КИЇВСКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

На правах рукопису

СНІЖКО Наталія Анатоліївна

ДИНАМІКА ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ СКЛАДНОМУ ОБЕРТАННІ

Спеціальність 05.23.17 - Будівельна механіка

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук

КИЇВ - 1997

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00752514 (О)

Дисертацією є рукопис.
Роботу виконано на кафедрі теоретичної механіки та в Науково-дослідному інституті будівельної механіки Міністерства освіти України при Київському державному технічному університеті будівництва і архітектури.

Наукові керівники - доктор технічних наук, проф. Гуляєв Валерій Іванович,

кандидат технічних наук, ст. наук. спів. Гром Андрій Андрійович

Офіційні опоненти - доктор физ.- мат. наук, проф. Луговий Петро Захарович
кандидат технічних наук Волошин Євген Львович

Провідна організація - Науково-дослідний інститут автоматизованих систем планування та керування у будівництві, м. Київ

Захист відбудеться "13" червня 1997 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 01.18.05 Київського державного технічного університету будівництва і архітектури за адресою: 252037, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Київського державного технічного університету будівництва і архітектури за адресою: 252037, м. Київ, Повітрофлотський пр., 31.

Автореферат розісланий "12" травня 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
кандидат технічних наук,
старший науковий співробітник В.Г. Кобієв

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми і ступінь дослідженності тематики дисертації. Тонкостінні осесиметричні оболонки знаходять широке використання в будівельній техніці, сучасному машино- та авіабудуванні, хімічній, нафтовій та газовій промисловостях. В процесі експлуатації оболонки знаходяться у складних режимах. В цих умовах коливання тонких оболонок супроводжуються додатковими динамічними ефектами, які властиві деформованим системам, елементи яких беруть участь у декількох видах руху одночасно. Гіроскопічна взаємодія між цими рухами призводить до втрати системою загальної фази вібрацій та збудженню в ній прецесійних коливань, форма руху яких має вигляд хвилі, що біжить.

Широке впровадження оболонкових конструкцій в різні галузі сучасної техніки, де мають місце складні умови експлуатації, обумовлюють необхідність дослідження напружено-деформованого стану і прецесійних коливань оболонок при складному обертанні.

Розрахунок оболонок, які обертаються навколо осі симетрії, і в одночас, здійснюють поворот, являє собою недостатньо вивчену проблему і викликає інтерес в прикладному та в теоретичному відношеннях.

Мета і основні завдання наукового дослідження. Мета роботи полягає у розробці та реалізації ефективної методики чисельного дослідження напружено-деформованого стану та прецесійних коливань пружних осесиметричних оболонок при складному обертанні. Рішення проблеми включає в себе постановку задачі про складне обертання пружних оболонок, виведення розрішуючих рівнянь їх коливань, розробку методики чисельного рішення цих рівнянь та проведення дослідження динаміки оболонок, що обертаються при різних значеннях їх геометричних параметрів і кутових швидкостей.

Методи досліджень. В основу розробленої методики чисельного дослідження напружено-деформованого стану і прецесійних коливань оболонок при складному обертанні покладено співвідношення теорії тонких оболонок, що задовольняють гіпотезам Кірхгофа-Лява, методи теоретичної механіки, а також методи

начальних параметрів, дискретної ортогоналізації, Рунге-Кутта четвертого порядку.

Особистий внесок дисертанта у розробку наукових результатів полягає у наступному:

- запропонована нова методика дослідження напружено-деформованого стану та прецесійних коливань пружних осесиметричних оболонок при складному обертанні;
- виведено рівняння динамічної рівноваги оболонок при повороті осі обертання, що грунтуються на базі теорії тонких оболонок;
- розроблено чисельні алгоритми та програмний комплекс для вивчення динаміки руху оболонок при складному обертанні. Досліджено напружено-деформований стан та прецесійні коливання тонких пружних циліндричних, конічних та полусферичних оболонок з вирізом при складному обертанні. Проведено аналіз отриманих результатів.

Обгрунтування теоретичної і практичної цінності досліджень та їх наукової новизни. Наукова новизна і теоретичне значення результатів роботи полягає у розробці ефективної методики дослідження тонких пружних осесиметричних оболонок при складному обертанні. Досліджено вплив інерційних та геометричних параметрів, величини кутових швидкостей особистого обертання і повороту осі обертання на характер розподілу внутрішніх зусиль та моментів, а також форми прецесійних коливань циліндричних, конічних та полусферичних оболонок.

Достовірність результатів проведених досліджень підтверджено вибором обгрунтованих методів чисельного аналізу, порівнянням з аналітичними і чисельними розрахунками, виконаними іншими авторами. Збіжність чисельних рішень досліджувалась послідовним зменшенням кроку інтегрування та участків ортогоналізації.

Практична цінність роботи міститься в постановці задачі, розробці методики та створенні автоматизованого комплекса прикладних програм для дослідження механізму збудження прецесійних коливань пружних оболонок при складному обертанні та в визначенні на їх основі загальних закономірностей періодичних рухів розглянутих систем.

Результати досліджень можуть бути використані при аналізі прецесійних коливань елементів роторів турбін, виконуючих складне обертання.

