ЛЬВІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМ. І. ФРАНКА

*На правах рукопису*

АНОХІН ВОЛОДИМИР ЄВГЕНОВИЧ

# ЧИСЕЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ ВИПРОМІНЮЮЧИХ СИСТЕМ ЗА ЗАДАНОЮ АМПЛІТУДНОЮ ДІАГРАМОЮ НАПРЯМЛЕНОСТІ

**Спеціальність 01.05.02 — математичне моделювання і обчислювальні методи в наукових дослідженнях**

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

ЛЬВІВ - 1997

519.876.5
519.6

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00344262 (L)

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Львівському державному університеті імені Івана Франка.

**Науковий керівник:** кандидат фізико-математичних наук, ст. н. с. САВЕНКО ПЕТРО ОЛЕКСАНДРОВИЧ.

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук, професор СЛОНЬОВСЬКИЙ РОМАН ВОЛОДИМИРОВИЧ;

кандидат фізико-математичних наук, ст. н. с. КУРИЛЯК ДОЗЕСЛАВ БОГДАНОВИЧ.

**Провідна установа:** Радіоастрономічний інститут НАН України. Відділ обчислювальної математики.

Захист відбудеться "24" червня 1997 року о 15[30] год. на засіданні спеціалізованої вченої ради К 04.04.05 у Львівському державному університеті ім. І Франка за адресою: 290602, м. Львів, вул. Університетська, 1, ЛДУ, ауд 261.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Львівського державного університету імені Івана Франка за адресою: м.Львів, вул. Драгоманова, 5.

Автореферат розісланий "21" травня 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
кандидат фізико-математичних наук Б. А. Остудін

АВ 37.868



# ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність проблеми.** Широке коло задач, яке висуває наука і техніка перед проектантами радіосистем, приводить до необхідності створення різних типів антен, які відрізняються за своїми параметрами, конструкцією та принципом дії. Для ефективного функціонування радіосистеми один із її визначальних елементів - антена повинна задовольняти ряду вимог, найбільш важливою з яких є вимога до напрямленого розповсюдження випромінюваної енергії у навколишньому просторі. Іншими словами, антена повинна володіти певною наперед заданою діаграмою (характеристикою) напрямленості (ДН).

Типова задача синтезу антени за заданою діаграмою напрямленості є оберненою зовнішньою задачею електродинаміки. У класичній постановці вона формулюється так: за заданою комплексною ДН випромінюючої системи знайти амплітудно-фазовий розподіл (АФР) струму (поля) на її розкриві. Основні результати досліджень у цьому напрямку знайшли відображення та аналіз у багатьох працях, зокрема у монографіях Е.Г.Зелкіна і В.Г.Соколова, Б.М.Мінковича і В.П.Яковлєва, Л.Д.Бахраха і С.Д.Кременецкого, В.І.Дмітрієва і Н.І. Березіной, А.Ф.Чапліна та інших, присвячених як теоретичним питанням теорії синтезу антен, так і прикладним аспектам використання результатів цієї теорії.

У більшості випадків на практиці фазова ДН великого значення не відіграє, і вимоги ставляться лише до амплітудної діаграми напрямленості (АДН), тобто до розподілу по кутових напрямках випромінюваної антеною енергії. Тоді є сенс і при постановці задачі синтезу не задавати фазової діаграми, а використати свободу її вибору для покращення якості синтезованої діаграми чи задоволення тих чи інших додаткових вимог. Слід зазначити, що задачі синтезу антен за заданою амплітудною ДН є суттєво нелінійними і значно складнішими в обчислювальному аспекті, ніж класичні задачі синтезу. Функціонали, які використовуються у варіаційних постановках таких задач є неопуклими та багатоекстремальними, а тому в загальному випадку розв'язок задач є неєдиним. Крім того, не для всякої заданої ДН існує точний розв'язок, задача не є стійкою по відношенню до малих змін вхідних даних.

Існує ще один ступінь вільності для покращення якості синтезованої ДН - оптимізація форми випромінюючих поверхонь антен. В літературі робились певні спроби дослідити зв"язок між формою випромінюючих розкривів (поверхонь) і характеристиками напрямленості сформованих ними електромагнітних полів. Зокрема, задачу синтезу оптимальної форми плоского розкриву розглядали Б.М.Мінкович та Е.Г.Зелкін для класу реалізованих ДН або для апроксимованих повних діаграм у випадку задання комплексної необхідної ДН.

У дисертації розвиваються ідеї, викладені в монографії М.І. Андрійчука, М.М. Войтовича, П.О. Савенка, В.П. Ткачука "Синтез антен за заданою амплітудною діаграмою напрямленості". В роботі досліджуються суттєво нелінійні задачі синтезу форми та АФР джерел збудження випромінюючих систем за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. При цьому свобода вибору форми випромінюючої системи використовується в якості додаткового і ще не достатньо широко використаного практикою ступеня вільності, який дозволить синтезувати антени з посиленими вимогами на форму просторової характеристики напрямленості. Варіаційна постановка вказаних задач дає можливість задовольнити додаткові вимоги на розподіл джерел збудження у випромінюючій системі та площу розкриву. Слід зазначити, що проблема створення антенних комплексів з мінімальною площею, вагою чи лінійними розмірами випромінюючих дзеркал є на сьогодні актуальною в галузі проектування радіосистем космічного зв"язку. Подібні вимоги висуваються і перед розробниками потужних антен для наземних систем радіозв"язку та радіолокації з метою зменшення гравітаційних, термодинамічних та вітрових деформацій їх випромінюючих дзеркал.

Задачі синтезу просторових дзеркальних поверхонь є тривимірними оберненими векторними задачами великої розмірності. Додаткове їх ускладнення спричинюється оптимізацією форми розкривів випромінюючих систем та відсутністю вимог на необхідну фазову ДН. Чисельне розв"язання вказаних задач вимагає розробки спеціальних обчислювальних алгоритмів, практична реалізація яких потребує ефективного програмування.

