

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ФІЗИКИ КОНДЕНСОВАНИХ СИСТЕМ

На правах рукопису

СТЕФАНОВИЧ Володимир Олександрович

КООПЕРАТИВНІ ЯВИЩА У ЧИСТИХ ТА ДОМІШКОВИХ
КРИСТАЛАХ ІЗ СИЛЬНОЮ НЕЛІНІЙНОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ

01.04.02 - теоретична фізика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора фізико-математичних наук

ЛЬВІВ - 1997



Дисертацією є рукопис

Робота виконана при Інституті фізики напівпровідників НАН України

Науковий консультант - доктор фізико-математичних наук
Ю.Г. Семенов

Офіційні опоненти - член-кореспондент НАН України, доктор
фізико-математичних наук, професор
С.М. Рябченко

- доктор фізико-математичних наук, професор
М.О. Іванов

- доктор фізико-математичних наук, професор
Б.А. Лукіянець

Провідна організація - Дніпропетровський державний університет

Захист відбудеться 25 червня 1997 р. о 15³⁰ год.
на засіданні Спеціалізованої Вченої Ради Д 04.18.01 при Інституті
фізики конденсованих систем НАН України за адресою:
290011, Львів - 11, вул. Свенціцького, 1.

З дисертацією можна ознайомитися у науковій бібліотеці
Інституту фізики конденсованих систем НАН України за адресою:
290026 м. Львів-26, вул. Козельницька, 4.

Автореферат розісланий "22" 05 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
кандидат фіз.-мат. наук

Т. Є. Крохмальський

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертацію присвячено теоретичному дослідженню широкого класу нелінійних явищ у твердих тілах, таких як неупорядковані діелектрики, напівмагнітні напівпровідники (НМН), магнітні кристали та високотемпературні надпровідники (ВТНП). Зокрема, побудована модель та вивчені властивості флуктуону - носія заряду, локалізованого на флуктуаціях поляризації у неупорядкованих діелектриках з дипольними домішками; виведений закон взаємодії домішкових диполів у діелектричних матрицях при довільному ангармонізмі ґратки цієї матриці; досліджена структура та динаміка магнітних солітонів у феромагнетиках (ФМ) та антиферомагнетиках (АФМ); побудовані моделі та досліджені властивості дисипативних структур та магнітних поляронів у НМН, досліджені зв'язані стани носія заряду та магнітного вихора (топологічного солітону), названі нами вортексонами та бівортексонами у ВТНП. Розвинені теорії якісно, а в ряді випадків кількісно описують експерименти у названих речовинах, а також передбачають ряд нових явищ та запропонувають експерименти, де ці явища могли б проявитися.

Актуальність теми. Вивчення нелінійних явищ у твердих тілах є однією з областей фізики твердого тіла, що розвивається найбільш інтенсивно. Так, в останні десятиріччя велика увага приділяється вивченню таких об'єктів, як солітони, полярони, флуктуони та дисипативні структури. В усіх цих об'єктах нелінійність є настільки значною, що для їх опису вже непридатні стандартні методи "лінійної" теоретичної фізики, такі як теорія збурень. З іншого боку вказані нелінійні об'єкти грають важливу роль у застосовній фізиці. Зокрема, теорія магнітних солітонів є робочим інструментом для розрахунку різноманітних фізичних характеристик пристроїв пам'яті ЕОМ на циліндричних магнітних доменах. У НМН (напівпровідниках з невзаємодіючими магнітними домішками) нелінійні електронні стани типу магнітних поляронів та автохвиль спінової поляризації вносять значний внесок у кінетичні явища, такі як провідність. Необхідно також відзначити важливу роль нелінійних явищ у фізиці ВТНП, яка із зрозумілих причин є зараз дуже актуальною. Як відомо, однією з причин важливого для застосувань явища втрат у ВТНП є пінінг та депінінг абрикосовських та джозефсонівських вихорів та зв'язаний з ним кріп магнітного потоку. Останні ефекти найбільш значні саме у ВТНП (а не в "класичних" надпровідниках) через більш високу температуру надпровідного фазового переходу в них. З іншого боку виявляється, що носії заряду у ВТНП здатні створювати локальні пари у реальному просторі (а не в k -просторі), спарюючись на магнітних вихорах (або магнітних поляронах), що виникають у купратних площинах ВТНП в області концентрацій кисню, коли реалізується далекий АФМ порядок. Наші дослідження показали, що локальні пари вказаного типу можуть бути основою фізичного механізму надпровідності ВТНП. Все вищезгадане приводить до висновку про важливість та актуальність вивчення нелінійних явищ у твердих тілах.

Мета та задачі роботи. Метою даної роботи було теоретичне дослідження широкого класу нелінійних об'єктів, таких як флукуони у неупорядкованих діелектриках з дипольними домішками, магнітні солітони у ФМ та АФМ, магнітні полярони та дисипативні структури в НМН, зв'язані стани носіїв та магнітних вихорів (топологічних солітонів) у ВТНП.

У відповідності з поставленою метою в роботі вирішувались такі основні задачі.

1. Виведення закону взаємодії між домішковими диполями в діелектричній матриці при довільній величині ангармонізму ґратки вказаної матриці.
2. Побудова функціоналу вільної енергії неупорядкованих діелектриків з дипольними домішками на основі мікроскопічного модельного гамільтоніану таких систем.
3. Розрахунок структури двовимірних (2D) топологічних солітонів у ФМ та АФМ. Доведення присутності гіротропної сили в динаміці 2D топологічних солітонів у ФМ та її відсутності у АФМ.
4. Розрахунок енергії зв'язаних станів носія заряду та магнітного вихора (вортексона) та двох носіїв і вихора (бівортексона) на основі уявлення про існування в купратних шарах ВТНП магнітних топологічних солітонів (вихорів). Дослідження можливої ролі бівортексонів у проблемі ВТНП.
5. Виведення та розв'язання рівнянь, що описують нову дисипативну структуру в НМН - автохвилю спінової поляризації.
6. Побудова та аналіз моделі, яка описує автолокалізацію вільного носія заряду завдяки носій-іонній обмінній взаємодії для НМН з ванфлєківським парамагнетизмом.

Наукова новизна. У процесі виконання дисертаційної роботи вперше отримані такі наукові результати:

- отриманий вираз для закону взаємодії домішкових диполів у діелектричному кристалі-матриці для довільної величини ангармонізму ґратки вказаної матриці;
- для довільного закону взаємодії між домішковими диполями побудований функціонал вільної енергії неупорядкованих дипольних систем. Даний функціонал дозволяє побудувати послідовну теорію вказаних систем на основі добре розроблених теоретико-польових підходів. У такий спосіб вперше розвинута теорія доменної структури таких систем.
- на основі згаданого функціоналу вільної енергії вперше побудована модель автолокалізації носія заряду на флукуаціях параметра порядку у таких системах. Дана модель вперше дозволила теоретично розрахувати діелектричний гістерезис у сегнетоелектричній фазі неупорядкованих діелектриків з дипольними домішками. В рамках цієї моделі розраховані такі характеристики автолокалізованого носія (флукуона) як його енергія, радіус локалізації, а також ефективна

маса та рухливість. Вказані характеристики є функціями концентрації домішок та температури;

- розглянуті двовимірні топологічні солітони з прецесією намагніченості у ФМ та АФМ. Доведено, що властивості двовимірних солітонів настійки відносно включення в енергію вищих степенів просторових похідних намагніченості: навіть у випадку малості відповідних членів їх урахування принципово змінює властивості солітонів;
- отримані рівняння руху двовимірних топологічних солітонів у ФМ з урахуванням так званої гіротропної сили. Показано, що джерело виникнення гіротропної сили - наявність топологічного заряду. Розв'язки виведених рівнянь для малих швидкостей руху солітону у випадку одновісного ФМ показали, що імпульс солітона пропорційний його швидкості; коефіцієнт пропорційності означає ефективну масу солітона, для якої отримані відповідні вирази;
- на основі дослідження динаміки двовимірних топологічних солітонів в одновісних АФМ вперше показано, що присутність топологічного заряду в такій системі не призводить до виникнення ефектів гіротропії;
- побудований функціонал енергії та диференціальні рівняння для опису структури зв'язаних станів магнітних вихорів (топологічних солітонів) та носіїв заряду у ВТНП. Визначена енергія зв'язку таких утворень та показана їх можлива роль у надпровідності ВТНП матеріалів;
- виведені рівняння, які описують автохвилю спінової поляризації в НМН. Показано, що при освітленні такого напівпровідника світлом з частотою порядку ширини забороненої зони він стає суттєво нелінійним і вказані автохвилі виникають у ньому внаслідок балансу процесів переносу спінової поляризації від електронів до підсистеми магнітних іонів, спин-граткової релаксації та просторової спінової дифузії. Розв'язання даних рівнянь та аналіз стійкості отриманих розв'язків у типових НМН типу A_2MnB_6 дозволили запропонувати експерименти, в яких дані автохвилі могли б себе проявити;
- запропонована модель, що описує автолокалізацію вільного носія заряду завдяки носій-іонній обмінній взаємодії у ванфлєківському НМН типу A_2FeB_6 . В даній моделі опис такого вільного магнітного полярона при низьких температурах зводиться до розв'язання нелінійного диференціального рівняння, в якому враховано магнітне насичення середовища. Обчислені основні характеристики полярона-енергія, радіус стану, ефективна маса та g -фактор, як функції концентрації магнітної компоненти. Розглянутий вплив на полярон зовнішнього магнітного поля та обговорюються його можливі експериментальні прояви.

З'ясовані у дисертації кількісні та якісні закономірності нелінійних властивостей діелектриків, напівпровідників та високотемпературних надпровідників складають основу нового рішення важливої проблеми -

теорії нелінійних електронних станів, солітонів та автосолітонів у неупорядкованих діелектриках, напівпровідниках та високотемпературних надпровідниках.

Основні наукові положення, які виносяться на захист:

1. Вираз для закону взаємодії домішкових диполів у діелектричному кристалі-матриці при довільній величині ангармонізму ґратки вказаної матриці.
2. Вираз для функціоналу вільної енергії неупорядкованих дипольних систем, а саме діелектричних кристалів із випадково розташованими та орієнтованими домішковими електричними диполями, виведений з мікроскопічної моделі для довільного закону взаємодії між домішковими диполями. Модель автолокалізації носія заряду у вказаних речовинах, побудована на основі згаданого функціоналу вільної енергії. Теоретично передбачені властивості доменної структури та діелектричного гістерезису, розраховані у рамках побудованих моделей.
3. Структура та динаміка двовимірних топологічних солітонів у ФМ та АФМ. Виділеність випадку двовимірності у нестійкості властивостей солітонів по відношенню до включення у функціонал енергії вищих степенів просторових похідних намагніченості. Нестійкість полягає, зокрема, в тому, що в узагальненій моделі магнетика, яка враховує згадані вищі степені, існують стійкі статичні солітони. Доведення присутності гіротропної сили у динаміці 2D топологічних солітонів у ФМ та її відсутності в АФМ.
4. Енергетичний функціонал та диференціальні рівняння для опису структури зв'язаних станів магнітних вихорів (топологічних солітонів) та носіїв заряду у ВТНП. Можлива роль таких станів у надпровідності ВТНП матеріалів.
5. Диференціальні рівняння, що описують нову дисипативну структуру у НМН - автохвилю спінової поляризації. Структура вказаних автохвиль, отримана на основі розв'язання даних рівнянь та аналізу стійкості отриманих розв'язків. Аналіз фізичних властивостей НМН, де вказані автохвилі у змозі себе проявити.
6. Модель, що описує автолокалізацію вільного носія заряду у ванфлексівському НМН типу $A_{1-x}^n Fe_x B^n$ завдяки носій-іонній обмінній взаємодії. Вказана модель зводить опис такого вільного магнітного полярона при низьких температурах до нелінійного диференціального рівняння, що враховує магнітне насичення середовища. Теоретичний розрахунок фізичних властивостей такого полярона та його відгук на дію зовнішнього магнітного поля. Порівняння результатів даної теорії з експериментом.

Наукова та практична цінність. Результати даної роботи є основою для інтерпретації різноманітних експериментів, виконаних у магнітних, напівпровідникових та діелектричних кристалах, а також у ВТНП

кераміці та монокристалах із залученням оптичних, магнітних, акустичних, діелектричних, радіоспектроскопічних та інших методів.