Рівень реалізації, впровадження наукових розробок. Методика і програмний комплекс дослідження прецесійних коливань пружних тонких оболонок при складному обертанні виконувались у відповідності з координаційним планом Міносвіти України по темах 1ДБ-96 "Розвиток і програмна реалізація методів динаміки та технічної діагностики конструкцій для оцінки параметрів динамічних процесів в машинах і спорудах" (№ держреєстрації 0194016668) та 11ДБ-96 "Розробка математичних моделей та дослідження динамічної поведінки оболонок складної форми" (№ держреєстрації 0195019521).

Апробація роботи. Викладені у роботі результати доповідались на науково-технічній конференції "Комп'ютерні технології в організації та проведенні навчального процесу у технічному ВУЗі" (Київ, 1995 р.), на 54-56-й науково-технічних конференціях КДТУБА (Київ, 1994-1996 рр.), Міжнародній науково-технічній конференції "Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье" (Харків, 1996 р.); Загальних зборах Національного комітету України по теоретичній та прикладній механіці (Київ, 1996р.).

Публікації. Основний зміст дисертації викладено у 9 публікаціях.

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів, висновків та бібліографічного списку, викладена на 185 сторінках і містить 120 сторінок машинописного тексту, 85 рисунків, 10 таблиць та бібліографію з 137 найменувань на 15 сторінках.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі приведено огляд літератури з питань дослідження напружено-деформованого стану і коливань оболонок, виконуючих складне обертання, викладено відомості про розвиток досліджень стійкості та коливань тонких оболонок, які обертаються навколо осі симетрії; аналізу динамічної поведінки осесиметричних оболонок, що обертаються у гравітаційному полі сил. Обгрунтована актуальність теми дисертації, сформульована мета роботи.

Загальна теорія пружних тонких оболонок, а також різноманітні питання, пов'язані з розрахунками міцності оболонкових елементів конструкцій, знайшли відображення в працях В.З. Власова, О.Л. Гольденвейзера, М.О. Кільчевского, Н.В. Колкунова, М.В. Корнишина, О.І. Лур'є, А. Лява, Х.М. Муштари, К.З. Галімова, В.В. Новожилова, С.П. Тимошенка, К.Ф. Черниха, які містять основні положення та залежності сучасної теорії пластинок та оболонок.

Виникнення складних режимів експлуатації оболонкових конструкцій обумовлює розвиток та удосконалення теорії і методів розрахунку їх динаміки. Розробці теорії та вирішенню задач дослідження динаміки оболонок присвячені роботи М.О. Алумяе, В.А. Баженова, В.В. Болотіна, А.С. Вольміра, Е.І. Григолюка, О.М. Гузя, Я.М. Григоренка, Є.С. Дегтярюка, В.В. Кабанова, О.С. Сахарова та інших авторів.

Дослідження напружено-деформованого стану та динамічної поведінки оболонок при обертанні навколо осі симетрії торкаються багатьох проблем, пов'язаних з побудовою математичних моделей таких систем та застосуванням ефективних методів їх чисельних рішень. Ці проблеми вивчено порівняно ретельно. Великий внесок в розвиток дослідження динаміки оболонок при власнім обертанні поклали роботи Bryan, Amstrong, Macke, Mizoguchi, Armold, Warburton, Jonson, J. Herrmann, A.S. Armenakas, L. Kurzwil, A. Zohar, I. Aboudi та інших авторів. Праці Ю.С. Вороб'єва, С.Ш. Дегістова, В.Ф. Журавльова, О.Л. Клімова, Н.Є. Єгарміна та інших дослідників присвячені вивченню коливань конічних та сферичних оболонок, що обертаются.

Постановка задачі дослідження змушених коливань оболонкових конструкцій на вібруючій основі і рух гнучних безмоментних оболонок, вісь обертання яких здійснює поворот у гравітаційному полі сил здійснена у роботах П. Бейнума, В.І. Гуляєва, В. Кумара, П.П. Лізунова, В. Шумахера, Г. Сінкасіна та інших авторів.

Виконаний в дисертаціній роботі аналіз публікацій по дослідженню динаміки тонких оболонок дозволив зробити висновок, що до теперішнього часу питання дослідження напружено-деформованого стану та прецесійних коливань пружних

осесиметричних оболонок при складному обертанні вивчені недостатньо.

Перший розділ вміщує опис співвідношень загальної теорії тонких пружних оболонок, які покладені в основу розробленої методики дослідження поставленної задачі. В тензорній формі на основі принципу Даламбера формуються рівняння руху елементу серединної поверхні оболонок при повороті осі обертання. Виведені компоненти інерційного навантаження пружних осесиметричних оболонок при повороті осі обертання.

Диференційні рівняння руху елемента оболонки в локальній системі ортогональних криволінійних координат (x^1, x^2) будуються за умовою, що головний вектор і головний момент усіх сил, включаючи сили інерції, прикладених до елементу серединної поверхні оболонки, дорівнюють нулю.

