

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ГІДРОМЕХАНІКИ

на правах рукопису

БРУЯЦЬКА Світлана Євгенівна

УДК 551.465.6

ПЕРЕХІДНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА СТІЙКІСТЬ
ВОДНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО
ПОГРАНИЧНОГО ШАРУ

01.02.05 - Механіка рідини, газу та плазми

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1997

С. Б.



Робота виконана в Інституті

Дисертацією є рукопис

Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук,
Є.І.Никифорович

Офіційні опоненти – доктор фізико-математичних наук,
В.С.Мадерич

– кандидат фізико-математичних наук,
О.Г.Костін

Провідна установа – Київський університет ім. Т.Г.Шевченка

Захист відбудеться "26" червня 1997 р. о "14" на засіданні спеціалізованої ради Д 01.04.01 в Інституті гідромеханіки НАН України за адресою: 252057, Київ, вул. Желябова, 8/4.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту гідромеханіки НАН України.

Автореферат розісланий "22" травня 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор технічних наук

 С.І.Криль

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Структура та динаміка водного температурного пограничного шару продовжує становити великий науковий інтерес завдяки рівноманітним прикладним аспектам гідрофізичних задач та задач інтенсифікації тепло-масообміну на межі розподілу вода-повітря. Температурний водний пограничний шар, який часто називають скін-шаром, характеризується наявністю тонкої холодної плівки, яка спостерігається експериментально.

До нашого часу існує багато робіт, присвячених експериментальному та теоретичному дослідженню водного температурного пограничного шару. Визначне місце серед них займають роботи Лью і Бусінгера, 1975, Кацарос та ін., 1977, Никифоровича Є.І., 1988, Федорова К.Н. і Гінзбурга А.І., 1988, Верьовочкіна Ю.Г. і Старцева С.А., 1988, Мельникової О.Н. та ін., 1995. Запропоновані в них моделі дозволяють якісно описати подане явище і дають хороше співпадання з експериментальними результатами. Проте задача побудови адекватної математичної моделі скін - шару, що дозволяє розрахувати часову мінливість його характеристик і дослідити режими виникнення мікроконвекції в ньому, лишається поки що до кінця не вирішеною.

Складність математичного моделювання водного температурного пограничного шару пов'язана з його специфічними особливостями, які полягають в тому, що його відносять до класу невірноважених систем, і його вертикальний профіль температури формується в умовах впливу сонячної радіації та наявності фазових перетворень. Крім того, із-за відсутності чіткої нижньої межі скін-шару, горизонтальний шар рідини належить моделювати нескінченним за глибиною шаром, що веде до задачі, в якій відсутній явний фізичний масштаб довжини.

Наявні експериментальні дані переконливо доводять, що присутність сил плавучості, сонячної радіації та процесу випарування суттєво впливає на поведінку та основні характеристики водного пограничного шару. Тому фізичний механізм формування його просторово - часової мінливості та стійкості може бути визначений тільки на основі комплексного врахування всіх цих факторів.

Знання перехідних характеристик водного пограничного шару актуальне не тільки в прикладному плані, але є складовою частиною загальнонаукового напрямку, що пов'язаний з вивченням динаміки стратифікованих середовищ і невірноважених процесів.



Основний зміст дисертаційної роботи пов'язаний з математичним моделюванням процесів мікроконвекції у водному пограничному шарі, дослідженням закономірностей його термічної структури при наявності сонячної радіації та фазових перетворень, а також отриманням критеріїв стійкості конвективних рухів, що виникають і спостерігаються в експериментах.

МЕТОЮ ЦЬОЇ РОБОТИ Є:

- розробка нестационарної моделі температурного водного пограничного шару з урахуванням ефектів сонячної радіації та фазових перетворень на границі розподілу вода-повітря;
- аналітичне й чисельне дослідження закономірностей просторово - часової мінливості термічної структури шкін-шару;
- вивчення механізму втрати термогравітаційної стійкості шкін-шаром і розвиток нового підходу до розв'язання задачі стійкості вертикального температурного профілю в шкін-шарі;
- визначення спектру збурень, що виникають в горизонтальному напів-нескінченному за глибиною шарі рідини з внутрішніми джерелами тепла;
- визначення критеріїв стійкості шкін-шару й порівняння результатів теоретичного розрахунку з результатами інших авторів та експериментальними даними.

МЕТОДИКА дослідження оснований на аналізі та розв'язанні системи рівнянь руху стратифікованої рідини в рамках наближення Буссінеска. При розв'язанні нестационарної задачі теплопровідності використовується метод перетворення Лапласа. Розв'язання задачі стійкості базується на застосуванні лінійної теорії стійкості малих збурень. Для аналізу властивостей спектру збурень використовується метод Бубнова-Гальоркіна в поєднанні з методом колокацій.

НАУКОВА НОВИЗНА. В роботі вперше в рамках наближення Буссінеска на основі введення мікромасштабів поставлена та вирішена задача по дослідженню мінливості просторово - часових характеристик температурного водного пограничного шару та знаходженню критичних чисел Рейля, що визначають його стійкість.

Новизна дослідження пов'язана з урахуванням нестационарності перехідних характеристик, а також введенням нових мікромасштабів, що дозволяють урахувати ефекти сонячної радіації і фазових переходів.

В рамках запропонованої моделі виконані систематичні чисельні дослідження та вивчені закономірності основних характеристик температурного водного пограничного шару. Теоретично показано, що часова

мінливість температури над водною поверхнею набагато сильніша, ніж в рідині. Крім того, в роботі по суті запропоновано новий підхід до розв'язання задачі стійкості температурного водного пограничного шару, що базується на аналізі стаціонарного температурного профілю в холодній пливці в позицій лінійної теорії стійкості малих збурень. Запропоновано метод розрахунку спектру збурень, що виникають в горизонтальному напівнескінченному за глибиною шарі рідини в внутрішніх джерелах тепла. Отримано критерії стійкості та проведено їх аналіз.

ПРАКТИЧНА ЗНАЧИМІСТЬ. Розроблена модель нестационарного водного пограничного шару з урахуванням ефектів сонячної радіації та випарування, яка доведена до обчислювальних програм і дозволяє в цікавих для практики випадках розрахувати просторово - часову мінливість термічної структури скін-шару і визначити критичні значення чисел Рейля.