З'ясовані у дисертації кількісні та якісні закономірності нелінійних властивостей неупорядкованих діелектриків, напівпровідників та високотемпературних надпровідників будуть сприяти, зокрема, раціональному синтезу матеріалів електронної техніки з наперед заданими властивостями. Отримані рівняння для структури топологічних солітонів у двовимірних магнетиках можуть сприяти поліпшенню методики розрахунків ґраток циліндричних магнітних доменів у тонких магнітних плівках, що застосовуються у пристроях пам'яті ЕОМ.

Ступінь достовірності забезпечувалася в ряді випадків застосуванням добре апробованих методів розрахунку, в інших же випадках побудовані моделі перевірялися на відповідність основним фізичним законам та аналізувалося співпадання із зраними граничними випадками, а також проводилось порівняння з експериментом.

Особистий внесок дисертанта в отриманні результати такий:

постановка цілей та задач досліджень, визначення шляхів їх вирішення, розробці математичного апарату теорії, виконання аналітичних розрахунків та чисельних розрахунків на ЕОМ з використанням складених дисертантом програм, аналізі та фізичній інтерпретації отриманих результатів.

Апробація роботи. Основні результати дисертації опубліковані у 35 роботах, доповідалися та обговорювалися на Робочій нараді "Теорія солітонів і застосування" (Дубна, 1985 р.), IV Всесоюзному семінарі по аморфному магнетизму (Владивосток, 1986 р.), XI Всесоюзній конференції з фізики сегнетоелектриків (Чернівці 1987 р.), Всесоюзному науковому семінарі по дипольним та спіновим стеклам (Дубна, 1987 р.), XIII Всесоюзній конференції з теорії напівпровідників (Єреван, 1987 р.), X Міжнародному симпозиумі з ефекту Яна-Телера (Кишинев, 1989 р.), IV Міжнародній конференції з нелінійних та турбулентних процесів у фізиці (Київ, 1989 р.), XII Всесоюзній конференції з фізики напівпровідників (Київ, 1990 р.), South America Meeting of Solid State Physics (Бразилія, Бразилія, 1992 р.), International Conference on Doped Semiconductors (Гмунден, Австрія, 1993), International Workshop on Semimagnetic (Diluted Magnetic) Semiconductors (Лінц, Австрія, 1994), Fifth Russian-Japanese Symposium on Ferroelectricity (Москва, Росія, 1994 р.), Eight European Meeting on Ferroelectricity (Наймерген, Нідерланди, 1995 р.), 41-st Annual Conference on Magnetism and Magnetic Materials (Атланта, США, 1996 р.), CIAR Superconductivity Meeting (Торонто, Канада, 1997 р.).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані у 35 наукових працях. Усі результати опубліковані у провідних наукових журналах України, колишнього СРСР та закордонних, а також у матеріалах семінарів та конференцій, в тому числі й міжнародних.

Структура та об'єм дисертації. Дисертація складається з вступу, п'яти розділів, основних результатів та висновків, переліку використаної літератури. Робота викладена на 255 сторінках машинописного тексту, містить у собі 46 малюнків. Перелік літератури складається з 205 найменувань вітчизняних та закордонних авторів.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ.

У вступі до дисертації обґрунтована актуальність вибраного напрямку досліджень, коротко розглянутий стан проблем, сформульовані мета та задачі, новизна роботи, основні положення, які виносяться на захист, наукова та практична цінність одержаних результатів.

У першому розділі, який носить характер огляду, розглядається роль нелінійних електронних станів, таких як полярони та флуктуони, а також солітонів та автосолітонів в різноманітних твердих тілах. Головна увага приділяється з'ясуванню ролі вказаних нелінійних об'єктів у рівноважних та нерівноважних термодинамічних характеристиках згаданих твердих тіл та вплив зовнішніх полів на дані нелінійні об'єкти.

1. З одного боку аналізуються стани носія заряду у невпорядкованих або у не повністю впорядкованих неметалічних системах, таких як невпорядковані діелектрики з дипольними домішками, або НМН, де у ґратці напівпровідника типу A_2B_6 розчинені парамагнітні домішки у невеликій концентрації (невелика означає таку, що вказані домішки не взаємодіють між собою, таким чином що НМН є парамагнітними напівпровідниками). У таких системах в певному діапазоні температур, концентрацій домішок та констант взаємодії носій-середовище реалізуються флуктуони - зв'язані стани носія заряду великого радіусу¹, в яких носій автолокалізований біля флуктуації параметра порядку чи будь-якого внутрішнього параметра системи, причому така флуктуація підтримує сама себе. Незважаючи на багато спільного з поляронами, які реалізуються у впорядкованих неметалічних твердих тілах, флуктуони мають також ознаки, пов'язані з невпорядкованістю системи. Треба відзначити, що ВТНП у своїй ненадпровідній фазі являють собою скоріш неметали ніж метали, так що стани типу магнітних поляронів можуть реалізуватися і в них, а саме у їх купратних площинах, які у ненадпровідній фазі мають антиферромагнітний порядок. Вказані полярони, за припущенням, можуть давати внесок у механізм ВТНП

¹ Питання про існування зв'язаних станів носія малого радіусу в таких системах залишається відкритим через необхідність відмови у такому випадку від наближення ефективної маси. Ця обставина робить задачу сильно залежною від конкретної симетрії ґратки матриці.

Увага також приділяється автохвилям спінової поляризації, які є новим типом дисипативної структури і реалізуються у НМН типу A_2MnB_6 в умовах, близьких до тих що необхідні для реалізації безрезонаторної оптичної бістабільності.

З іншого боку, аналізуються властивості магнітних солітонів у двовимірних ФМ та АФМ. На відміну від інших систем, солітони виникають природно при феноменологічному описі магнетиків у рамках рівнянь Ландау-Ліфшиця, тому що параметризація спінів в термінах кутів змінних є нелінійною. Ця обставина робить солітонний внесок до термодинамічних характеристик магнітних кристалів досить значним. Для розрахунку такого внеску необхідно знати структуру та вивчити динаміку солітонів в тій чи іншій речовині. Структура та динаміка солітонів у слабоанізотропних гейзенбергівських ФМ та АФМ вивчається на основі розв'язання рівнянь Ландау-Ліфшиця для цих речовин, причому симетрія кристала враховується у енергії магнітної анізотропії. На відміну від одновимірного випадку, де доведена повна інтегровність рівнянь Ландау-Ліфшиця для будь-якої анізотропії, ситуація в двовимірному та тривимірному випадках більш складна - точних розв'язків майже не існує, так що приходиться застосовувати наближені або навіть чисельні методи. Відзначимо також, що оскільки купратні площини ВТНП є 2D АФМ у ненадпровідній фазі, в них також реалізуються топологічні солітони, які грають роль у термодинаміці ВТНП, зв'язані стани носіїв і топологічних солітонів також існують і за припущенням, можуть, як і магнітні полярони, давати внесок у надпровідність ВТНП.

Другий розділ роботи присвячений дослідженням нелінійних явищ у невпорядкованих діелектриках з дипольними домішками. Конкретно, вивчаються як віртуальні сегнетоелектрики типу $KTaO_3$ так і кристали, що слабо поляризуються (типу KCL) леговані нецентрними іонами (домішковими диполями) Li^+ , Nb^{5+} , Na^+ . Добре відомо що у віртуальних сегнетоелектриках типу $KTaO_3$ з вказаними дипольними домішками при температурах нижче температури фазового переходу T_c , яка залежить від концентрації домішок, реалізується сегнетоелектричний далекий порядок. При $T = 0$ далекий порядок існує, якщо концентрація домішок n перевищує деяке її критичне значення n_{cr} . При $n < n_{cr}$ в цих речовинах реалізується стан дипольного скла при цілковитій відсутності далекого порядку. З іншого боку у кристалах типу KCL з дипольними домішками стан дипольного скла реалізується при будь-якій концентрації домішок та температурі. Було показано, що головною причиною такої різниці у поведінці є модифікація потенціалу взаємодії між домішками у віртуальних сегнетоелектриках у порівнянні з кристалами типу KCL. А саме, якщо в останніх кристалах вказаний потенціал взаємодії має звичайний дипольний вигляд, то в матрицях типу $KTaO_3$ цей потенціал вміщує додаткові члени, зумовлені непрямою взаємодією домішкових диполів через m' яку фононну моду, відсутню у лужно-галоїдних кристалах.

Гамільтоніан системи нерухомих диполів, що взаємодіють з ґратковою поляризацією, може бути записаний у формі

$$H = \sum_i \vec{d}_i (\vec{E}_{loc}(\vec{r}_i) + \vec{E}) + \int d^3r \left[(\alpha_1 / 2) \sum_i (\nabla P_i)^2 + (\alpha_2 / 2) \sum_i P_i^2 + (\alpha_3 / 2) \sum_{lm} P_l P_m + (\beta_1 / 4) \sum_i P_i^4 + (\beta_2 / 2) \sum_i P_i^2 P_m^2 \right] \quad (1)$$

де $\vec{P}(\vec{r})$ - ґраткова поляризація, \vec{E} - зовнішнє електричне поле, $l, m = x, y, z$; \vec{d} - дипольний момент домішки, α_1, α_2 пропорційні оберненій ґратковій сприйнятливості, β_1, β_2 - коефіцієнти ангармонізму,

$$\vec{E}_{loc}(\vec{r}) = \sum_k \left[(4\pi / 3) \gamma \vec{P}_k - 4\pi \vec{k} (\vec{k} \vec{P}_k) (1 - \delta_{k0}) / k^2 \right] \exp(i\vec{k}\vec{r}). \quad (2)$$

є локальне поле що діє на домішку, розташовану в точці \vec{r} ; присутність символу Кронекера δ_{k0} забезпечує рівність нулю макроскопічного поля, коли кристал однорідно поляризований, γ - фактор локального поля у місці знаходження диполя.

Якщо ми знаємо просторовий розподіл $\vec{P}(\vec{r})$ для ґратки матриці, гамільтоніан взаємодії домішок може бути записаний у формі

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} K_{\alpha\beta}(\vec{r}_i) I_i^\alpha I_i^\beta + \sum_i \vec{E} \vec{I}_i, \quad (3)$$

де \vec{I}_i - одиничний вектор, спрямований вздовж ефективного дипольного моменту домішки \vec{d}_i^* в точці \vec{r}_i ($\vec{d}_i^* = d^* \vec{I}_i$), $d^* = \gamma d \epsilon_0 / 3$, $\alpha, \beta = x, y, z$, $\vec{r}_i = \vec{r}_j - \vec{r}_i$, ϵ_0 - статична діелектрична проникливість ґратки кристала-матриці. Підсумовування в (3) ведеться по вузлах ґратки матриці, зайнятих домішками. Можна показати що загальна форма $K_{\alpha\beta}(\vec{r})$ дається виразом

$$K_{\alpha\beta}(\vec{r}) = \frac{d^{*\alpha}}{\epsilon_0} \left[f_1(r) \delta_{\alpha\beta} + (3n_\alpha n_\beta - \delta_{\alpha\beta}) f_2(r) \right], r = |\vec{r}|, \vec{n} = \frac{\vec{r}}{r} \quad (4)$$

Вся інформація про ангармонізм ґратки кристала-матриці міститься у вигляді функцій $f_i(r)$. Раніше вираз для цих функцій був отриманий лише у гармонічному наближенні. Дисертант одержав вирази для функцій $f_i(r)$ для довільного ангармонізму ґратки матриці шляхом мінімізації ґраткової частини гамільтоніану (1) та розв'язання одержаного нелінійного диференціального рівняння.