При математичному моделюванні коливань осесиметричної оболонки, що обертається з постійною кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ навколо власної осі симетрії, введемо наступні прямокутні системи координат (рис.1) : OXYZ - нерухома (інерційна) система координат з початком у центрі однієї з основ оболонки, вісь OZ якої в початковий момент часу співпадає з віссю симетрії оболонки; Oxyz - система координат, яка жорстко зв'язана з оболонкою, її вісь Oz співпадає з віссю власного обертання, а початок O співпадає з початком інерційної системи координат та знаходиться в площині основи оболонки, що розміщується перпендикулярно осі симетрії; $OX_1Y_1Z_1$ - зв'язана з основою оболонки прямокутна система координат, вісь OZ_1 якої є віссю власного обертання ротору, а вісь OY_1 у початковий момент часу співпадає з віссю OY.

Вивчимо складний рух оболонки відносно інерційної системи координат, який виникає при плоскому повороті осі обертання навколо осі OY_1 з постійною кутовою швидкістю $\vec{\omega}_0$.

Радіус-вектор $\vec{\rho}$ довільної точки серединної поверхні оболонки та вектор абсо-лютної швидкості $\vec{V}$ виражено співвідношеннями

$$\vec{\rho} = \vec{\rho}_0 + \vec{U} \quad ;$$
$$\vec{V} = \vec{V}' + (\vec{\omega} + \vec{\omega}_0) \times \vec{\rho}, \qquad (1)$$

де $\vec{\rho}_0$- радіус-вектор точки недеформованої поверхні в системі координат Oxyz , жорстко зв'язаної з оболонкою; $\vec{U} = \{u, v, w\}$ - вектор переміщення елемента оболонки у процесі деформування;

$\vec{V}^r = \dot{u}\vec{e}^1 + \dot{v}\vec{e}^2 + \dot{w}\vec{e}^3$ - вектор відносної швидкості елемента серединної поверхні оболонки.

Компоненти вектору абсолютного прискорення $\vec{W}$ в проекціях на взаємний локальний базис мають вигляд:

$$W^1 = \frac{\ddot{u}}{a_{11}} - \omega^2 \frac{u}{a_{11}} + 2\omega \cos\alpha \frac{\dot{w}}{\sqrt{a_{11}}} + 2\omega \sin\alpha \frac{\dot{v}}{\sqrt{a}};$$

$$W^2 = \frac{\ddot{v}}{a_{22}} - 2\omega \sin\alpha \frac{\dot{u}}{\sqrt{a}} - \omega^2 \sin^2\alpha \frac{v}{a_{22}} - \omega^2 \sin\alpha \cos\alpha \frac{w}{\sqrt{a_{22}}} -$$

$$- \omega^2 R \frac{\sin\alpha}{\sqrt{a_{22}}} + 2\omega_0\omega \cos\alpha R \frac{\sin(x^1 + \omega t)}{\sqrt{a}}; \qquad (2)$$

$$W^3 = \ddot{w} - 2\omega \cos\alpha \frac{\dot{u}}{\sqrt{a_{11}}} - \omega^2 R \cos\alpha - \omega^2 \sin\alpha \cos\alpha \frac{v}{\sqrt{a_{22}}} -$$

$$- \omega^2 \cos^2\alpha w - 2\omega_0\omega R \sin\alpha \sin(x^1 + \omega t).$$

Тут a_{ij} (i,j=1,2) - коефіцієнти першої квадратичної форми серединної поверхні оболонки; a - основний метричний тензор поверхні; R - поточний радіус точки; α - кут між дотичною до твірної серединної поверхні оболонки та віссю симетрії.

Диференційні рівняння руху елемента тонкої пружньої оболонки при складному обертанні мають вигляд

$$\sqrt{a}\left(\frac{\partial T^{11}}{\partial x^1} + T^{12}\Gamma^1_{21} - T^{13}b^1_1\right) + \frac{\partial\sqrt{a_{11}}}{\partial x^2}\sqrt{a_{22}}T^{21} + \frac{\partial\sqrt{a_{22}}}{\partial x^2}\sqrt{a_{11}}T^{21} +$$

$$+\sqrt{a}\frac{\partial T^{21}}{\partial x^2} + \sqrt{a}T^{21}\Gamma^1_{12} + \sqrt{a}T^{22}\Gamma^1_{22} = \sqrt{a}\gamma h\left[\frac{\ddot{u}}{a_{11}} - \omega^2\frac{u}{a_{11}} + 2\omega\cos\alpha\frac{\dot{w}}{\sqrt{a_{11}}} + 2\omega\sin\alpha\frac{\dot{v}}{\sqrt{a}}\right],$$

$$\sqrt{a}\left(\frac{\partial T^{12}}{\partial x^1} + T^{11}\Gamma^2_{11}\right) + \frac{\partial\sqrt{a_{11}}}{\partial x^2}\sqrt{a_{22}}T^{22} + \frac{\partial\sqrt{a_{22}}}{\partial x^2}\sqrt{a_{11}}T^{22} + \sqrt{a}\frac{\partial T^{22}}{\partial x^2} + \qquad (3)$$

$$+\sqrt{a}T^{22}\Gamma^{22}_2 - \sqrt{a}T^{23}b^2_2 = \sqrt{a}\gamma h\left[\frac{\ddot{v}}{a_{22}} - 2\omega\sin\alpha\frac{\dot{u}}{\sqrt{a}} - \omega^2\sin^2\alpha\frac{v}{a_{22}} -\right.$$