**Метою дисертаційної роботи є:**

— розвиток і теоретичне обгрунтування чисельних методів і алгоритмів розв"язування одного класу суттєво нелінійних задач теорії синтезу випромінюючих систем, які полягають у чисельній оптимізації форми розкривів та дзеркальних поверхонь антен за заданою амплітудною діаграмою напрямленості і синтезі на них оптимальних для цих поверхонь та розкривів струмів (полів);

— розробка алгоритмів, їх програмна реалізація та проведення чисельних експериментів для розв"язування практично важливих задач синтезу.

**Наукова новизна одержаних результатів:**

— у дисертації вперше чисельно розв"язано ряд нелінійних задач одночасної оптимізації форми випромінюючих систем і амплітудно-фазового розподілу струмів (полів) у їх розкривах (на випромінюючих поверхнях) за заданою амплітудною діаграмою напрямленості; в основу методів їх розв"язування

покладені варіаційні постановки задач і чисельні методи мінімізації відповідних функціоналів;

— досліджені питання існування мінімумів одного класу неопуклих функціоналів та збіжності ітераційних методів їх знаходження;

— вперше одержано чисельні результати, що стосуються оптимізації форми випромінюючих поверхонь і розкривів для задач синтезу контурних ДН та діаграм напрямленості спеціального вигляду; на багатьох чисельних прикладах показано, що узгодження форми розкриву із заданою амплітудною діаграмою напрямленості підвищує ефективність синтезу контурних ДН.

**Вірогідність отриманих результатів забезпечується:**

— строгим математичним обгрунтуванням теоретичних результатів;

— узгодженістю отриманих результатів з існуючими фізичними концепціями.

**Практична цінність роботи полягає в наступному:**

— побудовані чисельні алгоритми дозволяють на стадії проектування багатьох антенних систем знаходити їх оптимальну форму та розподіл джерел збудження за заданою амплітудною діаграмою напрямленості;

— розроблений комплекс програм можна застосовувати при створенні автоматизованих систем проектування антен. Він ставить прийнятні вимоги до об'єму доступної оперативної пам'яті, цілком застосовний до розв'язування достатньо складних задач синтезу, наочно відображає процес розв"язування, дозволяє у зручній формі представляти та аналізувати отримані результати.

**Реалізація і впровадження результатів роботи.** Теоретичні і практичні результати, отримані автором, використовувались у науково-дослідних темах: "Розвиток числових методів розв"язування одного класу нелінійних інтегральних рівнянь та обернених задач математичної фізики" (програма Державного фонду фундаментальних досліджень на 1994-1996рр.) і "Розробка програм і проведення розрахунків по оптимізації форм і розмірів бортових гостронапрямлених антен" (виконувалась в рамках дослідно-конструкторської розробки "Либідь" згідно з постановою Національного космічного агенства України N1-193 від 25.03.1993р.).

**На захист виносяться наступні положення:**

1. Чисельні алгоритми синтезу розподілу поля в плоскому розкриві довільної форми за заданою амплітудною діаграмою напрямленості (АДН). Доведення теореми існування розв"язку вказаної задачі.
2. Чисельні методи розв"язування задач одночасного синтезу форми плоского розкриву та амплітудно-фазового розподілу поля в цьому розкриві за заданою

АДН і їх обгрунтування. Узагальнення вказних методів на задачу синтезу гостронапрямленої однодзеркальної антени.

3. Чисельні алгор..гми розв"язування двовимірних задач синтезу форми поверхні циліндричного дзеркала.
4. Програмна реалізація методів та їх апробація на конкретних прикладних задачах.

**Апробація роботи.** Основні результати дисертаційної роботи доповідались на XXVII Науково-технічній конференції "Теорія і техніка антен" (Москва, 1994), Всеукраїнській науковій конференції "Нові підходи до розв'язання диференціальних рівнянь" (м. Дрогобич, 1994), Всеукраїнських конференціях "Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях" (м. Львів, 1994, 1995, 1996), Міжнародному симпозіумі URSI (м. Санкт-Петербург, 1995), семінарі DIPED-95 (м. Львів, 1995), VI Міжнародній конференції MMET'96 (м. Львів, 1996),.

Дисертаційна робота в цілому доповідалась і обговорювалась на наукових семінарах Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, на кафедрі обчислювальної математики Львівського державного університету ім. І. Франка.

**Публікації.** За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано десять наукових робіт.

**Структура і об"єм роботи.** Дисертаційна робота складається з даного вступу, трьох розділів, висновків і списку використаних джерел. Вона містить 123 сторінки машинописного тексту, 63 рисунки і бібліографічний список, що складається з 115 літературних джерел.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі розглянуто стан досліджуваної проблеми, наведено короткий огляд літератури по вибраній темі, обгрунтована актуальність задач, які становлять предмет розгляду, сформульована мета, наукова новизна, а також основні положення, які виносяться на захист. Дано короткий огляд усіх розділів дисертаційної роботи.

У першому розділі наведені основні співвідношення для характеристик електромагнітного поля випромінюючої системи в необмеженому ізотропному однорідному просторі. Джерела збудження, локалізовані в деякому об"ємі простору $V$, характеризуються сторонніми електричними струмами і зарядами, які змінюються в часі за законом $\exp(-i\omega t)$, де $\omega$ — частота коливань електромагнітного поля. Виписані рівняння Максвела у диференціальній формі, рівняння Гельмгольца та його фундаментальний розв"язок. Наведені асимптотичні вирази для компонент векторів

магнітного та електричного полів у дальній зоні та функції компонент векторної ДН випромінюючої системи.