На основі одержаного виразу для потенціала взаємодії домішкових диполів був виведений функціонал вільної енергії вказаних речовин. Необхідність мати такий функціонал полягає у тому, щоб замість початкового "випадкового" гамільтоніану (3) мати "невипадковий" функціонал вільної енергії, який дозволив би застосувати добре розроблені теоретико-польові методи до аналізу спостережуваних фізичних характеристик діелектриків з дипольними домішками. При цьому існуючі методи теорії спінових стекел, такі як метод Едвардса-Андерсона, не можуть бути безпосередньо застосовані до вказаних

систем, тому що для них важливі деталі просторової поведінки $K_{\alpha\beta}(\vec{r})$. Виведення функціоналу вільної енергії здійснювалось на основі самоузгоджених рівнянь для параметрів порядку системи, форма яких, в свою чергу, залежить від числа дозволених орієнтацій домішкового диполя у ґратці кристала-матриці. Основна ідея вказаного методу така. Гамільтоніан (3) може бути тотожно переписаний через випадкове локальне поле \vec{E}_i , що діє на кожну домішку з боку всіх інших

$$E_{ia} = \sum_{j\beta} K_{\alpha\beta}(\vec{r}_{ij}) I_j^\beta + E_a \quad (5)$$

Введемо функцію розподілу вказаних випадкових полів

$$f(\vec{E}) = \langle \delta(\vec{E} - \vec{E}_i) \rangle \quad (6)$$

де риса зверху означає усереднення за просторовими положеннями домішкових диполів, а кутові дужки - квантовостатистичне усереднення за дозволеними дискретними орієнтаціями диполів. Вказані усереднення робляться із застосуванням інтегрального зображення δ -функції так, що після виконання вказаних усереднень у припущенні статистичної незалежності вкладів різних просторових конфігурацій самоузгоджені рівняння для параметра далекого порядку мають такий вигляд для випадку восьми можливих орієнтацій домішкового диполя (це відповідає ситуації у $\text{KTa}_{1-x}\text{Nb}_x\text{O}_3$)

$$\begin{aligned} L_{x,y,z} &= \iiint_{\vec{E}} \langle I_{x,y,z} \rangle f^{(8)}(\vec{E}, \vec{L}) dE_x dE_y dE_z, \quad \vec{L} = \langle \vec{I} \rangle, \langle I_{x,y,z} \rangle = th(\beta E_{x,y,z}), \\ f^{(8)}(\vec{E}, \vec{L}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{\vec{\rho}} \exp(i\vec{E}\vec{\rho}) \exp(F_1^{(8)}(\vec{\rho}) + iF_2^{(8)}(\vec{\rho})) d^3\rho, \\ F_1^{(8)}(\vec{\rho}) &= n \iiint_V \left\{ \cos Q_x \cos Q_y \cos Q_z - 1 - L_x L_y \sin Q_x \sin Q_y \cos Q_z - \right. \\ &L_x L_z \sin Q_x \cos Q_y \sin Q_z - L_y L_z \cos Q_x \sin Q_y \sin Q_z \left. \right\} d^3r, \\ F_2^{(8)}(\vec{\rho}) &= n \iiint_V \left\{ L_x \sin Q_x \cos Q_y \cos Q_z + L_y \cos Q_x \sin Q_y \cos Q_z + \right. \\ &L_z \sin Q_x \cos Q_y \sin Q_z - L_x L_y L_z \sin Q_x \sin Q_y \sin Q_z \left. \right\} d^3r, \\ Q_\beta &= \sum_{\alpha=x,y,z} K_{\alpha\beta}(\vec{r}) \rho_\alpha \end{aligned} \quad (7)$$

Рівняння для випадку шести можливих орієнтацій домішкового диполя містять два параметри порядку (ще один стекольний $\vec{M} \equiv \langle I_\alpha^2 \rangle$) і мають ще більш складний вигляд, ніж рівняння (7).

Для отримання явного виду функціоналу вільної енергії скористаємося з підходу Ландау до теорії фазових переходів, а саме що мінімізація цього функціоналу дає рівняння для параметра порядку (наприклад (7) для восьми орієнтацій диполя). В такому разі

$$F^{(8)} = \int_V \left\{ \frac{1}{2} A \bar{P}^2 + \frac{1}{2} C (\nabla \bar{P})^2 + \Delta F_{imp}^{(8)} \right\} d^3 r, \Delta F_{imp}^{(8)} = A \frac{d^2}{V} \int L(\bar{P}_1) d^3 P_1, \quad (8)$$

$$A = \frac{2\pi\omega_{sm}^2}{\varepsilon_m \omega_1^2}, P_1 = \frac{PV}{d^2}$$

ε_m , ω_1 і ω_{sm} - височастотна діелектрична проникливість, частота повздовжнього оптичного фону та м'якої (поперечної оптичної) моди відповідно, другий член під інтегралом враховує просторову неоднорідність параметрів порядку, третій визначає домішковий внесок у вільну енергію. Вказаний алгоритм дозволяє отримувати функціонал вільної енергії для будь-якого числа орієнтацій домішкового диполя та довільного потенціалу взаємодії між домішками (див.(7)). Отриманий функціонал дозволяє розв'язати багато проблем фізики неупорядкованих дипольних систем, таких як теорія доменної структури, теорія діелектричного гістерезису в сегнетоелектричній фазі, температурні та концентраційні залежності термодинамічних характеристик (таких як діелектрична проникливість, теплоємність та ін.), динаміка параметрів порядку у рамках рівнянь Ландау-Халатнікова та флуктуонні стани електрона провідності. Перейдемо до їх вивчення. Енергія електрону провідності взаємодіючого з поляризацією діелектрика з дипольними домішками може бути записана

$$W = \frac{\hbar^2}{2m} \int |\nabla \psi|^2 d^3 r - \int \bar{P} \bar{D} d^3 r + \int F(\bar{P}) d^3 r, \int |\psi|^2 d^3 r = 1, \quad (9)$$

де останній член визначається (8), \bar{D} - індукція електричного поля електрону, яка дається формулою

$$\bar{D}(\vec{r}) = -e \int |\psi(\vec{r}_1)|^2 \frac{(\vec{r} - \vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3} d^3 r_1 \quad (10)$$

Незалежна варіація (9) з урахуванням (10) по P та ψ дає складну систему інтегро-диференціальних рівнянь для структури зв'язаного стану електрону та (в загальному випадку просторово неоднорідних) флуктуацій параметру порядку. Ця система має багато розв'язків, зокрема вона описує носій, локалізований на доменній стінці. Найпростіший ж розв'язок відповідає флуктуону - самолокалізованому стану носія на просторово однорідних флуктуаціях поляризації. В роботі обчислені такі характеристики флуктуона, як радіус його локалізації, його ефективна маса та рухливість як функції концентрації домішок та температури. Всі вказані величини мають особливості при температурі фазового переходу до сегнетоелектричної фази. Наприклад радіус локалізації флуктуона у цій точці рівний нулю, а енергія дорівнює мінус безконечності. Це означає, що в точці фазового переходу флуктуон колапсує. При всіх інших значеннях температури та концентрації домішок флуктуон існує і є стабільним. Було показано, що флуктуони породжують мілкі дискретні рівні у забороненій зоні вказаних речовин, вони можуть вносити вклад у провідність та фотопровідність. В

параелектричній фазі механізм автолокалізації електрона відповідає полярному механізму Пекара так що в цьому випадку функціонал (9)-(10) перетворюється просто на функціонал Пекара.

Розглянутий також вплив нелінійних ефектів у функції розподілу локальних полів (розгляд функцій розподілу степенів локальних полів) на термодинамічні характеристики діелектриків з дипольними домішками. Методом, аналогічним наведеному вище, отримані самоузгоджені рівняння для параметра порядку системи. Були знайдені відмінності від лінійного випадку. По - перше, при зміні знаку коефіцієнта нелінійності рід фазового переходу змінюється з другого на перший, по-друге було виявлено, що при додатних коефіцієнтах нелінійності температура фазового переходу зростає порівняно із лінійним випадком, а при від'ємних - спадає. Це означає, що при додатних коефіцієнтах нелінійності нелінійні ефекти підсилюють далекий порядок, а при від'ємних - послаблюють його. В той же час критичні концентрації домішкових диполів лишаються тими ж самими, що й у лінійному випадку. Дана теорія застосована для опису експерименту в різних неупорядкованих діелектриках.

Була також розглянута динаміка неупорядкованих діелектриків з дипольними домішками. Виведені вирази для частотно-залежної діелектричної проникності разом з рівнянням для параметра далекого порядку дозволили обчислити динамічні і релаксаційні характеристики системи при всіх значеннях концентрації домішок та температури: у стані дипольного скла, у мішаній сегнетооскляній фазі (тобто коли стекольні та сегнетоелектричні властивості співіснують), в параелектричній та сегнетоелектричній фазі. Показано, що у стані дипольного скла релаксація має довгочасовий логарифмічний вигляд, а в мішаній фазі має місце кросовер між довгочасовою та дебаївською релаксацією, що притаманна сегнетоелектричній та параелектричній фазі. Було показано, що саме логарифмічна релаксація є особливістю стану дипольного скла, що може бути застосовано в експериментах з виявлення цієї фази. Розроблений загальний формалізм був застосований для опису експериментів з частотної та температурної залежності діелектричної проникності у різних неупорядкованих діелектриках з дипольними домішками.

У третьому розділі розглядається структура та динаміка двовимірних топологічних магнітних солітонів у ФМ та АФМ. Дослідження саме двовимірних солітонів цікаво як із застосовної точки зору для розуміння фізики циліндричних магнітних доменів у тонких магнітних плівках, що застосовуються у пристроях пам'яті ЕОМ, так і з фундаментальної точки зору, тому що, наприклад, такі солітони можуть виникати у купратних площинах ВТНП, які є двовимірними АФМ. Показано, що властивості 2D солітонів нестійкі по відношенню до врахування в енергії вищих степенів просторових похідних вектора намагніченості. Виведені ефективні рівняння динаміки 2D топологічних солітонів у ФМ та АФМ.

При феноменологічному описі ФМ, що базується на рівняннях Ландау-Ліфшиця, його енергія як функціонал нормованого вектора намагніченості $\bar{m}, \bar{m}^2 = 1$ має такий вигляд

$$W = \frac{1}{2} a M_0^2 \int [\alpha (\nabla \bar{m})^2 + w_m] d^2 x, \quad (11)$$

де перший член визначає внесок обмінної енергії, а другий - енергії магнітної анізотропії, що залежить від симетрії кристала; M_0 - намагніченість насичення, $\alpha \propto (J / \mu_0 M_0) a^2, \mu_0$ - магнетон Бора, J - обмінний інтеграл, a - стала ґрат, множник a доданий перед інтегралом для збереження розмірності.

В ФМ з одновісною анізотропією (z - вісь легкого намагнічування) $w_m = \beta(m_x^2 + m_y^2), \beta > 0$ і крім енергії (11) зберігається ще сумарна z -проекція намагніченості I_z . Цей інтеграл руху визначає число магнітонів N , зв'язаних у солітоні

$$N = I_z / 2\mu_0 = (a M_0 / 2\mu_0) \int (1 - m_z) d^2 x \quad (12)$$

Одиничний вектор зручно описувати в кутових змінних

$$m_z = \cos\theta, m_x + i m_y = \exp(i\varphi) \sin\theta \quad (13)$$

В цих змінних двовимірному топологічному солітону відповідає

$$\varphi = \omega t + \nu \chi, \theta = \theta(r), \theta(0) = \pi, \theta(\infty) = 0, r = \sqrt{x^2 + y^2}, \chi = \arctg \frac{y}{x} \quad (14)$$

Тут ω - частота прецесії намагніченості навколо легкої осі, ціле число ν визначає топологічний заряд солітона (інваріант відображення простору \bar{m} на площину $\{r, \chi\}$). Форма функції $\theta(r)$ визначається вимогою мінімуму енергії (11) з урахуванням (14) при даному значенні N . При дослідженні структури солітонів інформативною є залежність частоти прецесії від числа зв'язаних магнітонів. Залежність $\omega(N)$ може розглядатися як закон дисперсії солітонів, що важливо для вивчення їх внеску в термодинамічні характеристики магнетика. Ця залежність важлива ще й тому, що N пропорційно квадрату радіуса локалізації солітона і тому визначає область значень параметрів, при яких існують солітони того чи іншого типу і таким чином може розглядатися як фазова діаграма солітонів. Вказана залежність розраховувалася шляхом наближеного аналітичного розв'язання нелінійного диференціального рівняння для $\theta(r)$ як у звичайній, так і в узагальненій моделі феромагнетика, яка враховує внесок вищих степенів просторових похідних вектора намагніченості у енергії (11). Енергія в узагальненій моделі дається виразом $W = W_0 + \Delta W$, де W_0 визначається формулою (11), а

$$\Delta W = \frac{1}{4} a^3 M_0^2 \int \{ \alpha_1 (\Delta \bar{m})^2 + \alpha_2 [(\nabla \bar{m})^2]^2 \} d^2 x. \quad (15)$$

Інваріанти четвертого порядку за просторовими похідними виникають природним шляхом при розкладі обмінної енергії дискретної спінової

системи по степенях градієнтів намагніченості. Знак α_1, α_2 визначається співвідношенням обмінних інтегралів між найближчими та наступними спінами, в роботі вважається, що $\alpha_1 \propto \alpha_2 \propto \alpha$.