Результати досліджень нестационарних характеристик і стійкості можуть бути використані для аналізу даних, що отримані за допомогою інфрачервоних систем при дослідженні приповерхневої термічної структури, а також при конструюванні барботажних пристроїв по руйнуванню скін-шару для інтенсифікації процесів теплопереносу в водоймищах охолоджувачах крупних енергетичних об'єктів.

АВТОР ЗАХИЩАЄ:

- модель нестационарного температурного водного пограничного шару та методику розрахунку теплопереносу через вільну границю з урахуванням ефектів сонячної радіації та фазових перетворень;

- результати розрахунку перехідних характеристик, що визначають просторово - часову мінливість профілю температури в пограничному шарі в залежності від визначальних параметрів задачі;

- постановку задачі про стійкість квазістаціонарного вертикального профілю температури в скін-шарі;

- методику та чисельний розрахунок спектру малих збурень в напівнескінченному за глибиною горизонтальному шарі рідини в внутрішніх джерелах тепла;

- результати чисельних досліджень по визначенню характеристик стійкості і критичних чисел Рейля в залежності від визначальних параметрів задачі, що пов'язані з інтенсивністю сонячної радіації і швидкістю випарування.

ДОСТОВІРНІСТЬ основних наукових положень обґрунтована тим, що математична модель досліджуваного температурного водного пограничного шару базується на загальних рівняннях термодинаміки в рамках

наближення Буссінеска. Крім того:

- перевіркою алгоритмів на тестових задачах;
- практичною збіжністю результатів чисельних розрахунків і виконанням граничних переходів для окремих випадків;
- зіставленням результатів розрахунків з даними інших авторів та експериментальними спостереженнями.

ОСОБИСТІЙ ВНЕСОК ДИСЕРТАНТА полягає у:

- розробці та чисельній реалізації нестационарної математичної моделі температурного водного пограничного шару;
- розв'язанні задачі стійкості та розробці і реалізації алгоритму чисельного визначення спектру малих збурень, що виникають в шкір-шарі;
- фізичній інтерпретації одержаних результатів.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ. Основні результати дисертаційних досліджень були докладені та обговорені на: XVIII конференції молодих вчених (Інститут механіки НАНУ, м. Київ, 1993); на республіканському науковому семінарі в гідромеханіці (Інститут гідромеханіки НАНУ, керівник акад. НАНУ проф. В.Т.Грінченко, Київ, 1997); на семінарі відділу моделювання гідротермічних процесів (ІГМ НАНУ, керівник докт. фіз.-мат. наук Є.І.Никифорович, Київ, 1997); на республіканському семінарі "Проблеми механіки" (Київський університет ім. Т.Г.Шевченка, керівник чл.-корр. НАНУ А.Т.Улітко, Київ, 1997).

ПУБЛІКАЦІЇ. Основний зміст дисертації опубліковано в 5-х печатних роботах [1-5].

СТРУКТУРА ТА ОБ'ЄМ ДИСЕРТАЦІЇ. Дисертація складається з вступу, трьох глав, висновків та списку літератури, що включає 92 найменування. Робота містить 109 сторінок печатного друку, в тому числі 17 рисунків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У ВСТУПІ обґрунтована актуальність теми дисертації, зроблений огляд робіт, що розкривають стан проблеми, наведена постановка задачі, сформульовані цілі роботи та коротко викладено її основний зміст по главах.

В ПЕРШІЙ ГЛАВІ розглядається система рівнянь вільної конвекції з урахуванням сил плавучості, ефектів випромінювання та фазових перетворень.

В §1.1 вказується на необхідність при описанні складних фізичних явищ суворого підходу до вибору характерних масштабів задачі з урахуванням її следифіки. Наведено одержання рівнянь вільної конвекції в

середовищі без внутрішніх джерел тепла на основі введення малого параметру $\varepsilon = \beta(T_1 - T_0)$, що характеризує ступінь відхилення стану рідини від однорідного. При цьому виділяється два режими конвекції: мікроконвекція та конвекція скінченної амплітуди, кожна з яких визначається своїми гідродинамічними просторово - часовими масштабами l_g і τ_g . В нульовому наближенні за ε показано, що в режимі мікроконвекції дисипативні ефекти за рахунок в'язкості та теплопровідності будуть одного порядку. При цьому даний режим характеризується єдиним безрозмірним критерієм - числом Прандтля. У випадку конвекції скінченної амплітуди основну роль виграють сили плавучості, а в'язкістю і теплопровідністю можна зневажити. Проведена класифікація дозволяє віднести термічний пограничний шар, що розглядається, до області з мікроконвекцією.

В §1.2 наведена система рівнянь вільної мікроконвекції в середовищі з внутрішніми джерелами тепла. Введення просторово - часових термічних масштабів l_t і τ_t дозволяє виділити в режимі мікроконвекції підобласть, в якій сили плавучості будуть не суттєвими, і режим конвекції буде визначатись тільки силами в'язкості. При цьому задача визначення швидкостей не залежить від задачі визначення температур і визначається тільки числом Прандтля. В результаті отримана система рівнянь

$$\frac{\partial \vec{v}_0^*}{\partial t^{**}} = Pr \nabla^{**2} \vec{v}_0^*; \quad (1)$$

$$\text{div} \vec{v}_0^* = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta_0}{\partial t^{**}} = \nabla^{**2} \theta_0 + q, \quad (3)$$

яка дозволяє побудувати математичну модель температурного водного пограничного шару.