$$\left.-\omega^2\sin\alpha\cos\alpha\frac{w}{\sqrt{a_{22}}} - \omega^2 R\frac{\sin\alpha}{\sqrt{a_{22}}} + 2\omega_0\omega\frac{R}{\sqrt{a_{22}}}\cos\alpha\sin(x^1 + \omega t)\right],$$

$$\sqrt{a}\left(\frac{\partial T^{13}}{\partial x^1} + T^{11}b_{11}\right) + \frac{\partial\sqrt{a_{11}}}{\partial x^2}\sqrt{a_{22}}T^{23} + \frac{\partial\sqrt{a_{22}}}{\partial x^2}\sqrt{a_{11}}T^{23} + \sqrt{a}\frac{\partial T^{23}}{\partial x^2} + \sqrt{a}T^{22}b_{22} =$$

$$= \sqrt{a}\gamma h\left[\ddot{w} - 2\omega\cos\alpha\frac{\dot{u}}{\sqrt{a_{11}}} - \omega^2\cos^2\alpha w - \omega^2\sin\alpha\cos\alpha\frac{v}{\sqrt{a_{22}}} - \omega^2 R\cos\alpha\right.$$

$$\left.-2\omega_0\omega R\sin\alpha\sin(x^1 + \omega t)\right],$$

де h - товщина; γ - щільність матеріалу оболонки; T^{ij} - двічі контраваріантні компоненти тензора внутрішніх зусиль; b_{ij} -

коефіцієнти другої квадратичної форми, що складають тензор другого рангу; b_j^i - його змішані компоненти; Γ_{jk}^i - символи Кристофеля.

Контраваріантні вектори внутрішніх зусиль $\vec{T}^{\alpha}$ та моментів $\vec{M}^{\alpha}$ розкладаються по векторах основного локального базису недеформованної серединної поверхні оболонки

$$\vec{T}^{\alpha} = T^{\alpha\beta}\vec{e}_{\beta} + T^{\alpha 3}\vec{e}_{3}; \qquad \vec{M}^{\alpha} = C_{\beta\gamma} M^{\alpha\beta}\vec{e}^{\gamma}. \tag{4}$$

Тут $T^{\alpha\beta}$, $M^{\alpha\beta}$ - контраваріантні компоненти тензорів внутрішніх зусиль та моментів; $C_{\alpha\beta}$ - дискримінантний тензор поверхні.

Контраваріантні складові тензорів $T^{\alpha\beta}$ та $M^{\alpha\beta}$ виражаються через коваріантні компоненти тензорів лінійних $\varepsilon_{\alpha\beta}$ та кутових $\mu_{\alpha\beta}$ деформацій залежностями :

$$T^{\alpha\beta} = \frac{Eh}{1-\nu^2}\varepsilon_{\gamma\omega}\left[\nu a^{\alpha\beta}a^{\gamma\omega} + (1-\nu)a^{\alpha\gamma}a^{\beta\omega}\right];$$

$$M^{\alpha\beta} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\mu_{\gamma\omega}\left[\nu a^{\alpha\beta}a^{\gamma\omega} + (1-\nu)a^{\alpha\gamma}a^{\beta\omega}\right], \tag{5}$$

$(\alpha, \beta, \gamma, \omega = 1,2)$.

Компоненти деформацій $\varepsilon_{\gamma\omega}$ та $\mu_{\gamma\omega}$ визначаються через компоненти вектору переміщень $\vec{U} = \{u, v, w\}$ як

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\vec{U}}{\partial x^{\alpha}}\vec{e}_{\beta} + \frac{\partial\vec{U}}{\partial x^{\beta}}\vec{e}_{\alpha}\right); \tag{6}$$

$$\mu_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{C^{\alpha\gamma}}\frac{\partial\vec{\Omega}_l}{\partial x^{\beta}}\vec{e}^{\gamma} + \frac{1}{C^{\beta\omega}}\frac{\partial\vec{\Omega}_l}{\partial x^{\alpha}}\vec{e}^{\omega}\right),$$

де $\vec{\Omega}_l = C^{\alpha\beta}\vartheta_{\alpha}\vec{e}_{\beta}$ - вектор кутів повороту елементу серединної поверхні; $\vartheta_i = -\left(\frac{\partial\vec{U}}{\partial x^i}\right)\vec{e}^{3}$ $(i = 1,2)$ - деформації у напрямку базисних векторів.

Недисипативні сили, що залежать від швидкостей $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$ та входять в рівняння (3), є гіроскопічними. Праві частини цієї системи залежать від кутових швидкостей $\vec{\omega}$ та $\vec{\omega}_0$ і є періодично змінними за часом функціями, що свідчать про виникнення у системі прецесійних коливань.

Рівняння динамічної рівноваги (3) разом з співвідношеннями між внутрішніми зусиллями і моментами з кутовими та лінійними деформаціями (5), (6) і з граничними умовами, складають повну систему рівнянь, що дозволяють здійснити дослідження напружено-

деформованого стану та коливань оболонок при складному обертанні.

Другий розділ містить методику чисельного дослідження прецесійних коливань осесиметричних тонких пружних оболонок при складному обертанні при $\omega >> \omega_0$. Для дослідження динамічної поведінки оболонок, які здійснюють складний рух, використовується підхід, що базується на розділенні загального напружено-деформованого стану оболонки на основний осесиметричний, який обумовлений її власним обертанням, та додатковий коливальний стан, зумовлений поворотом осі обертання.