Була розрахована залежність $\frac{\omega}{\omega_0} \left(\frac{N}{N_2} \right)$, де $N_2 = 2\pi s(l_0/a)^2 \gg 1$ - характерне значення числа магнітонів, $l_0 = \sqrt{\alpha/\beta} \approx a\sqrt{J/\hbar\omega_0} \gg a$ - характерний просторовий масштаб задачі, $\omega_0 = 2\mu_0\beta M_0/\hbar$ - частота лінійного феромагнітного резонансу. Тенденція поведінки вказаної залежності така - при $N > N_2$ частота прецесії спадає, при $10^{-4}N_2 \leq N \leq N_2$ дорівнює $1/\nu$ при $\nu > 1$ (і має більш складний характер при $\nu = 1$). Можна показати, що ці риси цілком визначаються стандартною моделлю (11); новими рисами, притаманними лише узагальненій моделі (15) є спадання $\omega(N)$ при $N < 10^{-4}N_2$. При цьому характерне значення радіуса локалізації $R_0 \propto \sqrt{al_0}$. Ця ситуація є характерною для двовимірного випадку; в одній тривимірному випадках присутність вищих степенів просторових похідних виявить себе тільки при $R_0 \propto a$, коли макроскопічне наближення просто незастосовне. Можна сказати, що в двовимірному випадку задача дослідження топологічних солітонів є нестійкою по відношенню до врахування вищих просторових похідних вектора намагніченості. Зроблені нами розрахунки структури солітона методом Рітца в області спадання при $N < 10^{-4}N_2$ показали, що в цій області солітону відповідає мінімум енергії так що він є стійким. Доведення стійкості для випадку більших значень N може бути зроблено аналогічно. Таким чином було показано, що в узагальненій моделі (15) у двовимірному випадку існують стійкі солітони гранично малого радіуса. Можливість існування таких солітонів є дуже цікавою у зв'язку з можливістю їх використання як носіїв інформації у системах магнітної пам'яті ЕОМ.

Розвинутий метод може бути легко застосований для дослідження солітонів в АФМ. Стандартним методом феноменологічного опису АФМ є введення двох взаємно перпендикулярних магнітних підтраектор та векторів їх намагніченості, а також вектора намагніченості АФМ як їх векторної суми та їх векторної різниці - (одичного) вектора антиферомагнетизму $\vec{l}(l_x + il_y = \sin\theta \exp(i\varphi))$. В цих змінних АФМ солітону відповідає, як і в ФМ, рішення типу (14).

Форма $\theta(r)$ знову визначається вимогою $\delta[W - \hbar\omega N] = 0$, де $W = W_0 + \Delta W$,

$$W_0 = aM_0^2 \int \left\{ \frac{1}{2} (\nabla \vec{l})^2 + \frac{1}{2c^2} \left(\frac{\partial \vec{l}}{\partial t} \right)^2 + w_{am} \right\} d^2x, \quad (16)$$

$$N = \frac{2\omega a}{\mu_0 g \delta} \int \sin^2 \theta d^2x$$

ΔW отримується з виразу для феромагнетика (15) заміною \bar{m} на \bar{l} . Зміст констант такий же, як і для ФМ (див.(11)), M_0 - намагніченість насичення підґратки, $c = \mu_0 M_0 \sqrt{\alpha \delta} / \hbar$ - фазова швидкість спінових хвиль АФМ, $\delta = 4 / \chi \alpha / a^2$ - константа однорідного обміну, χ - магнітна сприйнятливості АФМ. Дослідження структури солітонів у АФМ у стандартній та узагальненій моделі показали, що властивості солітонів якісно такі ж самі, як і у ФМ; кількісні ж відмінності зв'язані з підґратковою структурою АФМ.

Далі досліджувалася динаміка двовимірних топологічних солітонів у ФМ та АФМ, аналіз якої являє великий інтерес, наприклад, для застосовних задач, зв'язаних з вивченням динаміки циліндричних магнітних доменів у тонких магнітних плівках. Окремий інтерес являє собою вивчення динаміки АФМ, оскільки ця динаміка описується (в силу підґраткової структури АФМ) принципово іншими рівняннями, ніж у ФМ, в силу чого властивості як лінійних спінових хвиль, так і магнітних солітонів суттєво відрізняються від випадку ФМ. Досліджувалися двовимірні двопараметричні (параметри - імпульс солітона \vec{P} та число зв'язаних магнітонів N) топологічні солітони в АФМ. Показано, що на відміну від випадку ФМ присутність топологічного заряду не веде до гіротропії (руху солітона по колу в бездисипативному наближенні) в динаміці солітона. Проведений аналітичний розгляд властивостей солітонів у випадках великих та малих радіусів локалізації (великі та малі N відповідно).

Ефективним рівнянням динаміки АФМ відповідає така густина функції Лагранжа

$$L_0 = M_0^2 \left\{ \frac{\alpha}{2c^2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} - gH \right)^2 \right] - \frac{\alpha}{2} \left[(\nabla \theta)^2 + \sin^2 \theta (\nabla \varphi)^2 \right] - w_m(\theta) \right\} \quad (17)$$

де H - зовнішнє магнітне поле, напрямлене вздовж осі z , $g = 2\mu_0 / \hbar$. Оскільки тут, як і в статичному випадку, енергія анізотропії не залежить від φ , то зберігається z -компонента сумарної намагніченості. Цей інтеграл руху визначає число зв'язаних у солітоні магнітонів

$$N = \frac{2s}{H_e a^2} \int \left(H - \frac{1}{g} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \sin^2 \theta d^2 x, \quad (18)$$

де $H_e = \delta M_0 / 2$ - обмінне поле АФМ. Лагранжіан (17) дозволяє отримати вирази для ще двох інтегралів руху - енергії та імпульсу поля намагніченості АФМ. Нерухоме солітонне рішення рівнянь треба шукати у формі (14). Для аналізу солітона, що рухається, скористаємося тією обставиною, що в термінах змінної

$$\tilde{\varphi} = \varphi - gHt \quad (19)$$

динамічні рівняння та лагранжیان (17) інваріантні відносно перетворень Лоренца, де роль характерної швидкості грає величина c . В силу цього солітон, який рухається, може бути отриманий з нерухомого (див. (14)) шляхом перетворень Лоренца

$$\theta = \theta(r'); \tilde{\varphi} = \omega t' + \text{varctg}(y' / x'), \quad (20)$$

де

$$r' = (x'^2 + y'^2)^{1/2}, x' = (x - vt) / (1 - v^2 / c^2)^{1/2}, y' = y, t' = (t - xv / c^2) / (1 - v^2 / c^2)^{1/2}.$$

Для визначеності вважається, що солітон рухається вздовж осі x , v - швидкість солітона. Отримані вирази показують, що в солітоні, який рухається, не тільки має місце лоренцівське скорочення розміру, а й змінюється (стає нелінійним) зв'язок $\tilde{\varphi}$ і χ .

Отримане рішення дозволяє зробити висновок про те, що в одновісному АФМ у зовнішньому полі H без урахування дисипації можливий прямолінійний поступальний рух солітона. Цей висновок не є тривіальним. Теоретично та експериментально встановлено (див. також нижче), що у ФМ на солітон з $v \neq 0$ (наприклад циліндричний магнітний домен), що рухається, діє гіротропна сила, яка дорівнює

$$\vec{F}_g = \frac{M_0}{g} \int \sin \theta \left[\vec{V} \chi \left[\vec{V} \theta x \nabla \varphi \right] \right] d^2 x \quad (21)$$

Гіротропна сила є перпендикулярною до швидкості солітона та призводить до руху солітона (домена) під кутом до зовнішньої сили у присутності дисипації, або руху вільного солітона по колу (типу ларморової прецесії електрона в магнітному полі) у бездисипативному наближенні.

Такий самий член дозволений симетрією та у принципі можливий і в АФМ. Однак вищенаведений аналіз показав, що в АФМ при H , паралельному осі z , гіротропна сила відсутня. Цей же факт доведений нами також на основі концепції ефективних сил та лагранжіана (17).

Дальший аналіз динаміки АФМ солітона був проведений шляхом знаходження співвідношень між інтегралами руху солітона що рухається. Було знайдено, що число зв'язаних магнітонів N є інваріантом перетворення Лоренца, тоді як енергія може бути представлена як сума двох доданків, перший з яких разом з імпульсом є чотиривимірний вектор, а друге - скаляр перетворення Лоренца. Це в свою чергу дало змогу показати, що аналіз двопараметричного солітона в АФМ зводиться до аналізу солітона, що має лише один параметр - частоту прецесії ω і до визначення залежностей $E(\omega)$ та $N(\omega)$, які визначались вище для статичного АФМ солітона.

Перейдемо тепер до аналізу динаміки ФМ. В цьому випадку дослідження властивостей двовимірних топологічних солітонів, що рухаються, є дуже цікавим, оскільки присутність гіротропної сили у динаміці принципово змінює характер руху солітона в порівнянні з

АФМ. Крім того, відсутність галілеєвої інваріантності рівнянь Ландау-Ліфшиця в цьому випадку робить процедуру отримання солітона, що рухається з нерухомого вельми нетривіальною. Дослідження згаданого руху є важливим також із застосовної точки зору, тому що дана теорія у змозі описувати ґратки циліндричних магнітних доменів у тонких магнітних плівках, які служать основою пристроїв пам'яті ЕОМ.

В роботі на основі рівнянь Ландау-Ліфшиця отримані скорочені рівняння руху двовимірних топологічних солітонів у ФМ з урахуванням гіротропних сил. Показано, що при малих швидкостях імпульс солітона пропорційний його швидкості. Коефіцієнт пропорційності є ефективною масою солітона та залежить від числа зв'язаних маґнонів; вказана залежність досліджена аналітично у граничних випадках солітонів малого та великого радіусів.

В кутових змінних (13) для вектора \vec{M} густина функції Лагранжа, що відповідає рівнянням Ландау-Ліфшиця, має вигляд

$$L_0 = \frac{M_0}{g} (1 - \cos\theta) \frac{d\varphi}{dt} - W(\theta, \varphi), \quad (22)$$

де W визначається формулою (11). Вираз (22) пристосований для вивчення локалізованих солітонів у ФМ, основний стан якого відповідає $\theta = 0$. Із лагранжіана (22) легко отримати вираз для імпульса поля намагніченості ФМ

$$\vec{P} = -\frac{M_0}{g} \int (1 - \cos\theta) \vec{\nabla} \varphi d^2x \quad (23)$$

Солітону, що рухається, відповідає залежність $\vec{M}(\vec{r}, t) = \vec{M}(\vec{r} - \vec{q}(t), t)$ або

$$\theta = \theta(\vec{r} - \vec{q}(t), t), \varphi = \varphi(\vec{r} - \vec{q}(t), t) \quad (24)$$

де функція $q(t)$ визначає закон руху центру ваги солітона, а другий аргумент - явну залежність від часу. Для визначення характеру сил, які діють на розподіл намагніченості (24), продиференціюємо вираз (23) по часу з урахуванням співвідношення $d/dt = \partial/\partial t - \dot{\vec{q}}\vec{\nabla}$. Це дає

$$\frac{dP_i}{dt} = \frac{M_0}{g} \left\{ \left(\frac{d\vec{P}}{dt} \right)_0 + \int \left[\dot{q}_k \sin\theta (\nabla_k \nabla_l \varphi - \nabla_k \varphi \nabla_l \theta) \right] d^2x \right\} \quad (25)$$

де $\dot{\vec{q}} \equiv d\vec{q}/dt$. Перший доданок у формулі (25) враховує зміну імпульса за рахунок явної залежності від часу, а другий - внаслідок присутності $q(t)$. Видно, що як для одновимірного розподілу намагніченості, так і для солітона без топологічного заряду (тобто коли φ не залежить від координат), другий доданок в (25) є тотожний нуль. Цей доданок і визначає гіротропну (гіроскопічну) силу \vec{F}_g . Перепишучи (25) у векторній формі, отримаємо вираз (21) для гіротропної сили. Оскільки співвідношення (25) визначає два рівняння Ландау-Ліфшиця, то це співвідношення можна розглядати як ефективні рівняння руху солітонів

у присутності гіротропної сили. Оскільки точні розв'язки рівнянь (25) нам знайти не вдалося, подальший аналіз динаміки солітонів у ФМ зводився до наближеного аналітичного розв'язання цих рівнянь.