В §1.3 на основі отриманої в §1.2 системи рівнянь (1) - (3) побудована одновимірна стаціонарна модель термічного пограничного шару, що враховує зовнішнє випромінювання і випарування в вільній поверхні. Принципова схема досліджуваного явища зображена на рис. 1. Рухомість вільної поверхні розділу за рахунок процесу випарування робить доцільним введення в задачі рухомої системи координат $O\bar{z}$, де

$$\bar{z} = z - \frac{J_m}{\rho_0} t. \quad (4)$$

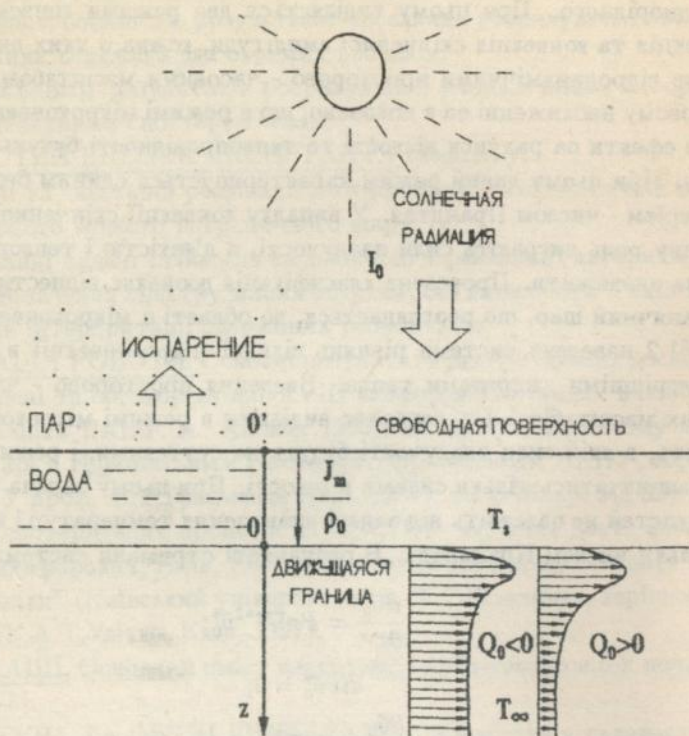


Рис. 1. Принципова схема досліджуваного водного температурного пограничного шару

Тут J_m - швидкість випарування. Ця характеристика дозволяє також ввести відсутній фізичний характерний лінійний масштаб - масштаб довжини випарування $z_l = \frac{\lambda}{c_p J_m}$. В випадку, що розглядається стаціонарний розподіл безрозмірної температури описується рівнянням

$$\frac{d^2\theta}{dz^{*2}} + \frac{d\theta}{dz^*} + \frac{q_{l0} T_\infty}{T_s - T_\infty} \gamma \exp(-\gamma z^*) = 0, \quad (5)$$

яке при граничних умовах

$$\begin{aligned} \theta |_{z^* \rightarrow \infty} &\rightarrow 0; \\ \theta |_{z^* = 0} &= 1 \end{aligned} \quad (6)$$

має наступний аналітичний розв'язок

$$\theta = \begin{cases} e^{-z^*} (1 + Q_0 z^*), & \gamma_l = 1; \\ e^{-z^*} + \frac{Q_0}{1-\gamma_l} (e^{-\gamma_l z^*} - e^{-z^*}), & \gamma_l \neq 1. \end{cases} \quad (7)$$

Тут $Q_0 = \frac{q_{l0} T_{\infty}}{T_s - T_{\infty}}$, $\gamma_l = \alpha_l z_l$, $q_{l0} = \frac{I_{l0} z_l}{\lambda T_{\infty}}$, $I_{l0} = I_0 \exp\left(\int_{-\infty}^0 \alpha_0 d\eta\right)$, I_0 - інтенсивність випромінювання, α_0 і α_l - коефіцієнти поглинання в парі та рідині. Розрахункові безрозмірні температурні профілі для різних значень визначальних параметрів Q_0 і γ_l представлені на рис. 2.

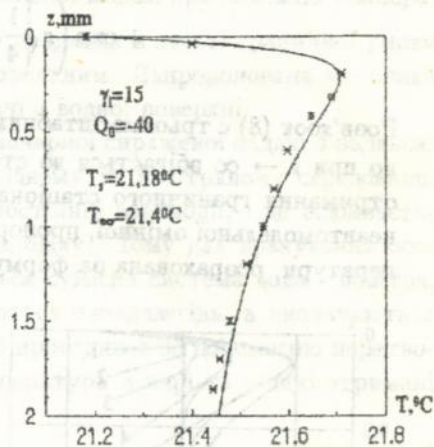
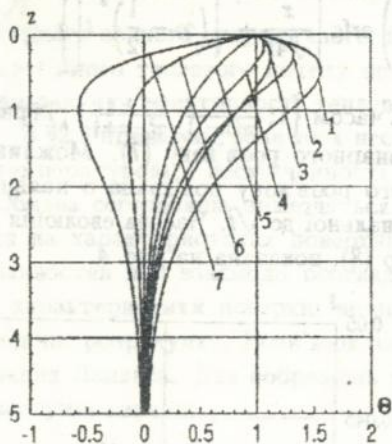


Рис. 2. Безрозмірні температурні профілі для різних значень параметрів Q_0 і γ_l : 1) $Q_0 = 4$, $\gamma_l = 2$; 2) $Q_0 = 4$, $\gamma_l = 4$; 3) $Q_0 = 2$, $\gamma_l = 2$; 4) $Q_0 = 2$, $\gamma_l = 4$; 5) $Q_0 = 0$, $\gamma_l = 2$; 6) $Q_0 = -2$, $\gamma_l = 2$; 7) $Q_0 = -4$, $\gamma_l = 2$.

Рис. 3. Розрахунковий температурний профіль при значеннях параметрів $Q_0 = -40$, $\gamma_l = 15$ в порівнянні з натурним експериментом Мельникової О.Н. та ін.

Порівняння розрахункового профілю з натурним експериментальним наведено на рис. 3.

В ДРУГІЙ ГЛАВІ моделюються перехідні характеристики нестационарного водного температурного пограничного шару.