Такий підхід дослідження коливань пружних осесиметричних оболонок при складному обертанні дозволяє охарактеризувати статичний напружено-деформований стан переміщеннями u_0, v_0, w_0, а коливальний - їх приростами $\Delta u, \Delta v, \Delta w$. З урахуванням періодичності правої частини рівнянь динамічної рівноваги (3) їх рішення шукаємо у наступному вигляді:

$$u(x^1,x^2,t) = u_0(x^2) + \Delta u(x^2)\cos(x^1+\omega t);$$
$$v(x^1,x^2,t) = v_0(x^2) + \Delta v(x^2)\sin(x^1+\omega t); \quad (7)$$
$$w(x^1,x^2,t) = w_0(x^2) + \Delta w(x^2)\sin(x^1+\omega t).$$

Представлення рішення (7) рівнянь коливань дозволяє перейти до розв'язання систем звичайних диференційних рівнянь

$$d\bar{Y}/dx^2 = A(x^2)\,\bar{Y} + \bar{g}(x^2) \quad (8)$$

з граничними умовами

$$G_1\bar{Y}(0) = \bar{f}_1, \qquad G_2\bar{Y}(L) = \bar{f}_2. \quad (9)$$

Тут $\bar{Y}$ - шукана вектор-функція, яка для основного стану має вигляд $\bar{Y} = \mathrm{col}\{v_0,\ w_0,\ \varepsilon_{22}^0,\ \vartheta_2^0,\ \mu_{22}^0,\ T_0^{23}\}$, а для додаткового - $\bar{Y} = \mathrm{col}\{u^*,\ v^*,\ w^*,\ \varepsilon_{12}^*,\ \varepsilon_{22}^*,\ \vartheta_2^*,\ \mu_{22}^*,\ T_*^{23}\}$, x^2 - незалежна змінна; $A(x^2)$ - матриця коефіцієнтів ; $\bar{g}(x^2)$ - вектор навантаження. Зіркою при невідомих позначені параметри, які одержані після дискретизації рівнянь по координаті x^1 та часу t.

Для побудови рішень $\bar{Y}(x^2)$ використовується метод початкових параметрів. При цьому частинні рішення системи (8) знаходяться методом Рунге-Кутта четвертого порядку. Особливість задач, що розглядаються, пов'язана з наявністю в системі великих коефіцієнтів ω^2, що призводить до швидкого росту рішень. Тому при побудові матриць фундаментальних рішень використовується

метод дискретної ортогоналізації, який дозволяє одержати стійкий обчислювальний процес.

На основі запропонованої методики в дисертаційній роботі розроблено чисельні алгоритми та обчислювальний комплекс для розв'язання широкого класу задач дослідження напружено-деформованого стану та прецесійних коливань пружних тонких осесиметричних оболонок при складному обертанні.

В третьому розділі приведені результати розв'язання ряду задач коливань тонких пружних циліндричних, конічних та полусферичних оболонок один край яких жорстко закріпленний, а другий- вільний.

Коливання оболонок при складному русі призводять до виникнення в їх опорному перерізі пружнього моменту $\vec{M}_e$.

Для циліндричних і конічних оболонок цей момент було порівняно з гіроскопічним моментом $\vec{M}_g$, що діє при складному обертанні на еквівалентне тонкостінне тіло. Результати співставлення загального гіроскопічного момента $\vec{M}_g = I_z\vec{\omega} \times \vec{\omega}_0$ оболонки як еквівалентного жорсткого тіла, I_z - момент його інерції відносно осі обертання, і пружнього гіроскопічного момента $\vec{M}_e$, знайденого в рамках розглядаємого підходу можуть служити критерієм достовірності постановки задачі про прецесійні коливання пружних оболонок та її рішення.

Аналіз результатів обчислень свідчить, що для малих значень кутової швидкості обертання $\vec{\omega}$ низькочастотний прецесійний рух оболонки є квазістатичним, і моменти $\vec{M}_e$ та $\vec{M}_g$ співпадають з великою точністю. При збільшенні $\vec{\omega}$ вплив пружних коливань на загальний пружний момент $\vec{M}_e$ у жорсткому затисненні стає більш істотним та починає перевищувати $\vec{M}_g$.

Дослідження конічних оболонок (рис.2) надало можливості з'ясувати, що при $\alpha = 45°$ і $\omega = 450$ c^{-1} спостерігається різке зростання пружнього моменту $\vec{M}_e$, а при наближенні до резонансного значення $\vec{\omega}$, спрямування до нескінченності.