У четвертому розділі вивчаються нелінійні явища у високотемпературних надпровідниках. В цьому розділі увага приділяється механізму спарювання носіїв у реальному, а не імпульсному просторі; так званім локальним парам. Ідея про можливість існування у надпровідниках локальних пар була висловлена давно, але успіхи теорії БКШ в описі властивостей надпровідних металів поставили цю ідею) так би мовити, на другий план. Поновлення інтересу до цієї ідеї зв'язане з синтезом керамічних вісмутових оксидів, де мішана валентність Ві може стабілізуватися внаслідок виникнення в них біполяронів і тим самим спарювання не в імпульсному (подібно до сценарію БКШ з куперовськими парами, що сильно перекриваються), а в координатному просторі з окремими, так званими локальними парами. Полярони та біполярони у ВТНП повинні бути "мішаними", тобто включати таку автолокалізацію носія, котра забезпечується деформуванням як кристалічної ґратки, так і магнітної підсистеми кристала. Таким чином важливим є питання, чим саме викликано притягання між ферміонами. В роботі запропонований один з можливих механізмів притягання, зв'язаний з характером електронних і, головним чином, магнітних параметрів ВТНП мідних оксидів, а також з існуванням в останніх магнітних вихорів (МВ), або топологічних солітонів. Показано, що носії заряду (у ВТНП дірки) при визначених умовах зв'язуються з такими солітонами, створюючи стійкі заряджені вихори - *вортексони*, які внаслідок особливостей їх динаміки притягаються одне до одного, якщо топологічні заряди МВ протилежні. Розглядані енергії зв'язку вортексонів та *бівортексонів* малого радіуса і обговорена їх можлива роль у надпровідності ВТНП.

Задамо енергію системи "МВ + дірка" у найпростішій формі

$$E_v = -d \int \Psi^+(\vec{r}) T_{km} \Psi(\vec{r}) d^2 r + J_{v-h} J_1 d \int \Psi^+(\vec{r}) \partial \Psi(\vec{r}) \vec{m}(\vec{r}) d^2 r + E_{AFM} \{ \vec{m}, \vec{l} \} \quad (26)$$

де d - величина порядку відстані між купратними шарами, додана для збереження розмірності. Перший доданок в (26), як завжди, визначає кінетичну енергію частинки, другий описує взаємодію "магнітного поля" $J_{v-h} \Psi^+ \partial \Psi$ ($\sigma_i, i = x, y, z$ - матриці Паулі, J_{v-h} - безрозмірна обмінна константа МВ - дірка) частинки з одиничним вектором намагніченості антиферомагнітно впорядкованого купратного шару; $J_1 = g_h \mu_0 M_0, g_h = 2 - g$ - фактор носія. Третій доданок визначає енергію АФМ без надлишкового носія як функціонал одиничних феро- \vec{m} і антиферомагнітних \vec{l} векторів. Мінімізація цього члена визначає структуру МВ (див. вище), причому вибір форми енергії анізотропії, зокрема визначає різні типи МВ.

Хвильова функція, що входить в (26) є спінором $\Psi^+ = (\psi_1^*, \psi_2^*)$, компоненти якого задовольняють умові

$$|\Psi_{\uparrow}|^2 = |\Psi_{\downarrow}|^2 \quad (27)$$

при цьому

$$\psi_{\uparrow} = \psi_{\downarrow}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi \exp(i\varphi_h), \psi = \psi(\vec{r}), \varphi_h = \varphi_h(\vec{r}) \quad (28)$$

Умова (27) є суттєвою для вибору члена взаємодії в (26) і віддзеркалює той добре встановлений факт, що носії у ВТНП з дірковою провідністю мають в основному кисневе походження, тобто рухаються по аніонах кисню. Позиція останніх у площинах CuO_2 така, що вони розташовані точно симетрично між найближчими іонами міді, або, інакше, магнітними підгратками. Наслідком цього для дірки є нульове обмінне поле, що діє на її спін з боку найближчих сусідів, який тим самим може перебувати рівноймовірно у станах з проєкціями $\uparrow, \downarrow \equiv \pm \frac{1}{2}$ (фруструюча або ортогональна завдяки перпендикулярності її спіна локальному напрямку АФМ вектора, дірка).

Для конкретних розрахунків була вибрана форма оператора кінетичної енергії, яка прямо враховує достатньо важливу обставину, що поверхня Фермі у ВТНП проходить поблизу достатньо плоскої частини або сідлової точки валентної зони з ефективними масами m_1 та m_2 . Для розрахунку другого доданку повної енергії (26) ми скористалися з відомого факту, що рівняння Ландау-Ліфшиця, що отримуються мінімізацією E_{AFM} по векторах \vec{m} та \vec{l} у природному для АФМ наближенні $|\vec{m}| \ll |\vec{l}|$ можуть бути зведені до єдиного рівняння для АФМ вектора (з енергією у формі (16)), причому зв'язок між \vec{m} та \vec{l} є алгебраїчним і вміщує для стандартного АФМ зовнішнє магнітне поле. В нашому ж випадку ми повинні замість зовнішнього поля підставляти "магнітне поле" носія (див. вище). Тоді для другого доданку отримаємо

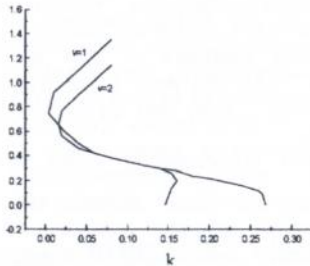
$$E_{v-h} = 2\pi J_0 d^4 \int \psi^4(\vec{r}) \cos\theta(\vec{r}) r dr; J_0 \equiv \frac{1}{\delta} J_1 J_{v-h}^2 \quad (29)$$

де введені полярні координати у площині 2D АФМ. При записі (29) ми врахували, що для спінора (27) $\hbar_z = 0$. Відзначимо, що завдяки присутності множника ψ^4 у підінтегральному виразі (29) у формуванні шуканого зв'язаного стану присутній також поляронний ефект.

Повна система рівнянь для визначення рівноважних значень \vec{l} і Ψ отримується варіюванням (26) по цих величинах з урахуванням нормування хвильової функції

$$\int \Psi^*(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) d^2 r = d^{-1}$$

Отримана в такий спосіб система диференціальних рівнянь виявилася

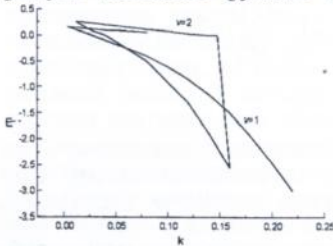


Мал 1а. Залежність радіусу локалізації вортексона від параметра k

солітонам.

Було показано, що найглибший енергетичний мінімум і відповідно найбільша енергія дисоціації вортексона та бівортексона реалізується при взаємодії дірки саме з локалізованим солітоном. В зв'язку з цим вортексони та бівортексони, які виникли як зв'язані стани носіїв та локалізованих солітонів тільки й можуть бути цікавими для надпровідності ВТНП.

Залежність $\lambda(k)$, ($\lambda = r_{wf} / R_{MV}$, $\kappa = \hbar^2 / (J_0 \mu |d^2|)$, $\mu^{-1} = m_1^{-1} - m_2^{-1}$, r_{wf} та r_{MV} - радіуси хвильової функції та МВ відповідно), отримана у рамках



Мал 1б Залежність енергії зв'язку вортексона від параметра k

варіаційного методу, показана на мал. 1а для двох значень топологічного заряду ν . Цю залежність можна розуміти як "фазову діаграму" вортексонів. Видно, що вони існують у порівняно вузькому діапазоні значень k . Енергія вортексона після мінімізації по λ як функція того ж параметра k показана на мал. 1 б. На ньому видно, що у достатньо широкому діапазоні значень k енергія вортексона нижче енергії вільного МВ. Крім того, мал. 1б показує, що вортексонний стан відділений від стану вільного (незарядженого) МВ енергетичним бар'єром ("дзьоб" на залежності $W_v(k)$), так що існують критичні значення k_{cr} (вони визначаються умовою $W_v(k_{cr}) = 0$) і $\lambda_{cr} = \lambda(k_{cr})$. При цьому стійкими є лише вортексони з $\lambda < \lambda_{cr}$. Остання нерівність означає, що вортексони мають порівняно малий радіус локалізації (чисельні оцінки будуть зроблені нижче).

Далі вивчалися синглетні бівортексони - зв'язані стани двох носіїв з протилежними проекціями спінів та одного МВ, чи двох МВ з

досить складною так що нам не вдалося знайти її аналітичного розв'язку. Тому визначення структури та розрахунок енергії вортексона був проведений прямим варіаційним методом. При виборі пробної хвильової функції ми врахували, що вільні (кисневі) дірки у купратному шарі ВТНП знаходяться у r -стані. Що стосується МВ, то пробна функція для нього шукалася у формі (14) з різним вибором залежностей $\theta(r)$, а саме локалізованому (з крайовими умовами $\theta(0) = \pi, \theta(\infty) = 0$) та делокалізованому ($\theta(\infty) = \pi/2$) магнітним

протилежними топологічними зарядами. Були вивчені дві можливих структури бівортексону. В першій бівортексон складається з одного МВ та двох дірок з протилежними проекціями спіна, в другій він складається з двох МВ з протилежними топологічними зарядами та двох дірок. Перший бівортексон названий “гелійовим” тому що його конфігурація подібна до атома гелію, другий - “водневим”, тому що ця структура нагадує молекулу водню з МВ в якості ядер.

Найпростіший вираз для енергії бівортексону може бути представлений у формі

$$E_{bv} = -d^2 \int \Psi^* T_{km}^{(j)} \Psi d^2 r_1 d^2 r_2 + \frac{e^2 d^2}{\epsilon} \int \frac{\Psi^* \Psi}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d^2 r_1 d^2 r_2 + \quad (30)$$

$$J_{v-h} J_l d^2 \int \sum_{j=1,2} \bar{h}_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \bar{m}(\vec{r}_j) d^2 r_1 d^2 r_2 \bar{h}_j = \Psi^* \bar{\sigma}_j \Psi,$$

де ϵ - статична діелектрична проникність. Як і вище, перший доданок описує кінетичну енергію носіїв, другий - їх кулонівське відштовхування у середовищі, що поляризується, третій - взаємодію носіїв з МВ. Можна показати, що стандартний вибір хвильової функції пари у вигляді добутку координатної та спінової частин не враховує важливого факту фрустрованості дірок у мідно-кисневих площинах ВТНП. Правильна хвильова функція для цього випадку має такий вигляд

$$\Psi \equiv \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{2} [\Psi_1(\vec{r}_1) \Psi_2(\vec{r}_2) + \Psi_1(\vec{r}_2) \Psi_2(\vec{r}_1)], \quad (31)$$

де, наприклад, в “гелійовому” підході

$$\Psi_1(\vec{r}_1) = \begin{pmatrix} \psi(\vec{r}_1) \\ \psi^*(\vec{r}_1) \end{pmatrix} = \Psi_2(\vec{r}_1); \Psi_2(\vec{r}_2) = \begin{pmatrix} \psi(\vec{r}_2) \\ \psi^*(\vec{r}_2) \end{pmatrix} = \Psi_1(\vec{r}_2),$$

$$\psi(\vec{r}_j) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_0(\vec{r}_j) \exp(i\varphi_{hj}); \varphi_{hj} = \frac{v}{2} \varphi_j$$

Вибір знака “+” у лінійній комбінації (31) відповідає синглетному стану пари з меншою енергією, ніж при виборі протилежного знаку, який визначав би триплетний стан пари; ситуація аналогічна класифікації станів за повним спіном для атома гелію.

Чисельні оцінки показали, що енергії зв'язку “гелійового” та “водневого” бівортексонів мають один порядок величини. Розрахунок енергії зв'язку бівортексонів також проводився прямим варіаційним методом, при цьому залежності $\lambda(\kappa)$ та $E_{bv}(\kappa)$ якісно такі ж як і для вортексона. Вказані чисельні оцінки робилися для типових параметрів металооксидних ВТНП. З урахуванням вказаних параметрів для енергії дисоціації вортексона була отримана величина порядку 100 К, що свідчить про стабільність вортексона при достатньо низьких температурах. Енергія ж зв'язку бівортексона лежить в інтервалі 130 - 1000 К в залежності від типу ВТНП матеріалу.