В §2.1 розкриваються особливості нестационарного пограничного шару. Аналогічно в електротехніці при скачкоподібній зміні зовнішніх умов характеристики температурного профілю, що формується, названо перехідними. На основі введення невідновженого часового масштабу $\tau_l = z_l^2 / \alpha$, пов'язаного із швидкістю випарування, вдається отримати неавтономельний розв'язок одновимірного нестационарного рівняння те-

плопровідності, що описує розподіл температури в нестационарному пограничному шарі, яке при $\gamma_1 \neq 1$ має вигляд

$$T = 1 + (\exp(at) - 1) \frac{q_{10}}{\gamma_1 - 1} \exp(-\gamma_1 z) + \frac{1}{2} \left(T_s - 1 + \frac{q_{10}}{\gamma_1 - 1} \right) \cdot \left(\exp(-z) \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4t}} - \sqrt{\frac{t}{4}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{\sqrt{4t}} + \sqrt{\frac{t}{4}} \right) \right) - \frac{q_{10}}{2(\gamma_1 - 1)} \cdot \exp \left(at - \frac{z}{2} \right) \left\{ \exp \left(-z \sqrt{\frac{1}{4} + a} \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{z}{\sqrt{4t}} - \sqrt{\left(\gamma_1 - \frac{1}{2} \right)^2 t} \right] + \right. \quad (8)$$

$$\left. + \exp \left(z \sqrt{\frac{1}{4} + a} \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{z}{\sqrt{4t}} + \sqrt{\left(\gamma_1 - \frac{1}{2} \right)^2 t} \right] \right\}.$$

Розв'язок (8) є трьохмасштабним за часом $\left\{ 1; \frac{1}{\gamma_1(\gamma_1-1)}; \frac{1}{\gamma_1^2-\gamma_1+1} \right\}$, і гранично при $t \rightarrow \infty$ збігається до стаціонарного розв'язку (7). Можливість отримання граничного стаціонарного розв'язку пов'язана з наявністю неавтономельної змінної, пропорційної до \sqrt{t} . Часова еволюція температури, розрахована за формулою (8), показана на рис. 4.

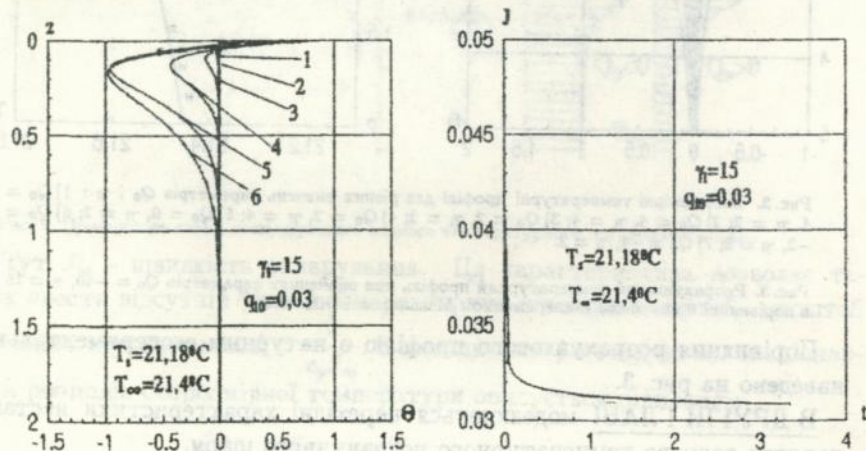


Рис. 4. Розвиток безрозмірного температурного профілю за часом при означених параметрів $q_{10} = 0,03$, $\gamma_1 = 15$, $T_1 = 21,18^\circ\text{C}$, $T_\infty = 21,4^\circ\text{C}$ для моментів часу 1) $t = 0,000001$; 2) $t = 0,001$; 3) $t = 0,01$; 4) $t = 0,04$; 5) $t = 0,08$; 6) $t = 0,1$.

Рис. 5. Зміна за часом щільності безрозмірного теплового потоку при означених параметрів $q_{10} = 0,03$, $\gamma_1 = 15$, $T_1 = 21,18^\circ\text{C}$, $T_\infty = 21,4^\circ\text{C}$.

В §2.2 проведено розрахунок нестационарного теплового потоку через

вільну поверхню, який при $\gamma_l \neq 1$ має вигляд

$$J(t) = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = q_{i0} - (T_s - 1) + (T_s - 1) \left(\frac{\operatorname{erfc}(\sqrt{\frac{t}{4}})}{2} - \frac{\exp(-\frac{t}{4})}{\sqrt{\pi t}} \right) + \\ + \frac{q_{i0}}{2(\gamma_l - 1)} \left(\operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{t}{4}} \right) - (2\gamma_l - 1) \exp(at) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\left(\gamma_l - \frac{1}{2}\right)^2 t} \right) \right). \quad (9)$$

Результати розрахунків представлені на рис. 5. Аналіз виразу (9) показує, що при $t \rightarrow 0$ щільність теплового потоку має особливість порядку $\frac{1}{\sqrt{t}}$. Таким чином в рамках запропонованої моделі при описанні температурного водного пограничного шару завдання в якості граничної умови постійного теплового потоку не є коректним. Запропонована методика розрахунку ефективності тепловіддачі в водній поверхні.

В §2.3 приведено розв'язок нестационарної спряженої задачі в задану температуру в нескінченності у водному та повітряному середовищі. Обидва середовища знаходяться в постійній взаємодії, і це відбивається на характеристиках поверхні розподілу. Тому для врахування особливостей цієї взаємодії розглядається сумісна система вода - повітря, і характеристики поверхні не задаються заздалегідь, а визначаються під час розрахунку. Розв'язок задачі проводився за допомогою перетворення Лапласа. Для зображень температури в парі та рідині отримані наступні вирази:

$$T^0 = \frac{1}{p} + \left(T_{sr} \frac{h_0 \mu (1 - \lambda) - \lambda_0}{\lambda_0 - \lambda h_0 \mu} + \frac{q_{i0} \gamma_l (\lambda_0 - \gamma_l) \mu}{p(p - \gamma_l^2 + \gamma_l)(\lambda_0 - \lambda h_0 \mu)} + \right. \\ \left. + \frac{(\lambda_0 - h_1) \mu - \lambda_0}{p(\lambda_0 - \lambda h_0 \mu)} \right) e^{\lambda z} + \frac{q_{v0}}{p\sqrt{1 + 4\mathcal{L}p}} \left[e^{\lambda z} \int_0^z g(t) e^{-\lambda t} dt + \right. \\ \left. + e^{(1-\lambda)z} \int_z^\infty g(t) e^{-(1-\lambda)t} dt \right], \quad z > 0; \quad (10)$$