З'ясовано, що прецесійні коливання оболонок характеризуються формою періодичного руху, при якому кутова швидкість коливань дорівнює кутовій швидкості власного обертання. У зв'язку з цим у системі координат $OX_1Y_1Z_1$, що повертається з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_0$, рух оболонки є

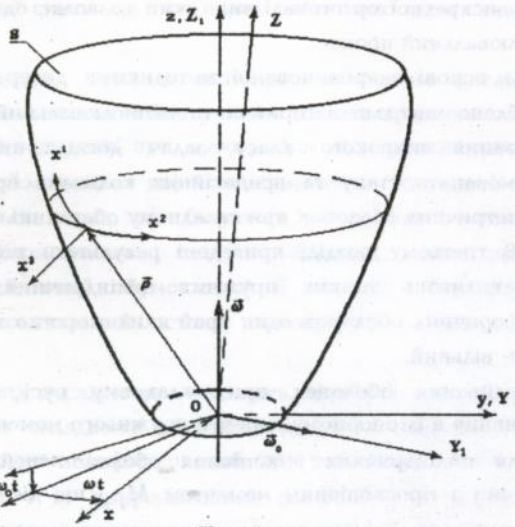
z, Z₁
Z
g
x¹
x²
x³
β
ω
0
y, Y
X
ω₀t
ωt
X₁
x
ω₀
Y₁

Рис. 1.

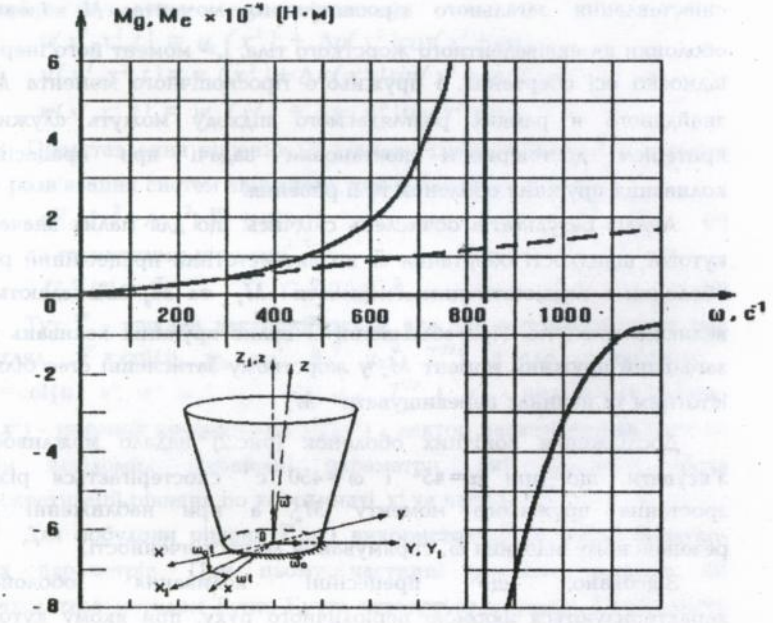
Mg, Mc × 10⁻⁴ (Н·м)
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
200
400
600
800
1000
ω, с⁻¹
Z₁,z
z
ω
y
Y, Y₁
x
ω₀t
ωt
X₁
ω₀

Рис 2.

стаціонарним та симетричним відносно площини Y_1OZ_1. При цьому у площині повороту Y_1OZ_1 пружні переміщення є максимальними. Форми серединної поверхні оболонок при її стаціонарному русі для циліндричної оболонки з $R=0,1$ м, $h=0,001$ м, $\omega=1000$ c^{-1} представлено на рис. 3, а для конічної оболонки при $\alpha=30°$ на рис. 4.

На рис. 5 приведено залежності амплітудних значень прогинів вільного краю полусферичної оболонки від положення площини зрізу. Визначено, що з поменьшенням величини отвіру амплітудні прогини її вільного краю зменьшуються.

Виконано дослідження впливу геометричних параметрів, кутових швидкостей обертання $\vec{\omega}$ та повороту $\vec{\omega}_0$ на напружено-деформований стан циліндричних, конічних та полусферичних оболонок. Побудовано графіки розподілення по довжині оболонок переміщень, внутрішніх зусиль та моментів, що виникають у процесі обертання.

Розглянуто питання достовірності результатів досліджень. Проведено ряд тестів, що засвідчують вірність чисельного розрахунку поставлених задач.

Четвертий розділ присвячений дослідженню прецесійних коливань тонких осесиметричних оболонок з затисненими краями при складному обертанні.

В дисертаційній роботі досліджені циліндрична, конічна та полусферична оболонки з різними геометричними параметрами. З'ясовано вплив товщини оболонки h (для циліндричних), кута конусності α (для конічних) та величини отвору θ_0 (для полусферичної оболонки) на розподілення по довжині прогину, внутрішніх зусиль та згинаючих моментів.

Побудовано форми серединної поверхні стаціонарного руху оболонок у системі координат $OX_1Y_1Z_1$. На рис. 6, 7, 8 вони представлені для циліндричної оболонки з $R=0,1$ м, конічної оболонки з $R_0=0,1$ м, $\alpha=45°$ та сферичної оболонки з вирізом з $R=0,6$ м і $\theta_0=75°$, відповідно.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ

1. Поставлено задачу про збуджуємі гіроскопічними силами інерції прецесійні коливання виконуючих складне обертання тонких осесиметричних оболонок.

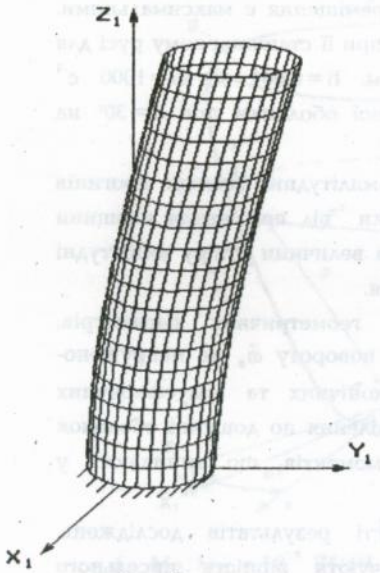

Рис. 3.