Зроблені оцінки дозволяють надіятися, що існує достатньо прийнятна область параметрів ВТНП, в якій існує стійке утворення з

зарядом $2e$ та локальним характером свого формування, при цьому температура зв'язку за порядком величини дорівнює критичним температурам ВТНП, що реально спостерігаються. Можна надіятися, що бівортексони як специфічний саме для ВТНП сполук тип пар можуть конденсуватися, утворюючи надтекучу бозе-рідину. В даному сценарії ВТНП магнетизм та спарювання не тільки не конкурують, але являють собою обов'язкові складові процесу переходу до конденсатного стану, яке, таким чином, може бути описане в термінах локальних пар, або тут - бівортексонів. Однак більш детальний опис конденсації та характеристик надпровідного конденсату вимагає більш точної моделі, яка враховує, зокрема, багатозонність та непараболічність електронного спектра ВТНП, більш складний характер взаємодії МВ - дірка, роль флуктуацій та ін.

В роботі також розглядалися більш застосовні питання фізики ВТНП, а саме дослідження мікрохвильових втрат (МВ) у цих матеріалах. Основою теоретичних моделей при такому дослідженні були уявлення про пінінг на різноманітних дефектах абрикосовських та джозефсоновських вихорів у ВТНП, які являють собою надпровідники другого роду. Для опису експериментів, що виконувалися групою І.М.Заріцького у ІФН НАНУ на різних типах ВТНП, а саме для розрахунку потужності МВ у цих речовинах, застосовувались дві моделі. Перша з них так звана теорія критичного стану, в якій розглядаються надпровідники II роду з домішками, які є центрами пінінга для вихорів, у вигляді яких магнітне поле H проникає у надпровідник при $H=H_{c1}$ (H_{c1} -перше критичне поле). При входженні магнітного потоку в надпровідник вихори захоплюються центрами пінінгу та лишуються захопленими до тих пір, поки сила Лоренца, що діє на вихор з боку зовнішнього поля, не перевищить силу взаємодії між вихорами та силу взаємодії вихора з центром пінінгу (силу пінінгу). Умова рівності згаданих сил може бути сформульована в термінах рівності струму через зразок деякому критичному. Якщо через будь-яку частину зразка протікає струм більш критичного, то у цій частині вихори відриваються від центрів пінінга і починають рухатися. При цьому виникає резистивність i , як наслідок, втрати енергії, зокрема МВ. У рамках цієї моделі була розрахована магнітопольова залежність МВ і показано що вони мають гістерезисний характер унаслідок гістерезису магнітного моменту у надпровідниках з пінінгом вихорів. Для розрахунку МВ у керамічних ВТНП, які являють собою джозефсонівське середовище (тобто масив надпровідних гранул, які перемежуються тонкими ненадпровідними шарами), була застосована інша модель. А саме, згадане джозефсонівське середовище було представлено ансамблем замкнених мікроконтурів (фактично природних СКВІДів). Якщо такий мікроконтур знаходиться у зовнішньому магнітному полі, в ньому наведеться надпровідний струм і таким чином цей контур буде магнітним диполем. В такий спосіб гамільтоніан такої системи може бути записаний як гамільтоніан системи взаємодіючих магнітних диполів із

випадковими дипольними моментами; випадковість обумовлена розподілом площ контурів. Методом, аналогічним викладеному вище для невпорядкованих діелектриків з дипольними домішками, була розрахована функція розподілу площ мікроконтурів і МВ усього зразка обчислювалися усередненням мікрохвильового відгуку одного контура з функцією розподілу площ. Теорія дала кількісний опис експерименту, з якого були отримані значення середньої площі контура, дисперсії площ, а також концентрація надпровідної фази у зразку. Дана теорія дозволила запропонувати метод визначення критичного струму зразка ВТНП за вимірами МВ.

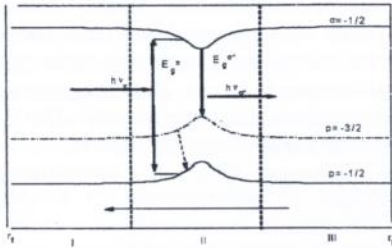
У п'ятому розділі вивчаються нелінійні електронні стани у магнітозмішаних (напівмагнітних) напівпровідниках (НМН). Більш конкретно, вивчається новий тип дисипативної структури - автохвилі спінової поляризації, а також вільні магнітні поларони, тобто носії, автолокалізовані завдяки обмінній взаємодії з підсистемою магнітних іонів. НМН типу $A_{1-x}^n Mn_x B^{n'}$ мають дуже цікаві фізичні властивості, включаючи сильні нелінійні ефекти у зовнішньому магнітному полі при достатньо низьких температурах (наприклад поблизу області магнітного насичення) і великої чутливості зонної структури НМН до зовнішніх полів. Для достатньо великих відхилень магнітної підсистеми НМН від термодинамічної рівноваги можуть виникнути також інші ефекти. Ці ефекти виникають завдяки динамічній оптичній поляризації (див. нижче) локалізованих спінових моментів (ЛСМ), тобто спінів магнітних домішок. В такій ситуації можуть виникати як безрезонаторна оптична бістабільність, так і дисипативні структури.

В роботі обговорюється специфічний для НМН механізм формування дисипативної структури, яка виникає у зовнішньому магнітному полі в кубічних напівпровідниках типу $A_{1-x}^n Mn_x B^{n'}$. Найяскравіший ефект у НМН є гігантське спінове розщеплення (ГСР) енергетичних зон. Цей ефект виникає завдяки сильній обмінній взаємодії вільних електронів (e) та дірок (h) з підсистемою ЛСМ. Завдяки ГСР спектр зонних станів НМН (наприклад заборонена зона) може достатньо легко змінюватися зовнішніми полями. Це відбувається завдяки впливу зовнішніх полів на намагніченість НМН $M = g_i \mu_B n_i \langle S_i \rangle$ (g_i, n_i, S_i - g -фактор, концентрація та спін ЛСМ відповідно) і дальшою обмінною взаємодією ЛСМ з електронним спіном. Ефективне значення обмінного поля, яке породжує ГСР, завдяки його квазі-зеємановської дії на спіни носіїв S_e та S_h може бути визначене виразом $G_{e(h)} = -2J_{e(h)} \langle S_i \rangle$, де $J_{e(h)}$ - константа обмінної взаємодії між електроном (діркою) та ЛСМ.

Другий важливий ефект у НМН є динамічна поляризація ЛСМ, що виникає завдяки обмінному розсіюванню фотозбуджених носіїв магнітними іонами. Останній ефект виникає завдяки присутності недиагональної частини у гамільтоніані носій-іонної обмінної взаємодії, пропорційної $S_e^+ S_{e(h)}^- + S_h^+ S_{e(h)}^-$. Видно, що цей вираз описує перенос

проекції кутового моменту електронів (дірок) на ЛСМ так що сумарна проекція кутового моменту електронів (дірок) та ЛСМ зберігається. В результаті обмінне розсіювання дірки ($J_h < 0$) супроводжується реорієнтаціями ЛСМ завдяки зростанню їх спінової поляризації в порівнянні з рівноважним значенням. Таким чином обмінна релаксація нерівноважних фотодірок підсилює ГСР. Відзначимо, що для електронів ($J_h > 0$) ситуація як раз протилежна. При фотозбудженні НМН з енергією фотона, близькою до енергій екситонних переходів, останній ефект може призвести до оптичної бістабільності.

Якщо оптична потужність недостатня для суттєвої зміни $\langle S_z \rangle$ в порівнянні з рівноважним значенням $\langle S_z \rangle_0$ в усьому кристалі, порівняно



Мал.2. Згин енергетичних підзон НМН кристала, форма якого визначає форму АСП. Оптичні переходи показані суцільними вертикальними стрілками. Пунктирна стрілка показує релаксаційні переходи M_n^{2+} які ведуть до формування АСП. $\hbar\nu_{\pi}$ та $\hbar\nu_{\sigma^+}$ -кванти енергії p^- та s^+ поляризованого світла. E_g^- та E_g^+ - ширини забороненої зони НМН у зовнішньому магнітному полі при p^- та s^+ підсвітленні відповідно. Горизонтальна стрілка внизу показує напрямок руху АСП.

дифузія в напрямку протилежному світловому потоку є на користь формування області з нерівноважною намагніченістю, в той час як дифузія вздовж цього напрямку тільки підсилює релаксацію нерівноважної намагніченості. Таким чином, в об'ємному НМН в умовах, що потрібні для реалізації безрезонаторної оптичної бістабільності, може з'явитися область нерівноважної намагніченості, яка ділить кристал на чекаючу (I), збуджену (II) і тінюву (III) області. Ця неоднорідність рухається у напрямку, протилежному світловому

мала область НМН з локально підвищеною намагніченістю може залишитися нерівноважною. В цій області має місце звуження забороненої зони E_g і більшість енергії опромінення поглинається саме в ній (мал.2). Локальне підсилення поляризації ЛСМ далеко від поверхні кристалу буде самопідтримуючимся завдяки балансу двох процесів. Ці процеси є спін-граткова релаксація та просторова спінова дифузія з одного боку та динамічна поляризація ЛСМ з другого. Роль спінової дифузії залежить від напрямку світлового потоку. Так,

поток, як результат спінової дифузії у НМН (мал.2). Цей об'єкт в подальшому буде називатися автохвилею спінової поляризації (АСП). Аналіз цього явища провадився так. Спочатку було виведено еволюційне рівняння, яке враховує процес динамічної спінової поляризації. Виведення цього рівняння базувалося на введенні ефективної спінової температури для системи ЛСМ з еквідистантними лініями у земанівському спектрі. Відправною точкою була система квантових кінетичних рівнянь для населеностей $n_{l,m}$ спінових підрівнів M магнітного іона, розщеплених магнітним полем H , та рівнянь для населеностей $n_{h,p}$ спінових підзон фотодірок p . При цьому ми можемо враховувати лише дві підзони з чотирьох $p=-3/2$, $p=-1/2$ (які будуть означені нижче як "+" та "-" відповідно) (мал.2). Тільки ці підзони будуть заселені при π -поляризованому підсвітленні НМН при достатньо низьких температурах $T \ll J_h$. В результаті була отримана дуже складна система нелінійних диференціальних рівнянь, яка після спрощень, які враховують співвідношення між фізичними характеристиками НМН, має вигляд такого нелінійного інтегро-диференціального рівняння

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial t} = \frac{2I(\Delta P)}{n_l} - \Delta P \tau_{ll}^{-1} + D_l \frac{\partial^2 \Delta P}{\partial r^2}, \quad (32)$$

де

$$I(\Delta P) = \frac{I_0}{h\nu} - \alpha(G_m^\pi \Delta P - \Delta E_0) \exp \left[- \int_{r_f}^r \alpha(G_m^\pi \Delta P(r') - \Delta E_0) dr' \right], \quad (33)$$

$\Delta P = P_l - P_l^0$, $P_l = \frac{n_{l-} - n_{l+}}{n_{l-} + n_{l+}}$, P_l^0 - рівноважне значення P_l , G_m^π - максимальне збуження забороненої зони при π -поляризованому підсвітленні, $I^*(r) = \alpha I(r) / h\nu$ - інтенсивність генерації фотодірок, $I(r)$ - густина енергії світлового потоку в точці r , $I_0 = I(r_f)$, $\Delta E_0 = h\nu - E_g + G_m^\pi P_l^0$, D_l - коефіцієнт спінової дифузії, τ_{ll} - час спин-граткової релаксації ЛСМ.

Розв'язання цього рівняння було використане для оцінки параметрів АСП, таких як швидкість, ширина і т.ін. Аналіз стійкості дозволив виділити фізичні розв'язки. Точне аналітичне розв'язання можливе для апроксимації коефіцієнту оптичного поглинання НМН $\alpha(h\nu)$ ступінчастою функцією $\alpha = \lambda^{-1} \Theta(h\nu - E_g)$ (λ -характерна довжина згасання світла в НМН, $h\nu$ - енергія кванту світла). Для відхилення $\alpha(h\nu)$ від ступінчастої функції можливе наближене аналітичне розв'язання. Обговорюються також способи створення АСП в реальних НМН.

Інше питання, яке розглядалось у роботі, є проблема автолокалізації носія заряду у НМН. У НМН типу $A_{1-x}^{\text{II}}Mn_xB^{\text{VI}}$, магнітні іони яких характеризуються орієнтаційним парамагнетизмом, поляронні ефекти широко вивчаються. Останні проявилися в температурній залежності безпольового зсуву лінії спин-фліп комбінаційного розсіювання на

мілких донорах, по червоному зсуву лінії люмінесценції екситонів, зв'язаних на мілких акцепторах, а також у магнітопольовій залежності енергії люмінесценції екситонів на квантових ямах на основі НМН. Теорія цих явищ показала, що якщо магнітополяронні ефекти, зв'язані з носій-іонною обмінною взаємодією, для слабкозв'язаних локалізованих на дефектах носіїв проявляються у широкому інтервалі температур, монотонно зменшуючись із зростом T , то автолокалізація носіїв у трьох- та двовимірних системах має пороговий характер.