$$T_0 = \frac{1}{p} + \frac{q_{i0} \gamma_l}{p(p - \gamma_l^2 + \gamma_l)} e^{\gamma_l z} - \frac{q_{i0} \gamma_l}{p(p - \gamma_l^2 + \gamma_l)} e^{\lambda_0 z} + \\ + \frac{1}{\mu} \left(T_{sr} \frac{h_0 \mu (1 - \lambda) - \lambda_0}{\lambda_0 - \lambda h_0 \mu} + \frac{q_{i0} \gamma_l (\lambda_0 - \gamma_l) \mu}{p(p - \gamma_l^2 + \gamma_l)(\lambda_0 - \lambda h_0 \mu)} + \right. \\ \left. + \frac{(\lambda_0 - h_1) \mu - \lambda_0}{p(\lambda_0 - \lambda h_0 \mu)} + \frac{1}{p} (1 - \mu) + T_{sr} \right) e^{\lambda_0 z}, \quad z < 0. \quad (11)$$

Аналіз (10) і (11) показує, що часова залежність оригіналу останнього виразу в (10) описується тільки за допомогою масштабу невірноваженого часу пари τ_v , а трьох перших складових в (11) – тільки за допомогою масштабу невірноваженого часу рідини τ_l . Друга скобка в (10) та остання складова в (11) описують взаємодію часових масштабів пари та рідини, причому при зростанні $|z|$ ця взаємодія слабшає.

В §2.4 приведено метод і результати розрахунків зворотного перетворення Лапласа для (10) і (11). Метод розрахунку запропонований А.Папулісом і базується на використанні значення зображень в рівновіддалених вузлах параметра $p = (2n + 1)\sigma$. Результати розрахунків температури представлені на рис. 6 а), б), звідки видно еволюцію температурного профілю за часом.

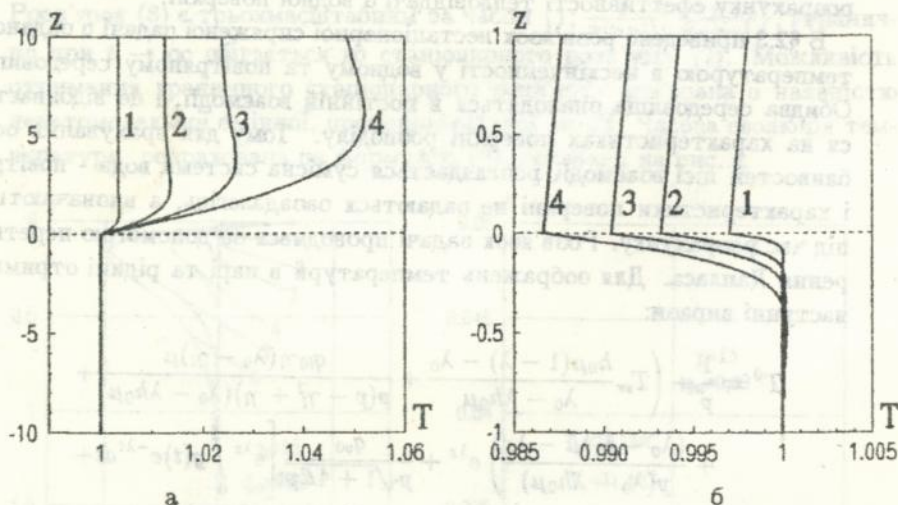


Рис. 6. Розвиток температурних профілів за часом при значеннях параметрів $\eta = 5$, $\gamma_v = 9.29 \cdot 10^{-8}$, $q_{10} = 0.1$ для моментів часу а) 1) $1 \cdot 10^{-7}$, 2) $5 \cdot 10^{-7}$, 3) $1 \cdot 10^{-6}$, 4) $2 \cdot 10^{-6}$, б) 1) $1 \cdot 10^{-3}$, 2) $5 \cdot 10^{-3}$, 3) $1 \cdot 10^{-2}$, 4) $2 \cdot 10^{-2}$.

Оскільки відношення невірноважених часів пари та рідини τ_v/τ_l досить мале, стаціонарний режим в парі встановлюється значно швидше, ніж в рідині. Тому для описання термічної структури пограничного шару можна використовувати модель, запропоновану в §2.1.

В ТРЕТІЙ ГЛАВІ досліджується стійкість вільної мікроконвекції в температурному водному пограничному шарі.

В §3.1 аналізується сучасний стан питання. Підкреслюється важливість висновків Фостера про вирішальну роль в розвитку конвекції не повної

товщини шару δ , що входить до числа Релея $Ra = g\beta\Delta T_0\delta^3/\alpha\nu$, що виступає в якості критерію стійкості, а тільки шару молекулярної теплопровідності, а також швидкості охолодження поверхні і властивостей рідини. Подальші роботи Верьовочкина Ю.П. і Старцева С.А., Мельникової О.Н. та ін. підтвердили також важливість врахування зовнішнього сонячного випромінювання для визначення критеріїв стійкості.

В §3.2 дано виведення рівнянь збуреного руху відносно квазістаціонарного температурного профілю (7), отриманого в §1.3. Базуючись на експериментальних даних про форму конвективних течій, що виникають, вибрана двовимірною моделлю конвекції. Безрозмірна система малих збурень для компонент швидкості, температури та тиску має вигляд:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial z} = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - Pr^{-1} \frac{\partial u_1}{\partial z} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} - \frac{\partial p_{d1}}{\partial x}; \quad (13)$$

$$Pr \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial \theta}{\partial z} + u \frac{\partial \theta_0}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_0}{\partial z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}. \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 p_{d1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_{d1}}{\partial z^2} = -R \frac{\partial \theta}{\partial z}. \quad (15)$$

в граничних умовах

$$v_1 = 0, u_1' = 0, \theta = 0 \quad \text{при } z = 0; \quad (16)$$

$$v_1 = 0, u_1 = 0, \theta = 0, p_{d1}' = 0 \quad \text{при } z \rightarrow \infty. \quad (17)$$

Тут $R = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)z_l^3}{\alpha\nu}$ - число Релея, в якому в якості відсутнього фізичного лінійного масштабу вибраний масштаб довжини z_l , явно залежний від швидкості випарування.