У підрозділі 1.2. розглядається задача синтезу антени з плоским випромінюючим розкривом довільної форми за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. Поле в розкриві покладається лінійно поляризованим вздовж однієї із координатних осей. Це припущення не знижує загальності задачі, оскільки використання введеної у п. 1.1.2. згідно з Зелкіним системи координат дальньої зони дає змогу звести векторну задачу синтезу плоского розкриву з еліптичною поляризацією поля в ньому до двох скалярних задач синтезу амплітудно-фазового розподілу лінійно поляризованого поля в цьому розкриві. Зазначимо, що чисельні алгоритми, побудовані у підрозділі 1.2., є узагальненням чисельних алгоритмів синтезу плоского розкриву канонічної форми (круга, прямокутника) на задачу синтезу плоского розкриву довільної фіксованої форми.

Діаграма напрямленості плоского розкриву $D$ з лінійно поляризованим вздовж однієї із координатних осей розподілом поля $I(P)$ визначається з точністю до постійного множника формулою:

$$f(Q) = AI \equiv \iint\limits_D I(P) e^{-ik(Q,P)} dP, \tag{1}$$

де $Q$ - точка спостереження в дальній зоні з узагальненими кутовими координатами $\xi_1 = \sin\theta\cos\varphi$, $\xi_2 = \sin\theta\sin\varphi$, точка $P \in D$ має координати $(x', y')$, $(P,Q) = x'\xi_1 + y'\xi_2$. Нехай необхідна амплітудна діаграма $F(Q)$ задана на деякій області $\Omega$ і дорівнює нулю поза її межами. Потрібно знайти такий амплітудно фазовий розподіл поля $I(P)$, щоб створювана ним ДН $f(Q)$ як можна краще наближалась по модулю до $F(Q)$. В якості критерію оптимізації розглядається функціонал:

$$\sigma(I) = \iint\limits_{\Omega} \left[F(Q) - |f(Q)|\right]^2 dQ + \iint\limits_{R^2 \setminus \Omega} |f(Q)|^2 dQ, \tag{2}$$

де $R^2 \setminus \Omega$ - доповнення області $\Omega$ до всього простору $R^2$. Перший доданок у (2) забезпечує мінімальне середньоквадратичне відхилення модулів заданої і синтезованої діаграм в області головного пелюстка, а другий - мінімальний рівень бокових пелюстків.

Рівняння Ейлера функціонала $\sigma$ записується у вигляді:

$$I(P) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \iint\limits_{\Omega} F(Q) e^{i\left[\arg f(Q) + k(P,Q)\right]} dQ. \tag{3}$$

Зазначимо, що невідома функція розподілу поля $I(P)$ входить у праву частину рівняння (3), а також у функціонал (2) через визначення синтезованої діаграми $f(Q)$ за формулою (1). На основі рівняння (3) отримано еквівалентне йому рівняння

відносно оптимальної діаграми $f(Q)$, яке є нелінійним інтегральним рівнянням типу Гаммерштейна:

$$f(Q) = Bf = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \iint\limits_{\Omega} F(Q')K(Q,Q',k)e^{i\arg f(Q')}dQ', \qquad (4)$$

де

$$K(Q,Q',k) = \iint\limits_{D} e^{ik(P,Q'-Q)}dP. \qquad (5)$$

До рівняння (4) застосовано метод послідовних наближень, на кожному кроці якого використовуються наперед обчислені значення чотирьохмірної функції ядра (5) у вузлових точках. Використовуючи залежність цієї функції від різниці аргументів, ядро основного рівняння синтезу записується у вигляді функції від двох змінних з іншою областю визначення:

$K(Q,Q',k) = K(Q'-Q,k) = K(\xi_1'-\xi_1,\xi_2'-\xi_2,k) = K(\Delta_1,\Delta_2,k)$, де $\Delta_1 = \xi_1'-\xi_1$, $\Delta_2 = \xi_2'-\xi_2$

Це, в свою чергу, дало змогу практично розв"язати задачу синтезу плоского розкриву за заданою АДН без обмежень на форму розкриву чи амплітудно-фазовий розподіл поля в цьому розкриві. Зауважимо, що описана методика використовується у наступному розділі при розв"язуванні складніших задач синтезу.

У п. 1.2.3. описані властивості нелінійного інтегрального оператора $B$ основного рівняння синтезу (4), зокрема властивість збереження типу парності функції $\arg f(Q)$. Це дозволяє припускати існування розв"язків рівняння (4) окремо в класах парних і непарних фазових діаграм, а також у класі синфазних діаграм ($\arg f(Q)=\{0;\pi\}$). Дано короткий огляд галуження розв"язків нелінійного рівняння синтезу (4), описано поведінку цільового функціонала на цих розв"язках. Вказані властивості ілюструються низкою чисельних експериментів синтезу.

Для розглянутої задачі справедлива наступна теорема існування:

**Теорема 1.** *Нехай $F(\xi_1,\xi_2)$ –додатна фінітна функція, неперервна в обмеженій області $\Omega$ і рівна нулю поза її межами. Тоді функціонал $\sigma(I)$ досягає свого мінімального значення на деякому елементі простору $H_I = L^2(D)$, і зі всякої мінімізуючої послідовності можна виділити підпослідовність, слабко збіжну до однієї з точок абсолютного мінімуму цього функціонала.*

У другому розділі дисертаційної роботи у розглянуту вище задачу синтезу вводиться додатковий ступінь вільності, а саме: оптимізується не лише АФР поля в розкриві випромінюючої системи, але і форма розриву. Таким чином одержується додаткова можливість для покращення якості синтезованої діаграми.