В останні роки інтенсивно вивчається інший тип НМН - так звані ван-флексівські НМН (ВНН), парамагнетизм яких має поляризаційну природу, тобто зв'язаний з підмішуванням магнітним полем \vec{H} до основного синглетного стану іонів збуджених магнітних станів. Типовими ВНН є тверді розтвори типу $A_{1-x}^{II}Fe_xB^VI$, де у іонів $Fe^{2+}3d^6$ основним станом спін-орбітального мультиплету є немагнітний синглет A_1 а мультиплети T_1 , E , T_2 та A_2 розташовані вище майже еквідистантно з енергетичним інтервалом $\Delta\varepsilon = 1,5 - 2$ меВ. Таким чином, при температурах, близьких до гелійових, практично всі іони заліза знаходяться на найнижчому рівні, а їхній парамагнетизм є чисто поляризаційним. В такій ситуації поляронний ефект буде мати особливості по відношенню до "орієнтаційного" випадку, зв'язані з відсутністю у ВНН спінових флуктуацій.

Нами запропонована модель вільного магнітного полярона великого радіуса у ВНН, що знаходиться при достатньо низьких температурах у основному синглетному стані. Принциповою особливістю запропонованої моделі у порівнянні, наприклад, з випадком полярона Пекара є врахування нелінійності, зв'язаної з можливістю магнітного насичення середовища, без урахування якої полярон би колапсував. В результаті отриманий функціонал енергії для електронної хвильової функції. Відповідне рівняння, яке визначає екстремум, зводиться до нелінійного рівняння Шредингера тільки якщо знехтувати згаданим насиченням.

При виведенні рівняння для основного стану вільного носія заряду у ВНН будемо виходити з гамільтоніану для електрона (дірки) та обмінно зв'язаних з ним магнітних іонів, що випадково заміщують N_j катіонів у вузлах $\vec{R}_j (j = 1, 2, \dots, N_j)$ кубічної кристалічної ґратки. Припускаючи, що відповідна енергетична зона не вироджена та ізотропна, представимо гамільтоніан системи у наближенні ефективної маси в такому вигляді

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m^*} + g_e \mu_0 \vec{H} \vec{S}_e + \sum_{j=1}^{N_j} \left[-\Omega \delta(\vec{r} - \vec{R}_j) S_j^z S_e^z + H_j^I (g_I \mu_0 \vec{H}) \right] + H_{II} \quad (34)$$

де \vec{p} , m^* , g_e , S_e , \vec{r} - оператор імпульса, ефективна маса, зонний g-фактор, оператор спіна та координата електрона, Ω - об'єм елементарної комірки, \vec{H} - зовнішнє магнітне поле. У виразі (34) перші два доданки визначають кінетичну та зееманівську енергії електрона, два інших - носій-іонну обмінну взаємодію та суму гамільтоніанів магнітних іонів у

полі Н. Для виведення з гамільтоніану (34) виразу для енергії вільного магнітного полярону (ВМП) зроблений ряд припущень. Перше полягає в тому, що у НМН концентрація n_i магнітних іонів така, що їх взаємодією H_{ii} у (34) можна знехтувати. Це дозволяє повну хвильову функцію системи шукати у вигляді добутку хвильових функцій електронів та магнітних іонів. З іншого боку (це підтверджується відповіддю задачі) концентрація магнітних іонів повинна бути достатньо велика, щоб виконувалась умова $n_i a^3 \gg 1$ (a - ефективний радіус ВМП). Ця умова дозволяє розглядати кристал як континуум і змінити суми по магнітних іонах на інтеграли по об'єму. При обчисленні енергії ВМП, як і у випадку орієнтаційних НМН, ми знехтуємо недиагональною частиною гамільтоніану носій-іонної обмінної взаємодії. Це можна зробити тому, що поправка, зв'язана з урахуванням цього члену, обернено пропорційна $(n_i a^3)^{-1}$ і тому є малою (див. вище). Ця поправка може бути більш-менш важливою тільки для збудженого стану полярона. Діагональний ж член цієї взаємодії має структуру зееманівської енергії, об'єднується із наступним членом у формулі (34), ведучи до заміни $H_i'(g_i \mu_0 \vec{H}) \rightarrow H_i'(g_i \mu_B H_z - \mathcal{J} \Omega \delta(\vec{r} - \vec{R}_i) S_{iz})$; вісь z паралельна напрямку Н. При розгляді ефектів у магнітному полі Н будемо нехтувати діамангнітними ефектами. При обчисленні енергій магнітних іонів також будемо нехтувати слабкими ефектами кубічної анізотропії, припускаючи, що парамагнітна сприйнятливість ВНН співпадає зі сприйнятливістю магнітних іонів, обчислену для випадку (Н паралельно z). Остання ж визначається через енергію основного стану магнітного іона

$$E_1(g_i \mu_0 H) = \Delta \varepsilon - \sqrt{\Delta \varepsilon^2 + 4(g_i \mu_0 H)^2}, g_i = 2. \quad (35)$$

Вказані припущення дозволяють знайти функціонал енергії для ВМП, що визначається як різниця власних значень гамільтоніана (34) та гамільтоніана ВНН у відсутності вільних носіїв у вигляді

$$E_\sigma = \frac{\hbar^2}{2m^*} \int (\nabla \psi_\sigma)^2 d^3r + g_e \mu_0 H \sigma + n_i \int [E_1(g_i \mu_0 H + A\sigma) - E_1(g_i \mu_0 H)] d^3r \quad (36)$$

де $\sigma = \pm 1/2$ - власні значення оператора проекції спіна електрона на напрям Н, $A(\vec{r}) = -\mathcal{J} \Omega |\psi_\sigma|^2$ - ефективне обмінне поле, яке являє собою енергію обмінної взаємодії магнітного іона з електроном.

Суттєвою особливістю функціонала (36) є його нелінійна залежність від $|\psi_\sigma|^4$, зв'язана з насиченням магнітної енергії (35). В результаті рівняння, що мінімізує (36) не зводиться до звичайного для задачі про автолокалізацію з короткодійним потенціалом нелінійному рівнянню Шредингера так, що полярон не колапсує ні при яких значеннях параметрів задачі.

Оскільки диференціальне рівняння, що ми отримали, має складний вигляд, то для обчислення характеристик такого полярона нами був застосований прямий варіаційний метод. Були обчислені магнітопольові

залежності критичної концентрації магнітної компоненти, вище якої автолокалізація вже неможлива, а також енергія, ефективна маса та g -фактор полярона. Чисельні оцінки, проведені для ВНН $Zn_{1-x}Fe_xSe$, показали необхідність врахування можливої автолокалізації дірок при $x \geq 0,04$.

В роботі також розв'язана задача про енергію зв'язку екситонів R^{ex} , сформованих носіями заряду з визначених спінових підзон для гексагонального НМН, енергетичні зони якого розщеплені по спіну ефективним обмінним полем G . Показано, що у актуальному випадку $H \parallel c_6$ (c_6 - вісь шостого порядку НМН) поле G ($\parallel H$) може суттєво вплинути на ефективні маси у різних діркових підзонах, причому для різних спінових станів по-різному. В результаті з'являється залежність R^{ex} від G для екситонів, що відповідають цим дірковим підзонам. Чисельні оцінки, проведені для $Cd_{1-x}Mn_xS$, показали, що енергія зв'язку екситонів, що залежить від магнітного поля, суттєво змінює розщеплення π -компонент екситонних переходів. Обговорюється також роль поляронного ефекту у цих явищах.

Також був розвинутий підхід для опису спектру спінових переходів мілких донорів у НМН при будь-яких концентраціях магнітної компоненти. Справа в тому, що для електронних центрів великого радіуса, ефективно взаємодіючих з великим числом магнітних іонів спінові розщеплення зони провідності визначаються вже не середнім обмінним полем G_e , а локальним обмінним полем, величина якого може як визначатися поляронним ефектом, так і бути чисто флуктуаційною. Даний підхід, що базується на статистичній теорії форми лінії магнітного резонанса, дозволив встановити мінімальну концентрацію магнітних домішок $n_i \approx a_0^{-3}$ (a_0 -радіус основного стану мілкого донора), при якому позиція піку резонансу E_m ще описується у наближенні середнього обмінного поля, а також максимальну концентрацію $n_i \approx 0.03a_0^{-3}$, що обмежує застосовність наближення найближчого сусіда для опису E_m . В роботі отримали коректний кількісний опис експерименти по спін-фліп комбінаційному розсіюванню на мілких донорах в $Cd_{1-x}Mn_xS$ та по електронному парамагнітному резонансу мілких донорів у $ZnS:Mn$.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

В результаті проведених систематичних теоретичних досліджень нелінійних явищ у неупорядкованих діелектриках, напівпровідниках та високотемпературних надпровідниках вперше отримані такі основні результати.

1. Отриманий вираз для закону взаємодії домішкових диполів у діелектричному кристалі-матриці типу $KTaO_3$, що сильно поляризується. Згаданий вираз виведений з будь-якою наперед

заданою точністю у вигляді ряду для довільної величини ангармонізму ґратки вказаної матриці.

2. Для довільного закону взаємодії між домішковими диполями побудований функціонал вільної енергії невпорядкованих діелектриків з дипольними домішками. Для виведення вказаного функціоналу розвинутий підхід, в якому дія сусідніх домішкових диполів на даний апроксимується випадковим локальним полем, функція розподілу якого обчислюється самоузгоджено. Даний функціонал заміщує початковий "випадковий" гамільтоніан та дозволяє побудувати послідовну теорію вказаних систем на основі добре розроблених теоретико-польових підходів.
3. На основі згаданого функціоналу вільної енергії невпорядкованих дипольних систем розвинута теорія доменної структури таких систем. Обчислені основні характеристики цієї структури, зокрема товщина доменної стінки. Показано, що згадані характеристики критично залежать від концентрації домішок та температури. Зокрема, товщина доменної стінки нескінченно зростає при наближенні знизу до температури сегнетоелектричного фазового переходу.
4. На основі згаданого функціоналу вільної енергії побудована модель автолокалізації носія заряду на флуктуаціях параметра порядку в таких системах. Дана модель також дозволила теоретично розрахувати діелектричний гістерезис у сегнетоелектричній фазі невпорядкованих діелектриків з дипольними домішками. В рамках цієї моделі розраховані такі характеристики автолокалізованого носія (флуктуона) як його енергія, радіус локалізації, а також ефективна маса та рухливість. Вказані характеристики залежать від концентрації домішок та температури.
5. Доведено, що структура двовимірних топологічних солітонів з прецесією намагніченості у феромагнетиках та антиферомагнетиках є нестійкою по відношенню до включення в енергію вищих ступенів просторових похідних намагніченості. Показано, що двовимірний випадок є виділеним, де наступні за квадратичними по вказаних похідних члени не малі, так що їх врахування принципово змінює структуру солітонів та приводить, зокрема, до існування стійких солітонів гранично малого радіуса.
6. Отримані рівняння руху двовимірних топологічних солітонів у феромагнетіку. Показано, що так звана гіротропна сила, яка приводить до руху вільного солітона по колу, а не по прямій, є її природною властивістю; її явний вигляд отриманий диференціюванням виразу для імпульса топологічного солітона по часу. Показано, що джерело гіротропної сили - координатна залежність азимутального кута намагніченості, тобто наявність топологічного заряду. Аналітичні розв'язки виведених рівнянь для малих швидкостей руху солітона показали, що імпульс солітона пропорційний його швидкості. Отримані вирази для коефіцієнту пропорційності - ефективної маси солітона.