В §3.3 вибрана форма збуреного руху у вигляді хвиль

$$[u_1, v_1, p_{d1}, \theta] = [\bar{u}(z), \bar{v}(z), \bar{p}(z), \bar{\theta}(z)] \exp(i\alpha(x - ct)), \quad (18)$$

де $\bar{u}, \bar{v}, \bar{p}$ і $\bar{\theta}$ - комплексні амплітуди, α - дійсне хвильове число, $c = c_r + c_i$ - комплексний декремент збурень, c_r - фазова швидкість, c_i дозволяє судити про зростання або згасання збурення. В силу відсутності основної течії тут вибраний аналіз часового розвитку збурень.

Підстановка збурень (18) в рівняння (12) - (15) і граничні умови (16) - (17) призводить до задачі на власні значення для амплітуд:

$$-i\alpha c_i u - Pr^{-1} u' = -i\alpha p + u'' - \alpha^2 u; \quad (19)$$

$$-i\alpha u + v' = 0; \quad (20)$$

$$-\alpha^2 p + p'' = -R\theta'; \quad (21)$$

$$-Pr i \alpha \theta - \theta' + v\mathcal{F}(z) = -\alpha^2 \theta + \theta''; \quad (22)$$

$$v = 0, u' = 0, \theta = 0 \text{ при } z = 0; \quad (23)$$

$$v = 0, u = 0, p' = 0, \theta = 0 \text{ при } z \rightarrow \infty; \quad (24)$$

де

$$\mathcal{F}(z) = \frac{d\theta_0}{dz} = \begin{cases} \exp(-z)(Q_0(1-z) - 1), & \gamma = 1; \\ \exp(-z) \left(\frac{Q_0}{1-\gamma} - 1 \right) - \frac{Q_0}{1-\gamma} \gamma \exp(-\gamma z), & \gamma \neq 1. \end{cases} \quad (25)$$

На відміну від формально подібних задач, що розглядались раніше, задача (19) - (24) для напівобмеженої області $z \geq 0$ відноситься до класу невластноспряжених операторів в гільбертовім просторі. Для таких задач не доведені властивості дискретності спектру. Дослідження спектру задачі (19) - (24) показали, що спектр симетричний, і в ньому існує безперервна гілка, що визначається співвідношенням

$$c_i = - \left(Pr \alpha c_i^2 + \frac{\alpha}{Pr} \right). \quad (26)$$

В §3.4 на основі методу Бубнова-Гальоркіна в сполученні з методом колокацій, запропонованим Челишковим В.С., вирішена задача на власні значення (19) - (24). Розклад шуканих функцій u, v, p, θ проведено по системі експоненційних багаточленів $\varepsilon_{n,j}(z)$, $j = \overline{1, n}$, $n = 1, 2, \dots$, ортогональних на півосі $[0, \infty)$. Вираз функцій та їх похідних через коефіцієнти розкладу, а також використання граничних умов, призводять до комплексної алгебраїчної задачі на власні значення для коефіцієнтів розкладу a_j , $j = \overline{1, n}$; d_k , $k = \overline{1, n}$

$$ca_l = \sum_{j=1}^n \left(-\frac{i}{\alpha} P_{l n+1} H_j^{(12)} - \frac{i}{\alpha} P_{l n+2} H_j^{(22)} + \frac{i}{\alpha} A_{lj} \right) a_j + \sum_{k=1}^n \left(-\frac{i}{\alpha} P_{l n+1} H_k^{(11)} - \frac{i}{\alpha} P_{l n+2} H_k^{(21)} + P_{lk} \right) d_k, \quad (27)$$

$$cd_l = \sum_{j=1}^n \left(\frac{i}{\alpha} (F_{l0} T_j + Q_{lj}) \right) a_j + \sum_{k=1}^n \left(\frac{i}{\alpha} (F_{l0} E_k + F_{lk}) \right) d_k, \quad (28)$$

В §3.5 приведені результати чисельного розрахунку спектрів задачі (27) - (28) за допомогою QR-алгоритму, наведений їх аналію. На рис. 7 а)

і рис. 7 б) представлена уявна c_i і дійсна c_r частини спектру в хвильовим числом $\alpha = 1$ для значень параметрів $Q_0 = 8$ і $\gamma_l = 2$.

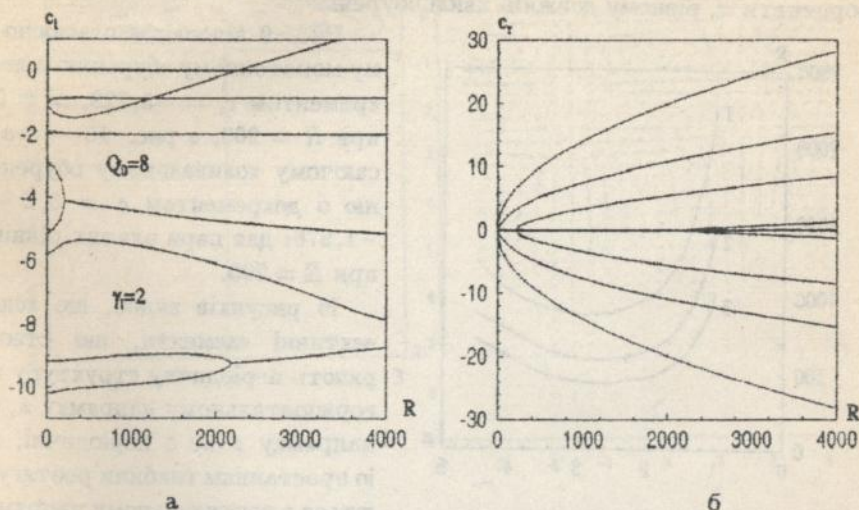


Рис. 7. Спектр збурень з хвильовим числом $\alpha = 1$ при $Q_0 = 8$, $\gamma_l = 2$, $Pr = 6,7$: а) - уявна частина, б) - дійсна частина