Спочатку розглядається скалярна задача одночасної оптимізації форми плоского розкриву і синтезу амплітудно-фазового розподілу поля в цьому розкриві за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. Характеристика напрямленості плоского розкриву визначається з точністю до постійного множника формулою:

$$f(Q) = A[I,\rho] \equiv \int_0^{2\pi\rho(\psi)} \int_0^{} I(\psi,r) e^{-ik(\xi_1 \cos\psi + \xi_2 \sin\psi)} r dr d\psi , \qquad (6)$$

причому шукана межа розкриву $D$ описується функцією $\rho(\psi)$ у полярній системі координат. Нехай, як і раніше, необхідна амплітудна діаграма $F(\xi_1,\xi_2)$ задана в деякій області $\Omega$ і рівна нулю поза її межами. У якості критерію апроксимації використовується функціонал від двох аргументів:

$$\sigma(I,\rho) = \iint_{\Omega} \left[ F(\xi_1,\xi_2) - |f(\xi_1,\xi_2)| \right]^2 d\xi_1 d\xi_2 + \iint_{R_2 \setminus \Omega} |f(\xi_1,\xi_2)|^2 d\xi_1 d\xi_2 . \qquad (7)$$

Задача мінімізації функціонала (7) зведена до розв"язування системи інтегральних рівнянь вигляду:

$$\begin{cases} f(Q) = B[f,\rho] \equiv \left(\dfrac{k}{2\pi}\right)^2 \iint_{\Omega} F(Q') K(Q,Q',k) e^{i \arg f(Q')} dQ' \\ G[f,\rho] \equiv \left| \left(\dfrac{k}{2\pi}\right)^2 \iint_{\Omega} F(\xi_1,\xi_2) e^{i \arg f(\xi_1,\xi_2)} e^{ik\rho(r)(\xi_1 \cos\psi + \xi_2 \sin\psi)} d\xi_1 d\xi_2 \right|^2 = 0 \end{cases} , \qquad (8)$$

де ядро $K(Q,Q',k)$ визначене за формулою (5). Рівняння системи (8) є нелінійними інтегральними рівняннями невизначеного типу, які крім шуканої функції під інтегралом містять невідому функцію в межі інтегрування у виразі для ядра $K(Q,Q,k)$.

Запропоновано методику чисельної мінімізації функціонала $\sigma(I,\rho)$ з використанням отриманої системи рівнянь (8). При цьому в основу алгоритму покладено ідею мінімізації функції від двох змінних методом покоординатного спуску. Нехай $D_0$ - деяка початкова форма розкриву. Розв'язавши перше рівняння системи (8) для цього розкриву і застосувавши формулу (3), матимемо перше наближення $I_1(P)$ оптимального розподілу поля в розкриві $D_0$. Використовуючи аналітичне продовження функції $I_1(P)$ згідно з формулою (3) і розв'язуючи друге рівняння системи (8), знайдемо перше наближення області $D$. Далі, фіксуючи $D_1$, знаходимо наступне наближення функції $I(P)$. Продовжуючи почергово розв'язувати рівняння системи (8), приходимо до одного з її розв"язків. Тип знайденого розв"язку визначається вибором початкового наближення $\arg f(Q)$ з врахуванням описаних у першому розділі властивостей оператора $B$, а також вибором початкового наближення для функції межі розкриву. Міркування щодо вибору початкової межі розкриву, що ґрунтуються на геометричній інтерпретації розв"язку другого рівняння системи (8) при фіксованій функції $f(Q)$ і теореми збіжності описаного ітераційного процесу приведені у підрозділі 2.2. для більш загальної задачі синтезу векторної ДН плоского розкриву.

Перше рівняння системи (8) розв"язується методом послідовних наближень. В основу алгоритму розв'язування другого рівняння покладено метод Ньютона-Канторовича. Ітераційний процес розв'язування операторного рівняння $G[f,\rho]=0$ при фіксованій функції $f(Q)$ записується у вигляді:

$$G'_{\rho_k}[f,\rho_k]\Delta\rho_k = -G[f,\rho_k], \qquad (9)$$

де $\rho_{k+1}(\psi)=\rho_k(\psi)+\Delta\rho_k(\psi)$, $G'_{\rho_k}[f,\rho_k]\Delta\rho_k$ є похідною Фреше оператора $G$.

Розглянуто чисельні приклади синтезу парціальних ДН з квадратними та трикутними контурами. Зокрема, на рис.1,2 приведено амплітудну ДН з трикутними контурами. Оптимальний розподіл поля в розкриві, який створює цю ДН, зображено на рис.3. Оптимальна форма розкриву показана на рис.4.

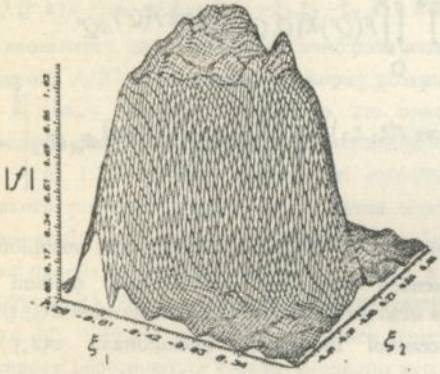


Рис.1

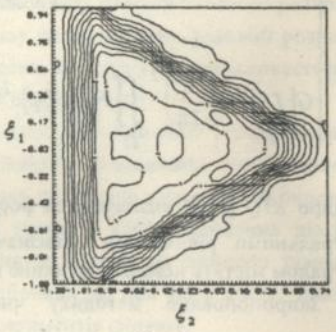


Рис.2

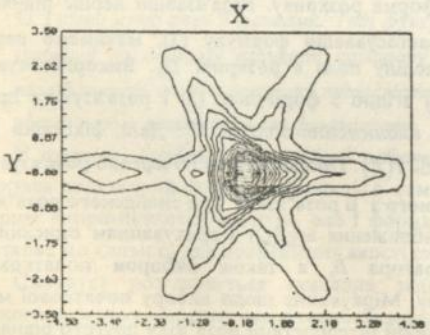


Рис.3

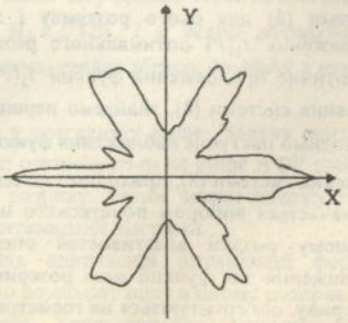


Рис.4

У підрозділі 2.2. розглядається більш загальна задача синтезу векторної ДН. У випадку еліптичної поляризації поля в розкриві ДН випромінюючої системи запишеться у вигляді:

$$\vec{f} = f^x \vec{p} + f^y \vec{q},\ f^\nu(\xi_1,\xi_2) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\rho(\psi)} I^\nu(\psi,r) e^{-ikr(\xi_1\cos\psi+\xi_2\sin\psi)} r dr d\psi,$$

$$\nu = x, y, \qquad (10)$$

де $\vec{f}$ - векторна ДН плоского розкриву, $f^\nu$ і $I^\nu$, $\nu = x, y$ - комплексні компоненти електромагнітного поля в точці спостереження та розкриві відповідно. Нехай необхідна амплітудна ДН $\vec{F}(\xi_1,\xi_2)$ з дійсними компонентами $F^x(\xi_1,\xi_2)$ і $F^y(\xi_1,\xi_2)$ задана в деякій області $\Omega$ і рівна нулю поза її межами. Задача синтезу полягає в знаходженні такої форми розкриву $D$ і такою АФР поля $\vec{I}(\psi,r) = \left(I^x(\psi,r), I^y(\psi,r)\right)^T$ в цьому розкриві, щоб породжена ним ДН як можна краще покомпонентно наближалась за модулем до $\vec{F}(\xi_1,\xi_2)$. Задача розглядається у варіаційній постановці:

$$\sigma\left(I^x, I^y, \rho\right) = \sum_{\nu=x,y}\left(F^\nu - \left|f^\nu\right|, F^\nu - \left|f^\nu\right|\right) + \frac{\gamma}{2}\|\rho\|^2_{L^2[0;2\pi)} \to \min_{I^x, I^y, \rho}, \qquad (11)$$

де $\gamma$ - ваговий коефіцієнт. Останній додаток в (11) забезпечує мінімум площі розкриву. Задачу мінімізації функціонала (11) зведено до розв'язування системи трьох нелінійних інтегральних рівнянь:

$$\begin{cases} f^\nu(\xi_1,\xi_2) = B\left[f^\nu, \rho\right] = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \iint\limits_\Omega F^\nu\left(\xi_1', \xi_2'\right) K\left(\xi_1,\xi_2,\xi_1',\xi_2',k\right) e^{i\arg f^\nu\left(\xi_1',\xi_2'\right)} d\xi_1' d\xi_2', \quad \nu = x, y \quad (12) \\ H\left[f^x, f^y, \rho\right] = \sum\limits_{\nu=x,y}\left|\left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \iint\limits_\Omega F^\nu(\xi_1,\xi_2) e^{i\arg f^\nu(\xi_1,\xi_2)} e^{ik\rho(\psi)(\xi_1\cos\psi+\xi_2\sin\psi)} d\xi_1 d\xi_2\right|^2 - \gamma\left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 = 0 \quad (13) \end{cases}$$

де ядро $K\left(\xi_1,\xi_2,\xi_1',\xi_2',k\right)$ визначене за формулою (5).

Чисельне розв"язування системи рівнянь (12)(13) аналогічне описаному вище: загальна схема подібна до схеми методу покоординатного спуску, перші два рівняння розв"язуються за явною схемою методу послідовних наближень, до останнього рівняння застосовується метод Ньютона-Канторовича:

$$f^\nu_{m+1} = B\left[f^\nu_m, \rho\right], \ \nu = x, y \qquad \text{при фіксованій } \rho, \qquad (14)$$

$$H'_{\rho_k}\left[f^x, f^y, \rho_k\right]\Delta\rho_k = -H\left[f^x, f^y, \rho_k\right] \qquad \text{при фіксованих } f^\nu, \nu = x, y. \quad (15)$$

Для векторної задачі синтезу плоского розкриву доведено теореми збіжності методу послідовних наближень і методу Ньютона-Канторовича розв"язування рівнянь (12) і рівняння (13) у сенсі збіжності послідовності значень цільового функціонала (11). При цьому показано, що на кожному кроці застосованих

ітераційних методів величина функціонала зменшується. Теорема 4 стверджує існування розв"язку скалярної варіаційної задачі синтезу плоского розкриву з обмеженням на площу розкриву.

**Теорема 2.** *При фіксованій функції межі розкриву* $\rho_0(\psi)$ *послідовність значень функціонала (11) на кроках ітераційного процесу (14) є монотонно спадною і збіжною.*

**Теорема 3.** *Нехай* $F^{\nu}(\xi_1,\xi_2)$, $\nu = x,y$ – *додатні неперервні функції, визначені в обмеженій області* $\Omega$ *і рівні нулю поза її межами і нехай* $\rho_*(\psi) \in C[0;2\pi)$, $\psi \in [0;2\pi)$ — *точка мінімуму функціонала (11) при фіксованих* $I^{\nu}$, $\nu = x,y$; $\exists N: |\rho_*(\psi)| \le N$. *Тоді при фіксованих функціях синтезованої ДН* $f^{\nu}(\xi_1,\xi_2)$, $\nu = x,y$ *послідовність значень функціонала (11) на кроках* $\rho_k(\psi)$, $k = 1,2,\ldots$ *ітераційного процесу (15) є монотонно спадною і збіжною в достатньо малому околі точки мінімуму* $U(\rho_*)$, *якщо*

$$\sum_{\nu=x,y} \left| I^{\nu}\left(\psi, \rho_k(\psi)\right)\right|^2 \ge \gamma\left(\frac{k}{2\pi}\right)^2, \forall \psi \in [0;2\pi), \forall \rho_k(\psi) \in U(\rho_*).$$

**Теорема 4.** *В умовах теореми 1 функціонал* $\sigma(I,\rho) = \left\| F - |A[I,\rho]\right\|^2 + \frac{\gamma}{2}\|\rho\|^2$ *при* $\gamma > 0$ *досягає свого мінімального значення на деякому елементі простору* $U = H_1 \oplus L^2[0;2\pi)$, *і зі всякої мінімізуючої послідовності можна виділити підпослідовність, слабко збіжну до однієї з точок абсолютного мінімуму цього функціонала.*

Зазначимо, що теореми збіжності застосованих ітераційних процесів справедливі і для всіх описаних вище ітераційних схем.