7. Побудований функціонал енергії та виведені диференціальні рівняння для опису структури зв'язаних станів магнітних вихорів (топологічних солітонів) та носіїв заряду у високотемпературних надпровідниках. Визначена енергія зв'язку вортексонів - зв'язаних станів одного носія та одного вихора та бівортексонів - двох носіїв та одного вихора або двох носіїв та двох вихорів. Показано, що існує достатньо прийнятна область параметрів металооксидних ВТНП, де існують бівортексони - вказані стійки утворення з зарядом $2e$ та локальним (не куперовським) характером свого формування. Енергія їх зв'язку може бути співставлена з критичними температурами ВТНП, що спостерігаються експериментально.
8. Побудований гамільтоніан системи мікроконтурів квантування з випадково розподіленими площами (природних СКВІДів) в рамках уявлень про ВТНП кераміку як джоєфсоновське середовище. Виведення гамільтоніану базувалося на факті, що кожен мікроконтур є магнітним диполем, дипольний момент якого пропорційний надпровідному струму (нелінійно зв'язаному з зовнішнім магнітним потоком, а тому й з площею мікроконтура), що виникає у мікроконтурі у зовнішньому магнітному полі. З допомогою вказаного гамільтоніану обчислена функція розподілу площ мікроконтурів, які піддані впливу зовнішнього магнітного поля. Усереднення мікрохвильових втрат одного мікроконтура із згаданою функцією розподілу дозволило обчислити мікрохвильові втрати ВТНП. Із порівняння теоретичних результатів з експериментальними обчислена середня площа контура, їх концентрація та інші характеристики, що дало змогу їх непрямого експериментального визначення по результатах мікрохвильового поглинання.
9. Виведені рівняння, що описують автохвилю спінової поляризації у напівмагнітному напівпровіднику. Показано, що при освітленні такого напівпровідника світлом з частотою порядку ширини забороненої зони він стає суттєво нелінійним і вказані автохвилі виникають у ньому внаслідок балансу процесів переносу спінової поляризації від підсистеми електронів (дірок) до підсистеми магнітних іонів, спін-граткової релаксації та просторової спінової дифузії. При цьому автохвиля рухається у напрямку, протилежному світловому потоку. Розв'язання даних рівнянь та аналіз стійкості отриманих розв'язків у типових НМН типу $A_{1-x}^{\text{II}}Mn_xB^{\text{VI}}$ дозволили запропонувати експерименти, в яких дані автохвилі могли б себе проявити.
10. Запропонована модель, що описує автолокалізацію вільного носія заряду завдяки носій-іонній обмінній взаємодії у ванфлексівському напівмагнітному напівпровіднику типу $A_{1-x}^{\text{II}}Fe_xB^{\text{VI}}$. В даній моделі опис такого вільного магнітного полярону при низьких температурах зводиться до нелінійного диференціального рівняння, яке враховує магнітне насичення середовища. Останнє призводить до того, що

вказаний полярон не описується нелінійним рівнянням Шредингера і тому не колапсує ні при яких значеннях параметрів НМН. Обчислені основні характеристики полярону - енергія, радіус стану, ефективна маса та g -фактор, як функції концентрації магнітних іонів.

РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНІ У ТАКИХ РОБОТАХ

1. Иванов Б.А., Стефанович В.А. О двумерных солитонах малого радиуса в магнетиках. // ЖЭТФ, 1986, т. 91, №2, с.638-648.
2. Иванов Б.А., Стефанович В.А. О теории двумерных топологических солитонов в антиферромагнетиках. // ФНТ, 1987, т.13, №9, с. 921-929.
3. Стефанович В.А. Эффективные уравнения динамики двумерных топологических солитонов в ферромагнетиках. // УФЖ, 1989, т. 34, №2, с. 292 - 299.
4. Ivanov B.A., Stephanovich V.A. Two-dimensional solitons dynamics in ferromagnets. // Phys.Lett. A, 1989, vol.141, №1,2, p. 89 - 95.
5. Ivanov B.A., Liachimets S.N., Stephanovich V.A. et al. Long Josephson junction fluxons dynamics and relaxation. /Proc. IV Short International Workshop of Nonlinear and Turbulent Processes in Physics, Kiev, 1989, v.1, p.118-121.
6. Vugmeister B.E., Stephanovich V.A. Dipole glass and ferroelectricity in random site pseudo-Jahn-Teller systems. // Proc. X-th International Symposium on the Jahn-Teller effect, Kishinev, 1989, v.1, p.252.
7. Семенов Ю.Г., Стефанович В.А. Автоволна спиновой поляризации в магнитосмешанном (полумагнитном) полупроводнике. // Письма в ЖЭТФ, 1990, т.51, №5, с. 268 - 271.
8. Вугмейстер Б.Е., Стефанович В.А. К термодинамике неупорядоченных дипольных систем. // ЖЭТФ, 1990, т.97, №6, с. 1867 - 1881.
9. Семенов Ю.Г., Стефанович В.А. Оптическое возбуждение автоволны намагниченности в магнитосмешанном полупроводнике//Тезисы 12 Всесоюзной конференции по физике полупроводников, 24 октября 1990 г., ч.2, с.94-95.
10. Ivanov B.A., Stephanovich V.A., Zhmudskii A.A. Magnetic vortices - the microscopic analogs of magnetic bubbles. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1990, vol. 88, №1, p. 116 - 120.
11. Семенов Ю.Г., Стефанович В.А. Спектры спиновых переходов мелких доноров в полумагнитных полупроводниках. // ФТТ, 1991, т.33, №5, с.1488 - 1493.
12. Semenov Yu.G., Stephanovich V.A. Photoinduced magnetization waves in semimagnetic semiconductors. // Phys. Rev.B, 1992, vol.46, №8, p.6739-6749.

13. Зарицкий И.М., Стефанович В.А., Колесник С.П., Кончиц А.А. О форме сигнала и природе микроволнового отклика в ВТСП материалах. // Письма в ЖТФ, 1992, т.18, №1, с.8 - 12.
14. Semenov Yu.G., Stephanovich V.A. The influence of composition fluctuations on the spin transition spectra of shallow donors in semimagnetic semiconductors. // Semiconductor Science and Technology, 1992, vol.7, p.364 - 367.
15. Семенов Ю.Г., Стефанович В.А. Энергия связи экситонов в магнитосмешанных полупроводниках в магнитном поле. // ФТП, 1992, т.26, №2, с. 324 - 328.
16. Семенов Ю.Г., Стефанович В.А. Свободный магнитный полярон в ван-флековском полумагнитном полупроводнике. // ЖЭТФ, 1992, т.101, №3, с. 1024 - 1041.
17. Semenov Yu.G., Stephanovich V.A. The effective masses of carriers and the exciton binding energy in the semimagnetic semiconductors in a magnetic field. // Semiconductor Science and Technology, 1992, vol.7, №7, p.1042 - 1046.
18. Stephanovich V.A. Nonlinear interaction between dipole impurities in the strongly polarizable dielectrics. // Phys. Rev. B, 1993, vol. 47, №14, p. 9084 - 9086.
19. Galkina E.G., Ivanov B.A., Stephanovich V.A. Phenomenological theory of Bloch point relaxation. // Journal of Magnetism and Magnetic materials, 1993, vol. 118, p. 373 - 378.
20. Semenov Yu.G., Stephanovich V.A. The influence of spin and composition fluctuations on shallow donor states in semiconductors. // Report 17 ICDS, Gmunden, Austria, July 18-23 1993, Abstracts, p.44.
21. Glinchuk M.D., Stephanovich V.A. Random fields and their influence on the phase transitions in disordered ferroelectrics. // Journal of Physics Condensed Matter, 1994, vol. 106, №6, p. 6317 - 6327.
22. Semenov Yu.G., Stephanovich V.A. The mobility of free magnetic polarons in a Van-Vleck semimagnetic semiconductors. // International Workshop on Semimagnetic (Diluted Magnetic) semiconductors, Linz, Austria, 1994, Abstracts, p.187.
23. Glinchuk M.D., Stephanovich V.A. Random fields and their influence on disordered ferroelectrics properties. Fifth Russian-Japanese Symposium on Ferroelectricity, Moscow, August 22-27, 1994, Abstracts, p.187.
24. Локтев В.М., Стефанович В.А. О возможной роли нелинейных магнитных возбуждений в высокотемпературных сверхпроводниках. // ФНТ, 1995, т.21, №4, с. 459 - 461.
25. Локтев В.М., Стефанович В.А. Теория взаимодействия делокализованных носителей заряда и магнитных возбуждений в высокотемпературных сверхпроводниках. // ФНТ, 1995, т.21, №8, с.792 - 804.
26. Glinchuk M.D., Stephanovich V.A. Random fields influence on dynamic properties of disordered ferroelectrics. // Ferroelectrics, 1995, vol. 169, p. 281 - 291.

27. Zaritskii I.M., Stephanovich V.A., Kolesnik S.P. The microwave absorption of high-Tc superconducting thin film samples. // Applied magnetic resonance, 1995, vol. 8, p. 133 - 146.
28. Semenov Yu.G., Stephanovich V.A. Mobility of the free magnetic polarons in semimagnetic semiconductors. Materials Science Forum, 1995, vols.182-184, p.557-560.
29. Stephanovich V.A. Free energy functions of disordered dipole systems. // Ferroelectrics, 1997, vol. 192, №1-4, p. 29 - 44.
30. Глинчук М.Д., Стефанович В.А. Влияние случайных полей дефектов на дальний порядок в неупорядоченных дипольных системах. // ФТТ, 1995, т.37, №1, с.137-149.
31. Glinchuk M.D., Jastrabik L., Stephanovich V.A. The sequence of structural phase transitions in $KTa_{1-x}Nb_xO_3$. // Physica B, 1996, vol. 222, p.182-190.
32. Glinchuk M.D., Stephanovich V.A. The peculiarities of dielectric susceptibility dynamics in mixed ferro - glass phase of disordered ferroelectrics. // Ferroelectric Letters, 1997, vol. 22, №3/4, p. 19 - 26.
33. Stephanovich V.A. The peculiarities of domain wall structure in the disordered ferroelectrics. // УФЖ, 1997, т. 42, №2, с. 224 -227.
34. Stephanovich V.A. Fluctuations in disordered ferroelectrics. // УФЖ, 1997, т.42, №2, с. 220 -223.
35. Stephanovich V.A. Self-localized carrier states in disordered ferroelectrics.// Письма в ЖЭТФ, 1997, т. 65, №2, с. 425 - 429.

Stephanovich V. A. Cooperative phenomena in pure and impurity crystals with strong nonlinear interaction

Thesis on search of the scientific degree of doctor of physical and mathematical sciences, speciality 01.04.02 - theoretical physics. Institute for Condensed Matter Physics of the Ukrainian National Academy of Sciences, Lviv, 1997.

Thirty-four papers are devoted to theoretical investigation of wide class of nonlinear phenomena in solids like disordered dielectrics, semimagnetic semiconductors and high-Tc superconductors. The potential of interaction between impurity dipoles in strongly polarizable dielectrics at arbitrary host lattice unharmonicity has been calculated. The model of fluctuon in disordered dielectrics has been suggested and its main characteristics have been calculated. The structure and dynamics of topological solitons in two-dimensional FM and AFM have been investigated. The energy functional was derived and properties were investigated of vortexons (bivortexons) - bound states of one (two) charge carriers and magnetic vortices (topological solitons) in HTSC. The model have been created for a new type of dissipative structure in semimagnetic semiconductors, namely photoinduced magnetization wave. The model has been proposed and observable properties have been calculated for free magnetic polaron in Van Vleck semimagnetic semiconductors.

Стефанович В. А. Кооперативные явления в чистых и примесных кристаллах с сильным нелинейным взаимодействием.

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика, Институт физики конденсированных систем Национальной академии наук Украины, Львов, 1997.

Защищается 34 работы, посвященные теоретическому исследованию широкого класса нелинейных явлений в твердых телах, таких как неупорядоченные диэлектрики, магнитосмешанные полупроводники и высокотемпературные сверхпроводники. Получено выражение для потенциала взаимодействия между примесными диполями в сильно поляризуемых диэлектриках при произвольной величине ангармонизма решетки кристалламатрицы. Предложена модель и рассчитаны основные физические характеристики флуктуона в неупорядоченном диэлектрике. Исследована структура и динамика двумерных топологических солитонов в ФМ и АФМ. Выведены уравнения движения двумерных топологических солитонов в ФМ. Получен функционал энергии и выведены дифференциальные уравнения для структуры вортексонов (бивортексонов) - связанных состояний одного (двух) носителей заряда и одного (двух) магнитных вихрей в ВТСП. Предложена модель и на ее основе исследованы физические свойства новой диссипативной структуры в полумагнитных полупроводниках - автоволны спиновой поляризации. Получена модель и дифференциальные уравнения для описания структуры свободного магнитного полярона в ван-флековском полумагнитном полупроводнике.

Ключові слова: функція розподілу, вільна енергія, флуктуон, двовимірний топологічний солітон, автохвилі спінової поляризації, магнітний полярон.

Подписано к печати 13.05.97 Формат 60x84^{1/6}
Объем 3,2 условных печатных листов.
Заказ № 783 Тираж 100 экз. Бесплатно.
размножено в ЦИ Минстата Украины ООП

AB 37.856