В спектрі присутні дійсні гілки (монотонні збурення), деякі з них із зростанням R зливаються в комплексно-спряжені пари (виникнення коливальних збурень). Одна з дійсних гілок перетинає вісь $Oc_i = 0$ і переходить в область $c_i > 0$ (виникнення наростаючих монотонних збурень). На рис. 8 зображені криві нейтральної стійкості ($c_i = 0$, $c_r = 0$), відповідні до значень параметрів: 1) $Q_0 = 8$, $\gamma_l = 2$; 2) $Q_0 = 10$, $\gamma_l = 2$; 3) $Q_0 = 12$, $\gamma_l = 2$. Кожна з них має шип в точці (α_m, R_m) . Отримані залежності R_m від параметрів Q_0 і γ_l , а також α_m від Q_0 і γ_l . Так збільшення Q_0 , що відповідає зростанню потужності внутрішніх джерел, і зменшення γ_l , відповідне збільшенню швидкості випарування з вільної поверхні, призводить до зниження стійкості. При $Q_0 \rightarrow 1$ стійкість підвищується, $R_m \rightarrow \infty$, оскільки при $0 \leq Q_0 \leq 1$ профілі температури (7) будуть монотонні і задовільнятимуть умові відсутності конвекції. α_m характеризує розмір конвективних елементів. При збільшенні Q_0 α_m зменшується і прямує до постійного значення. При $Q_0 \rightarrow 1$ $\alpha_m \rightarrow \infty$, тобто довжина хвилі найбільш небезпечного збурення прямує до нуля. При зменшенні γ_l α_m також зменшується.

На рис. 9 і 10 приведені розрахункові ізотерми а) і поле швидкостей б) характеристичних збурень з хвильовим числом $\alpha = 1$ при $Q_0 = 8$, $\gamma_l = 2$,

$Pr = 6, 7$. На рисунках зображена картина конвекції в інтервалі значень координати x , рівному довжині хвилі збурень.

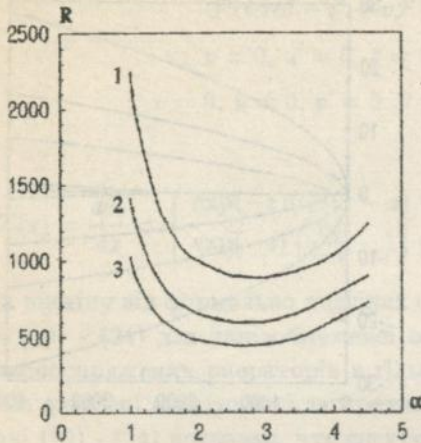


Рис. 8. Криві нейтральної стійкості, відповідні до значень параметрів 1) $Q_0 = 8, \eta = 2$, 2) $Q_0 = 10, \eta = 2$, 3) $Q_0 = 12, \eta = 2$

Результаті проведених чисельних досліджень було встановлено, що крива стійкості напівнескінченного за глибиною горизонтального шару рідини з внутрішніми джерелами тепла обумовлена дійсними гілками спектру, тобто має монотонний характер. Такий же висновок був отриманий при дослідженні стійкості горизонтального шару рідини скінченної товщини з проникненими границями, а також з внутрішніми джерелами тепла і при врахуванні ефекту променистого переносу.

ВИСНОВКИ

В результаті виконаних дисертаційних досліджень одержана сукупність наступних наукових результатів:

1. Розроблена модель формування нестационарної гідротермодинамічної структури поблизу границі розподілу фаз рідина - пара з врахуванням фазових перетворень і внутрішніх джерел тепла. Визначена система основних безрозмірних параметрів задачі, що характеризують її подібність, і вивчений їх фізичний зміст. На основі розвинутої моделі досліджені перехідні характеристики і граничний стаціонарний профіль водного температурного пограничного шару.

Рис. 9 відповідає згасаючому монотонному збуренню з декрементом $c_i = -5,229, c_r = 0$ при $R = 200$, а рис. 10 - згасаючому коливальному збуренню з декрементом $c = 3,2 - -1,976i$; для пари злитих рівнів при $R = 200$.

Із рисунків видно, що конвективні елементи, що створюють періодичну структуру в горизонтальному напрямку x , в напрямку z не є періодичні, а із зростанням глибини розтягуються в вертикальному напрямку, а потім повністю зникають.

Слід підкреслити, що в резуль-

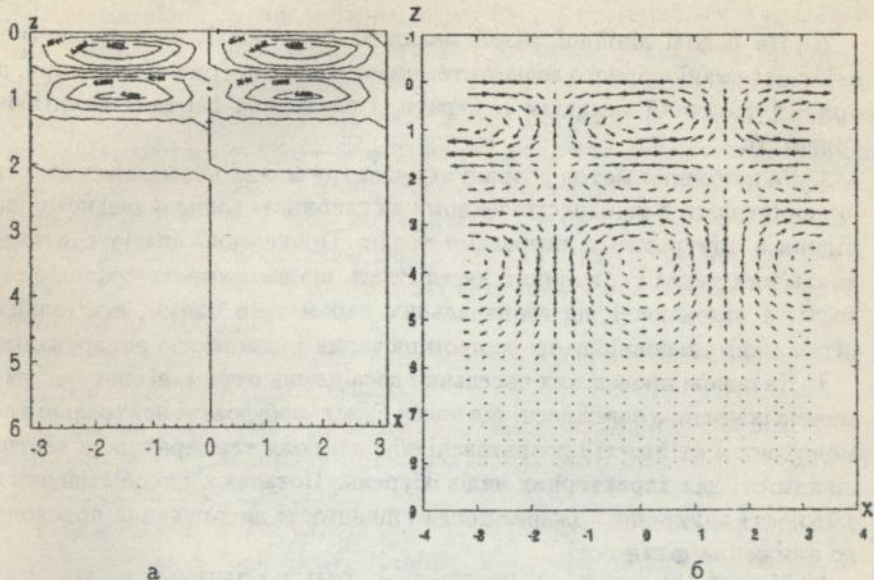


Рис. 9. Розрахункові ізотермія а) і поле швидкостей б) зростаючого монотонного обурення з декрементом $\sigma_1 = -5,229$, $\sigma_2 = 0$ при $R = 200$.

