуміло , що при $l=m=1$ задача відшукання величини (20) стає класичною L-проблемою моментів.

Будемо припускати, що $0\notin M$, оскільки у випадку $0\in M$ задача відшукання величини (20) має тривіальний розв'язок $(f^1,\ldots,f^l)=(0,\ldots,0)$.

У § 2. третього розділу за допомогою доведених у § 5 першого розділу теорем двоїстості встановлено співвідношення двоїстості для розглядуваної узагальненої проблеми моментів та їх конкретизації.

Т е о р е м а 2.1. Задача відшукання величини (20) має розв'язок. Справедливе співвідношення двоїстості

$$L=\frac{1}{T},$$

де

$$T = \inf_{\substack{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j c_j^i>0,\\ i=\overline{1,m}}} \max_{1\le s\le l} \max_{1\le i\le m} \frac{\left\|\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j^s\right\|}{\sum_{j=1}^{n}\lambda_j c_j^i}. \tag{21}$$

Доведено , що для задачі відшукання величини (20) існує екстремальний елемент .

В цьому ж параграфі розглянуто критерій екстремального елемента для величини (21).

В § 3 чисельний метод, розроблений у другому розділі для розв'язування задачі відшукання величини (1) у випадку, коли U- компакт, конкретизовано для розв'язування задачі відшукання величини (21).

Показано, що запропонований метод дозволяє також побудувати узагальнений розв'язок задачі відшукання величини (20). При цьому під узагальненим розв'язком задачі відшукання величини (20) будемо розуміти таку послідовність $\{(\tilde{f}_r;\tilde{\alpha}^r;\tilde{\beta}^r)\}_{r=1}^{\infty}$ векторів $(\tilde{f}_r;\tilde{\alpha}^r;\tilde{\beta}^r)=(\tilde{f}_r^s,\ s=\overline{1,l};\tilde{\alpha}_s^r,\ s=\overline{1,l};\tilde{\beta}_i^r,\ i=\overline{1,m})$ із G, що

$$\lim_{r\to\infty}\ \max_{1\le s\le l}\ \|\tilde{f}_r^s\| = L.$$

Встановлено також оцінки, які можна використати для відшукання величин (20) та (21) з наперед заданою точністю.

В § 4 розглянуто задачу лінійного оптимального керування з вільним у межах многогранника лівим кінцем, яка зводиться до узагальненої проблеми моментів з моментами із многогранників.

Розв'язано конкретний приклад такої задачі оптимального керування.

Я радий можливості висловити глибоку та щиру вдячність моїм науковим керівникам професору Олександрові Івановичу Степанцю та професору Юрієві Володимировичу Теплінському за консультації, повсякчасну підтримку, інтерес та увагу до роботи.

СПИСОК ЦИТОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения.- М.:Наука, 1976.-320 с.
2. Никольский С.М. Приближения функций тригонометрическими полиномами в среднем // Изв. АН СССР, Сер. мат. - 1946.-10.-С. 207-256.
3. Гнатюк В.А.,Щирба В.С. Общие свойства наилучшего приближения по выпуклой непрерывной функции // Укр.мат. журн. -

1982.-4,N 5.-С.608-613.

4. Демьянов В.Ф., Рубинов А.М. Приближенные методы решения экстремальных задач.-Л.: Изд-во ЛГУ, 1968.-178 с.

5. Ахиезер Н.И., Крейн М.Г. О некоторых вопросах теории моментов.- Харьков: ГОНТИ, 1938.-254 с.

6. Болтянский В.Г.Математические методы оптимального управления. -М.:Наука, 1969.-408с.

ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНІ У ТАКИХ РОБОТАХ :

1. Гнатюк В.А., Гнатюк Ю.В. Критерии элемента наилучшего приближения в смысле дифференцируемой по Кларку функции //Экстремальные задачи теории приближения и их приложения: Тез. докл. респ. науч. конф. (Киев, 29-31 мая 1990 г.).-Киев: Ин-т математики АН УССР, 1990.- С.39.

2. Гнатюк В.О., Мойко В.В.,Гнатюк Ю.В. Основні властивості задачі найкращого наближення по дробовій функції //Вісн.Київ. ун-ту. Фіз.-мат.науки.-1991.-Вип.2.-С. 26-31

3. Гнатюк В.О., Гнатюк Ю.В. Двоїсті задачі дробово - лінійного програмування та чисельний метод їх розв'язуваня //Зб.наук. праць Кам'янець - Подільського держ. пед. ін-ту. Сер. фіз.-мат. - Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський держ. пед. ін-т, 1993.-Вип.1.- С. 9-20.

4. Гнатюк В.О.,Гнатюк Ю.В. Двоїсте співвідношення для задачі найкращого наближення за дробово-опуклою функцією та критерії елемента найкращого наближення // Тези доповідей 43 звітної наукової конференції кафедр інституту за 1991-1992 рр.-Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський держ. пед. ін-т, 1993.- С. 7.

5. Гнатюк Ю.В. Чисельний метод розв'язування однієї мінімаксної задачі дробового програмування // Тези доповідей 43 звітної наукової конференції кафедр інституту за 1991-1992 рр.- Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський держ. пед. ін-т, 1993. - С. 8.

6. Гнатюк В.О., Гнатюк Ю.В. Двоїсте співвідношення та критерій елемента найкращого наближення для задачі опуклої апроксимації з додатковими обмеженнями // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения : Сб. науч. тр.-Київ : Ін-т математики НАН України, 1995 .-С. 64-67.