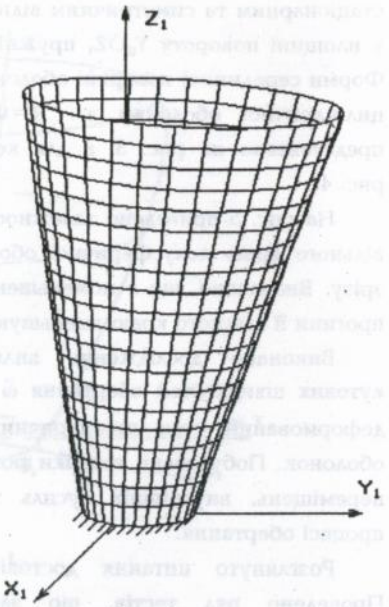

Рис. 4.

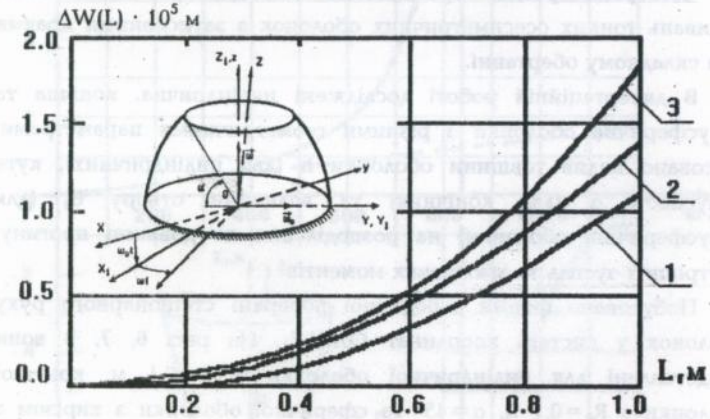

Рис. 5.

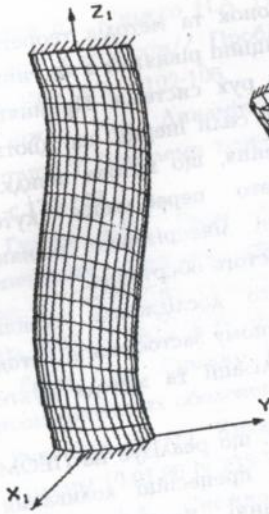

Рис. 6.

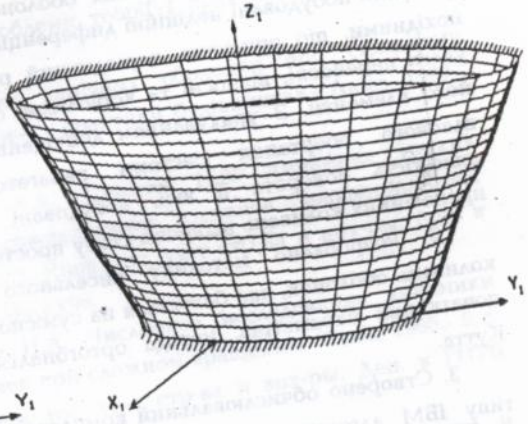

Рис. 7.

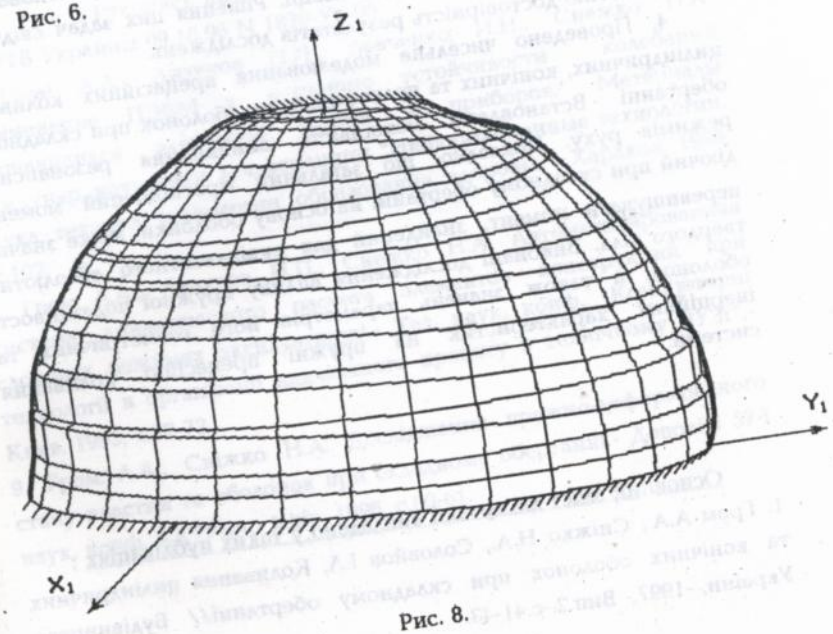

Рис. 8.