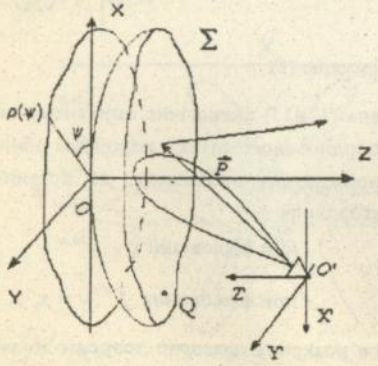


Рис. 5

Як приклад застосування отриманих вище результатів досліджується задача синтезу векторної діаграми напрямленості однодзеркальної гостронапрямленої антени за заданою амплітудною ДН. Антена (рис. 5) складається з опромінюючого елемента і ідеально провідного дзеркала певної просторової форми. Дзеркало знаходиться у дальній зоні відносно опромінювача. Задача полягає у знаходженні такої ДН опромінювача і такої форми вирізки із дзеркальної поверхні, які формують діаграму, що мінімально відхиляється по модулю

від заданої амплітудної ДН. Задача розв'язується у два етапи. На першому знаходимо оптимальну форму вирізки із дзеркала і струми, які по ній течуть. На другому етапі за наведеними струмами розраховуємо ДН опромінювача.

Методи розв'язання задачі першого етапу аналогічні до наведених вище методів розв'язування задачі синтезу плоского розкриву. Розподіл струмів на дзеркалі записується у вигляді:

$$\vec{I} = 2\left[\vec{n} \times \vec{H}\right], \tag{16}$$

де $\vec{n}$ — одиничний вектор, нормальний до поверхні $\Sigma$, $\vec{H} = \left(H^x, H^y, H^z\right)^T$ — вектор напруженості магнітного поля на поверхні дзеркала. Зауважимо, що струми, обчислені за формулою (16), лежать в дотичній площині до поверхні дзеркала (течуть по його поверхні). Враховуючи (16), компоненти вектора синтезованої ДН запишуться у вигляді:

$$f^x(\xi_1,\xi_2) = 2\int_0^{2\pi}\int_0^{\rho(\psi)}\left[n_y(\psi,r)H^z(\psi,r) - n_z(\psi,r)H^y(\psi,r)\right]\times$$

$$\times e^{-ikr\left[\xi_1\cos+\xi_2\sin\psi+\frac{z(\psi,r)}{r}\sqrt{1-\xi_1^2-\xi_2^2}\right]}\sqrt{r^2+r^2\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \psi}\right)^2}\,dr d\psi, \tag{17}$$

$$f^y(\xi_1,\xi_2) = 2\int_0^{2\pi}\int_0^{\rho(\psi)}\left[n_z(\psi,r)H^x(\psi,r) - n_x(\psi,r)H^z(\psi,r)\right]\times$$

$$\times e^{-ikr\left[\xi_1\cos+\xi_2\sin\psi+\frac{z(\psi,r)}{r}\sqrt{1-\xi_1^2-\xi_2^2}\right]}\sqrt{r^2+r^2\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \psi}\right)^2}\,dr d\psi, \tag{18}$$

$$f^z(P) = \left(-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cos\varphi\right)f^x(P) - \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\sin\varphi\right)f^y(P). \tag{19}$$

Співвідношення (19) одержано після прирівнювання до нуля $r$-вої компоненти вектора синтезованої ДН.

У якості критерію оптимізації вибрано функціонал:

$$\sigma\left(H^x, H^y, H^z, \rho\right) = \sum_{\nu=x,y}\left\|F^\nu - \left|f^\nu\right|\right\|_\Omega^2 + \beta\sum_{\phi=x,y,z}\left\|H^\phi\right\|_\Sigma^2 + \gamma S(\Sigma), \tag{20}$$

останній доданок якого забезпечує мінімізацію площі поверхні дзеркала, а другий накладає обмеження на квадрат норми вектора падаючого магнітного поля. Задача синтезу зведена до розв"язування системи трьох нелінійних інтегральних рівнянь:

$$\begin{cases} f^x(\xi_1,\xi_2) = -\frac{4}{\beta}\iint\limits_{\Omega}\sum\limits_{v=x,y}\left(1-\frac{F^v(\xi_1,\xi_2)}{\left|f^v(\xi_1,\xi_2)\right|}\right)f^v(\xi_1,\xi_2)R_v^x(\xi_1,\xi_2,\xi_1',\xi_2')d\xi_1'd\xi_2' \\ f^y(\xi_1,\xi_2) = -\frac{4}{\beta}\iint\limits_{\Omega}\sum\limits_{v=x,y}\left(1-\frac{F^v(\xi_1,\xi_2)}{\left|f^v(\xi_1,\xi_2)\right|}\right)f^v(\xi_1,\xi_2)R_v^y(\xi_1,\xi_2,\xi_1',\xi_2')d\xi_1'd\xi_2' \\ \left|H^x(\psi,\rho(\psi))\right|^2+\left|H^y(\psi,\rho(\psi))\right|^2+\left|H^z(\psi,\rho(\psi))\right|^2=\frac{\gamma}{\beta} \end{cases}$$

з деякими ядрами $R_v^{\mu}(\xi_1,\xi_2,\xi_1',\xi_2')$. Одержана система розв'язується за неявною схемою методу послідовних наближень і за схемою методу Ньютона -Канторовича. На кожному кроці методу послідовних наближень розв"язуються чотири відповідних системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Елементи їх матриць обчислюються з використанням 14 попередньо сформованих матриць значень функцій $R_v^{\mu}(\xi_1,\xi_2,\xi_1',\xi_2') \equiv R_v^{\mu}\left(\xi_1-\xi_1',\xi_2-\xi_2'\right)$ у рівновіддалених вузлах.