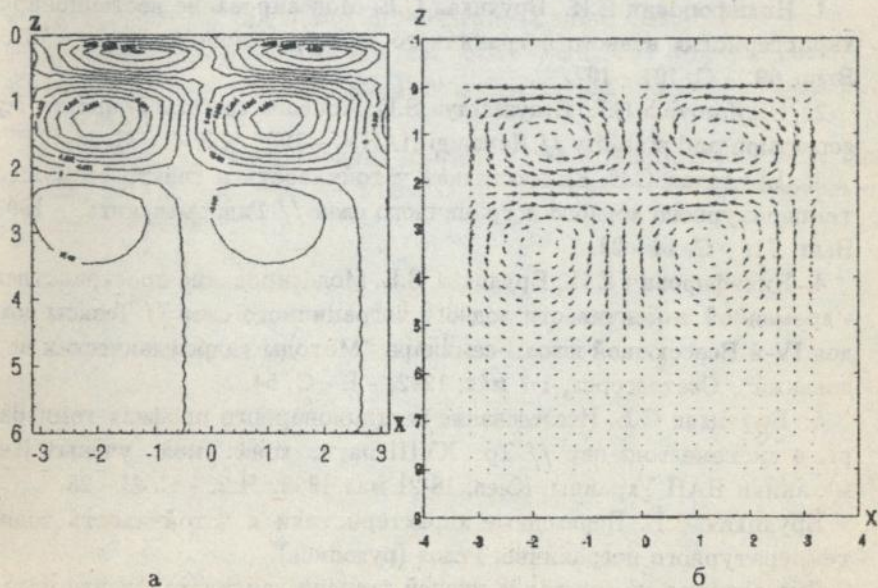


Рис. 10. Розрахункові ізотермія а) і поле швидкостей б) зростаючого коливального обурення з декрементом $\sigma = 3,2 - 1,976i$ для пари влітих рівнів при $R = 200$

2. На основі лінійної теорії малих збурень досліджена конвективна стійкість стаціонарного водного температурного пограничного шару, розкритий фізичний механізм її втрати, і визначена картина виникаючої конвекції.

3. Розроблений метод розрахунку спектру малих нормальних збурень, що виникають в напівнескінченному за глибиною горизонтальному шарі рідини з внутрішніми джерелами тепла. Проведений аналіз критичних хвильових чисел і критичних чисел Рейля, що визначають границю стійкості, в залежності від визначальних параметрів задачі, пов'язаних з інтенсивністю зовнішнього випромінювання і швидкістю випарування.

4. На основі проведених чисельних досліджень отримані спектри декрементів збурень в залежності від чисел Рейля, побудовані нейтральні криві монотонної стійкості і розраховані збурені поля температур та векторів швидкості для характерних видів збурень. Показано, що збільшення потужності внутрішніх джерел тепла і швидкості випарування призводять до зниження стійкості.

Основний зміст дисертаційної роботи ВИКЛАДЕНИЙ В НАСТУПНИХ ПУБЛІКАЦІЯХ:

1. Никифорович Е.И., Бруязкая С.Е. Моделирование нестационарных характеристик водного пограничного слоя // Гидромеханика. - 1995. - Вып. 69. - С. 101 - 107.

2. Nikiforovich E.I., Bruyatskaya S.E. Aqueous thermal boundary layer: generation and stability // Доповіді НАНУ. - 1996. - N 4. - С. 45-49.

3. Бруязкая С.Е. Конвективная устойчивость и спектр возмущений температурного водного пограничного слоя // Гидромеханика. - 1997. - Вып. 71. - С. 14 - 23.

4. Никифорович Е.И., Бруязкая С.Е. Моделирование пространственно - временной изменчивости водного пограничного слоя // Тезисы докладов IV-й Всесоюзной школы-семинара "Методы гидрофизических исследований", Светлогорск, 1-7 мая, 1992. - I. - С. 54.

5. Бруязкая С.Е. Исследование нестационарного профиля температуры в системе вода-пар // Тр. XVIII науч. конф. мол. ученых Ин-та механики НАН Украины, Киев, 18-21 мая 1993. Ч.2. - С. 21 - 23.

Бруязкая С.Е. Переходные характеристики и устойчивость водного температурного пограничного слоя (рукопись).

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 - механика жидкости, газа и плазмы, Ин-т гидромеханики НАН Украины, Киев, 1997.

Защищается 5 научных работ, содержащих теоретические исследования переходных характеристик и конвективной устойчивости водного температурного пограничного слоя. На основе разработанной нестационарной модели температурного водного пограничного слоя исследована пространственно-временная изменчивость его термической структуры. Предложен новый подход к решению задачи устойчивости скин-слоя. Разработан метод расчета спектра малых возмущений, возникающих в полубесконечном по глубине слое жидкости с внутренними источниками тепла. На его основе определены критерии устойчивости скин-слоя и проведен их анализ.

Bruyatskaya S.E. Transitional characteristics and stability of aqueous thermal boundary layer (manuscript).

Thesis for Candidate of Physical and Mathematical Science degree, speciality 01.0205 - mechanics of liquid, gas and plasma, Inst. of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Kiev, 1997.

Five scientific works containing theoretical investigations of transitional characteristics and convective stability of aqueous thermal boundary layer are defended. Spatio-temporal variability of thermal structure have been investigated basing on developed unsteady model of aqueous thermal boundary layer. Method for calculation of spectrum of small disturbances arising in semiinfinite depth layer with internal heat sources have been proposed. On its base criteria of skin-layer stability is determined and their analysis have been fulfilled.

КЛЮЧОВІ СЛОВА : водний температурний пограничний шар, конвекція, нестационарний, перехідні характеристики, стійкість, обурення, власне значення.



АВ 37.854

Підписано до друку 05.05.97. Формат 60x84/16
Папір друк. Умовн.-друк. аркуш. 1,0.
Об.-вид. аркуш. 1,0. Тираж 100. Замовл. 3/97

Надруковано в ІГМ НАН України
252057, Київ - 57, вул. Желябова, 8/4