На основі теорії тонких оболонок та методів теоретичної механіки побудовані нелінійні диференційні рівняння з частинними похідними, що описують періодичний рух системи. Прийняті до уваги переносні, відносні та коріолісові сили інерції, що діють на його елементи. З урахуванням допущення, що кутова швидкість власного обертання системи набагато перебільшує кутову швидкість поворота її вісі, побудовані лінеарізовані рівняння прецесійних коливань відносно стану простого обертання.

2. Розроблено методику чисельного дослідження рівнянь коливань оболонок, яка базується на сумісному застосуванні метода початкових параметрів, метода ортогоналізації та метода Рунге-Кутта.

3. Створено обчислювальний комплекс, що реалізує на ПЕОМ типу IBM алгоритми рішення задач про прецесійні коливання тонких оболонок при складному обертанні. Вирішено серію тестових задач, що підтверджує ефективність запропонованого підходу та його програмної реалізації. Рішення цих задач свідчить про достатню достовірність результатів досліджень.

4. Проведено чисельне моделювання прецесійних коливань циліндричних, конічних та полусферичних оболонок при складному обертанні. Встановлено можливість виникнення резонансних режимів руху. Показано, що загальний гіроскопічний момент, діючий при складному обертанні на основу оболонки, може значно перевищувати момент, знайдений для еквівалентного абсолютно твердого тіла. Виконані дослідження впливу пружної податливості оболонок, а також значень параметрів його геометричних та інерційних характеристик на пружні прецесійні коливання системи.

Основний зміст дисертації викладено у таких публікаціях :

1. Гром А.А., Сніжко Н.А., Соловйов І.Л. Коливання циліндричних та конічних оболонок при складному обертанні// Будівництво України, -1997.- Вип.2.-с.41-43.

2. Гуляєв В.І., Сніжко Н.А. Прецесійні коливання напівсферичних оболонок з отвором// Проблеми теорії і практики будівництва.- Львів, 1997.-Т.II,-с.102-106.

3. Сніжко Н.А. Динаміка конічних оболонок при складному обертанні// Проблеми теорії і практики будівництва.- Львів, 1997.- Т.II,-с.125-129.

4. Гуляев В.И., Гром А.А., Снежко Н.А. Динамика тонких конических оболочек, совершающих сложное вращение.-Киев, 1996-15с.: Рукопись предст. Киев. гос. ун-т стр-ва и арх-ры. Деп. в Укр. ИНТЕИ 20.12.96 N 284-Ук96.

5. Гром А.А., Снежко Н.А. Численное исследование динамики цилиндрических оболочек при сложном вращении.- Киев, 1996.- 9 с. : Рукопись предст. Киев. гос. ун-т стр-ва и арх-ры. Деп. в ГНТБ Украины 10.01.96 N 235-Ук 96.

6. Гром А.А., Снежко Н.А. Математическое моделирование и исследование динамики оболочек при сложном вращении.- Киев, 1996.- 11 с. : Рукопись предст. Киев. гос. ун-т стр-ва и арх-ры. Деп. в ГНТБ Украины 09.10.96 N 1870-Ук 96.

7. Гром А.А., Лизунов П.П., Левченко И.Н., Снежко Н.А. Применение ПЭВМ к изучению устойчивости колебаний вращающихся элементов машин и приборов/ Материалы междунар. науч.-техн. конференции "Информационные технологии, наука, техника, технологии, образование, здоровье", Харьков, 1996, ст.102.

8. Гром А.А., Лизунов П.П., Снежко Н.А. Автоматизированная система динамического расчета элементов конструкций при сложных режимах эксплуатации.- Тез. наук. конф. "Комп'ютерні технології в організації навчального процесу в технічному ВУЗі",- Киев, 1995, с.72-73.

9. Гром А.А., Сніжко Н.А. Дослідження пружно-деформованого стану пластин та оболонок при складному обертанні.- Доповіді 57-ї наук. конф. КДТУБА,- Київ, 1996, с.60-61.

Snezhko N.A. Dinamic of axisymmetric shells at compound rotation. Dissertation is the form of manuscript for the application of the doctor of philosophy degree in speciality 05.23.17 - Structural Mechanics, Kyiv State Technical University of Construction and Architecture, Kyiv 1997.

The problem about vibrations of a rotating elastic shells with slewing axis is considered. It is found that the shells compound rotation is accomponied by generation of precession vibrations which may take form of resonances.

Снежко Н.А. Динамика осесимметричных оболочек при сложном вращении. Диссертация в виде рукописи на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 - строительная механика. Киевский государственный технический университет строительства и архитектуры, Киев, 1997.

Рассмотрена задача о колебаниях упругих вращающихся оболочек, ось вращения которых совершает плоский поворот. Установлено, что сложное вращение оболочек сопровождается возбуждением прецесионных колебаний, которые могут принимать резонансные режимы.

Ключові слова: прецесійні коливання, напружено-деформований стан, пружні оболонки, метод дискретної ортогоналізації.

Підп. до друку 06.05.91 Формат 60×84 1/16.
Папір друк. № 1 . Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 0,93 .
Умовн. фарбо-відб. 1,09 . Обл.-вид. арк. 1,0 .
Тираж 100 . Зам. № 1-1440 .

Фірма «ВІПОЛ»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.

436436

AB 37.820