На другому етапі розв"язування задачі застосовано відомі співвідношення методу фізичної та геометричної оптики.

Розглянуто чисельні результати синтезу хрестовидної контурної ДН. Показано, що, видиме покращення якості синтезованої ДН ( 40% величини цільового функціонала) досягнуто за рахунок зміни форми вирізки із дзеркала зі збереженням її площі.

Третій розділ присвячено двовимірній оптимізації дзеркальних поверхонь гібридних антенних систем за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. Покладаємо, що антена складається з нескінченного циліндричного дзеркала та деякого опромінювача з Е-поляризованим електромагнітним полем. У першій задачі відомою вважається неоднорідна падаюча на дзеркало плоска хвиля, а синтезується така поверхня дзеркала $z(x)$, яка формує електромагнітне поле з ДН, що найкраще по модулю апроксимує задану амплітудну ДН $F(\xi)$. Діаграма напрямленості $f(\xi)$ описано. випромінюючої системи визначається з точністю до постійного множника формулою

$$f(\xi) = \int\limits_{-a}^{a} H_x(x)e^{ik\left[x\xi+z(x)\sqrt{1-\xi^2}\right]}dx, \qquad (21)$$

де $H_x(x)$ — задана компонента лінійно поляризованого вектора падаючого магнітного поля. Задача знаходження невідомої функції геометрії дзеркала $z(x)$ формулюється у варіаційній постановці:

$$\sigma_\beta(z)=\int_{\xi_1}^{\xi_2}\left[F(\xi)-|f(\xi)|\right]^2 d\xi+\beta\int_{-a}^{a}\sqrt{1+(z'(x))^2}\,dx\to\min_{z(x)}, \qquad (22)$$

де $\xi=\sin(\theta)$ — узагальнена координата точки дальньої зони. Другий доданок функціонала $\sigma_\beta$ забезпечує мінімум довжини шуканої кривої $z=z(x)$. Задача (22) зведена до розв"язування нелінійного інтегро-диференціального рівняння

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{z'(x)}{\sqrt{1+z'^2(x)}}\right)=\mathrm{Re}\left\{\frac{2ik}{\beta}H_x(x)\int_{\xi_1}^{\xi_2}\left(1-\frac{F(\xi)}{|f(\xi)|}\right)f(x)^*e^{ik\left[x\xi+z(x)\sqrt{1-\xi^2}\right]}\sqrt{1-\xi^2}\,d\xi\right\} \qquad (23)$$

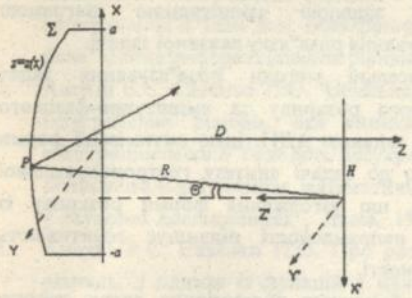


Рис. 6

з граничними умовами $z(-a)=b_1$, $z(a)=b_2$. Після дискретизації рівняння (23) одержана система нелінійних різницевих рівнянь розв"язується методом Ньютона.

Друга задача полягає у синтезі форми випромінюючої поверхні гібридної дзеркальної антени (рис.6), на якій падаюча циліндрична хвиля формується певним опромінювачем з відомою характеристикою напрямленості. Одержана залежність між ДН такої випромінюючої системи і діаграмою напрямленості опромінювача $T(x)$:

$$f(\xi)=\int_{-a}^{a}\left\{\left[D-z(x)+z'(x)(x+h)\right]e^{-ik\sqrt{(H+x)^2+(D-z(x))^2}}T\left(\arctan\frac{H+x}{D-z(x)}\right)\left[(H+x)^2+(D-z(x))^2\right]^{-3/4}\right\}dx \qquad (24)$$

Задача формулюється у варіаційній постановці (22), де $f(\xi)$ визначена за формулою (24). Виведене рівняння Ейлера функціонала (22); після його дискретизації одержана система нелінійних різницевих рівнянь розв"язана методом послідовних наближень.

У третій задачі додається ще один ступінь вільності, а саме синтезується не лише форма дзеркала, але і ДН опромінювача $T(x)$. Мінімізація цільового функціонала

$$\sigma(z,T)=\int_{\xi_1}^{\xi_2}\left[F(\xi)-|f(\xi)|\right]^2 d\xi+\beta\int_{-a}^{a}\sqrt{1+(z'(x))^2}\,dx+\gamma\int_{-a}^{a}|T|^2\,dx \qquad (25)$$

приводить до розв"язування системи двох нелінійних інтегрального і інтегро-диференціального рівнянь. Алгоритм розв"язування одержаної системи аналогічний описаним вище. Він грунтується на явній та неявній схемах методу послідовних наближень.

Розглядаються приклади синтезу часто вживаних ДН.

Комплекс програм розв"язування наведених задач написаний на мові TURBO C++ з використанням графічних бібліотек фірми BORLAND і розрахований на роботу на IBM-сумісних персональних ЕОМ.