7. Гнатюк В.О., Гнатюк Ю.В.Основні властивості задачі дробово-кусково-лінійного програмування та двоїстий метод її розв'язування // Зб.наук. праць Кам'янець - Подільського держ.пед. ін-ту. Сер. фіз.-мат. - Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський держ.пед. ін-т ,1995.-Вип.2.- С. 1-14.

8. Гнатюк В.О., Гнатюк Ю.В. Одна задача найкращого наближення кількох елементів з операторним обмеженням та її зв'язок з узагальненою проблемою моментів // Нелінійні крайові задачі математичної фізики і їх застосування : Зб. наук. праць.- Київ : Ін-т математики НАН України, 1996 .-Ч.2.-С. 27-29.

9. Гнатюк В.О., Гнатюк Ю.В. Задача, двоїста до узагальненої задачі дробово-опукло-вгнутої апроксимації // Тези доповідей П'ятої Міжнародної наукової конференції ім. академіка М. Кравчука .-Київ, 1996.- С.93.

10. Гнатюк Ю.В. Чисельний метод розв'язування узагальненої задачі дробово-опукло-угнутого програмування // Інтегральні перетворення і їх застосування до крайових задач: Зб. наук. праць.- Київ : Ін-т математики НАН України, 1994 .-Вип.6.- С. 28-40.

11. Гнатюк Ю.В. Чисельний метод розв'язування задачі дробово-опуклої апроксимації у випадку наближення компактною множиною // Інтегральні перетьорення і їх застосування до крайових задач: Зб. наук. праць.- Київ : Ін-т математики НАН України, 1994 .-Вип.7.-С. 73-88.
12. Гнатюк Ю.В. Двоїсте співвідношення для задачі найкращого за дробово - опуклою функцією наближення кількох елементів та критерії елемента найкращого наближення // Тези доповідей Третьої Міжнародної наукової конференції ім. академіка М. Кравчука .-Київ, 1994,- С.36.
13. Гнатюк Ю.В. Двоїсті співвідношення для задачі найкращого за дробово-опуклою фукцією наближення кількох елементів та критерії елемента найкращого наближення // Доп. НАН України .- 1995.- N 6.-С.23-26.
14. Гнатюк Ю.В.Теореми двоїстості для задачі дробово-опуклого програмування та критерії оптимальності допустимого розв'язку // Інтегральні перетворення і їх застосування до крайових задач: Зб. наук. праць.- Київ : Ін-т математики НАН України, 1995 .-Вип.9.-С. 187-199.
15. Гнатюк Ю.В. Двоїсті співвідношення для узагальненої проблеми моментів // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения : Сб. науч. тр.-Київ : Ін-т математики НАН України, 1995 .-С. 67-70.
16. Гнатюк Ю.В. Задача дробово-опукло-вгнутої апроксимації кількох елементів компактною множиною та чисельні методи її розв'язування // Зб.наук. праць Кам'янець-Подільського держ. пед. ін-ту . Сер. фіз.-мат. - Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський держ. пед. ін-т ,1995.-Вип.2.- С. 14-36.

17. Гнатюк Ю.В. Основні властивості задачі дробово-опуклою-вгнутої апроксимації та чисельний метод її розв'язування // Тези доповідей Четвертої Міжнародної наукової конференції ім. академіка М. Кравчука. -Київ, 1995. - С.73.
18. Гнатюк Ю.В. Основні властивості задачі найкращого одночасного наближення кількох елементів // Укр.мат. журн.- 1996. -48, N 9. -С. 1183-1193.
19. Гнатюк Ю.В. Проблема моментів з узагальненими моментами із многогранника // Нелінійні крайові задачі математичної фізики і їх застосування : Зб. наук. праць.-Київ : Ін-т математики НАН України, 1996. -Ч.2. -С. 25-27.
20. Гнатюк Ю.В. Співвідношення двоїстості для узагальненої проблеми моментів з моментами із многогранника // Тези доповідей П'ятої Міжнародної наукової конференції ім. академіка М. Кравчука. -Київ, 1996. - С.94.

Гнатюк Ю.В. "Задачи наилучшей одновременной аппроксимации нескольких элементов выпуклыми множествами".

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - математический анализ. Институт математики НАН Украины, Киев, 1997.

Диссертация посвящена исследованию задач наилучшей одновременной аппроксимации нескольких элементов выпуклыми множествами.

В работе для величин наилучшего приближения, рассматриваемых в этих задачах, установлены теоремы существования экстремального элемента, соотношения двойственности, критерии экстремальной последовательности и экстремального элемента, построены численные методы отыскания этих величин и решения обобщенной проблемы моментов с моментами из многогранника.

Gnatyuk Yu.V. " Tasks of the best and simultaneous approximation of some elements by convex multiplicands ".

Thesis for a degree of Candidate of Science in Physics and Mathematics , speciality 01.01.01 - Mathematical analysis . Institute of Mathematics National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 1997.

The thesis is devoted to the analyses of the problems of the best and simultaneous approximation of some elements by convex sets.

The theorems of the existence of the extreme element, the dual relation, the criteria of the extreme suquence and the extreme element are established in this work for the quantities of the best approximation. Numerical methods of finding these quantities and the solution of the general problem of moments with the moments of the polyhedron are constructed.

Ключові слова: одночасна апроксимація кількох елементів , екстремальний елемент , теореми існування , співвідношення двоїстості , критерії , чисельний метод , проблема моментів з моментами із многогранників

Ю.В.

Підп.до друку 05.05.97. Формат 60х84/16.
Папір друк. Офс.друк. Ум.друк.арк. І,63.
Ум. фарбо-відб. І,63. Обл.-вид. арк. І,0.
Тираж 100 пр. Зам. 76 Безкоштовно

Віддруковано в Інституті математики НАН України
252601 Київ 4, МСП, вул. Терещенківська, 3