## ВИСНОВКИ

1. Побудовано чисельні алгоритми синтезу плоского розкриву довільної складної фіксованої форми за заданою амплітудною діаграмою напрямленості. Доведено теорему існування розв"язку вказаної задачі.
2. Розроблено та обгрунтовано чисельні методи розв"язування задач одночасного синтезу форми плоского розкриву та амплітудно-фазового розподілу поля в цьому розкриві за заданою АДН. Ідею оптимізації форми випромінюючої системи застосовано до задачі синтезу гостронапрямленої однодзеркальної антени. Показано, що узгодження форми розкриву із заданою амплітудною діаграмою напрямленості підвищує ефективність синтезу контурних діаграм напрямленості.
3. Розвинуто чисельні алгоритми розв"язування двовимірних задач синтезу поверхні нескінченного циліндричного дзеркала, показана доцільність застосування ідеї оптимізації форми дзеркальної поверхні до задач такого типу. Показано, що найбільш ефективним є одночасний синтез поверхні дзеркала та діаграми напрямленості опромінювача.
4. Для всіх розглянутих задач розроблено комплекси програм, які можуть бути використані в САПР випромінюючих систем описаних типів. Проведена апробація цих комплексів як на модельних задачах, так і на задачах, що виникають на практиці.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Savenko P.O., Anokhin V.J. Synthesis of amplitude-phase distribution and shape of a plane antenna aperture for a given power pattern // IEEE Transaction on Antennas and Propagations, 1997, V.45, No. 4, pp. 381-386.
2. Савенко П.О., Анохін В.Є. Чисельна оптимізація форми плоского розкриву антени та поля в ньому за заданою амплітудною діаграмою напрямленості //Теоретична електротехніка. Вип 53. - Львів, "Світ" .- 1996р. - С. 118-126.

3. Anokhin V.J., Savenko P.O. Synthesis of the contour directivity pattern without critical zones // The 1995 URSI International synposium on electromagnethic theory, St. Peterburg, Russia, 1995, pp. 197-199.
4. Savenko P.O., Anokhin V.J. Synthesis of the surface of reflector antenna for a given power pattern // VI-th International Conference on Mathenatical Methods in Electromagnethic Theory (MMET'95), Lviv, Ukraine, 1996 .- pp. 525-528.
5. Анохин В.Є., Голуб В.М., Подлевский Б.М., Романенко В.Я., Савенко П.А., Ткач М.Д. Синтез контурных диаграмм направленности многолучевых антенных систем // XXVII Научно-техническая конференция "Теория и техника антенн": Москва 1994: АО "Радиофизика". - С. 214-217.
6. Савенко П.О., Анохін В.Є. Чисельне розв"язання одного класу двовимірних нелінійних інтегральних рівнянь з невідомою функцією, яка входить в межі інтегрування // Тези доп. Всеукраїнської наукової конференції "Нові підходи до розв"язання диференціальних рівнянь", Дрогобич 1994 . - С. 144.
7. Анохін В.Є, Савенко П.О. Чисельне дослідження розв"язків системи нелінійних інтегральних рівнянь, яка виникає в обернених задачах високочастотної електродинаміки // Тези доп. Всеукраїнської наукової конференції "Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях", Львів, 1994 . - С. 4.
8. Анохін В.Є, Савенко П.О. Про розв"язання системи нелінійних інтегральних рівнянь, з однією із функцій в межі інтегрування // Тези доп. Всеукраїнської наукової конференції "Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях", Львів, 1994 . - С. 4.
9. Анохін В.Є, Савенко П.О. Синтез контурних діаграм напрямленості дзеркальними параболічними антенами // Тези доп. семінару "Числове розв"язування прямих та обернених задач теорії електромагнітних та акустичних хвиль" (DIPED-95), Львів-Брюховичі 1995 . - С. 66.
10. Савенко П.О., Анохін В.Є. Числове розв"язання однієї системи нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь, що виникає в задачах теорії розсіювання електромагнітних хвиль // Тези доп. Всеукраїнської наукової конференції "Застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів у наукових дослідженнях", Львів, 1996 . - С. 80.

**Особистий внесок.**

Всі результати, що складають основний зміст дисертаційної роботи, отримані автором самостійно. У публікаціях, які написані у співавторстві, дисертантові належать: вивід основних рівнянь синтезу [1-10], доведення теореми існування

розв"язку [2], побудова чисельних методів синтезу [1-10], а також розробка, чисельна реалізація і апробація алгоритмів і програм розв"язування поставлених задач [1-5].

Anokhin V.J. **The numerical optymization of the shape of irradiating system for a given amplitude directivity pattern.** - A manuscript.

Thesis presented for the Degree of Candidate of Physics and-Mathematics in speciality 01.05.02 - mathematical modelling and computational methods in scientific research. Ivan Franko Lviv State University, Lviv, 1997.

The numerical method for simultaneous optimization of the shape of a plane aperture and amplitude-phase distribution of the field in this aperture for a given amplitude directivity pattern is developed and grounded. The idea of optimization of the shape of irradiating aperture is generalized on the problem of synthesis of both the shape of cutting from reflector and the directivity pattern of irradiator of the narrow-directed single-reflector antenna. The algorithms for solution of the nonlinear two-dimencional problems of synthesis of reflector surface for a given amplitude directivity pattern in different statements are elaborated.

Анохин В.Е. **Численная оптимизация формы излучающих систем по заданной амплитудной диаграмме направленности.** - Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях. Львовский государственный университет имени Ивана Франко, Львов, 1997.

Развит и обоснован численный метод одновременной оптимизации формы плоского раскрыва и амплитудно-фазового распределения поля в этом раскрыве по заданной амплитудной диаграмме направленности. Идея оптимизации формы раскрыва излучающей системы обобщена на задачу синтеза формы вырезки из зеркала и ДН облучателя остронаправленной однозеркальной антенны. Разработаны алгоритмы решения нелинейных двумерных задач синтеза поверхности зеркальной антенны по заданной амплитудной диаграмме направленности в различных постановках.

Ключові слова: синтез, плоский розкрив, задана амплітудна діаграма напрямленості, оптимальна форма розкриву, дзеркальні антени.

Підписано до друку 16.05.97. Формат паперу 60x84 1/16.
Папір друкарський. Друк офсетний. Безкоштовно.
Друкарських листів 1. Зам. 68. Тираж 100.

ПТЦ "Агрософт" м. Львів, вул. 700-річчя Львова, 6/3а.

280262

Ав 37.868