КИЇВСКИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису
УДК 517.947

БЕРДИМУРАТОВ Мурат Карлибаєвич

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В СИСТЕМАХ СОЛЕВОЛОГОПЕРЕНОСУ.

01.05.02. - математичне моделювання та обчислювальні методи в наукових дослідженнях

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1997

Дисертацією є рукопис

Робота виконана на кафедрі обчислювальної математики факультету кібернетики Київського університету імені Тараса Шевченка

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор **Ляшко Сергій Іванович**.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор **Новіков Олексій Миколайович**; кандидат фізико-математичних наук, ст. науковий співробітник, доцент **Гаркуша Василь Ігоревич**.

Провідна організація: Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, м. Київ

Захист відбудеться "27" червня 1997р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д.01.01.20 при Київському університеті імені Тараса Шевченка за адресою: 252127, Київ - 127, проспект академіка Глушкова, 6, факультет кібернетики, ауд.40.
(тел. 266-41-64, факс 266-40-74)

з дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці університету, м. Київ, вул. Володимирська, 58

Автореферат розісланий "26" травня 1997р.

Вчений секретар
спеціалізованої Вченої ради ЗІНЬКО П.М.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.

Актуальність теми. Моделювання та керування в лінійних системах складають одну з найбільших актуальних проблем прикладної математики та кібернетики. Значна частина подібних задач описується за допомогою диференціальних рівнянь в частинних похідних, праві частини яких містять в собі узагальнені функції деякого скінченного порядку (імпульсне, точкове т.ін. керування). До таких задач відносяться проблеми гідромеліорації, проектування гідротехнічних споруд, стабілізації плазми у ядерних реакторах, медицини, екології, економіки і т.д. При розв'язку приведених задач сингулярного оптимального керування виникає ряд суттєвих ускладнень. Їх вирішенню присвячено ряд робіт А. Бенсусана, Б.М. Бублика, А.Г. Бутковського, О.І. Єгорова, Ж.-Л. Ліонса, С.І. Ляшка, О.Г. Наконечного, Ю.І. Самойленка та інших українських та зарубіжних вчених. Крім того, при розв'язку багатьох прикладних проблем виникає необхідність в керуванні коефіцієнтами рівняння стану системи. Труднощі, що виникають при вивченні подібних задач описано в роботах Ж.-Л. Ліонса, К.А. Лур'є та інших. В ряді робіт доведено, що оптимальні керування в цих задачах можуть не існувати, що пов'язано з відсутністю слабкої компактності множини станів системи.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню моделей та оптимальному керуванню задач солевологопереносу, що виникають при вивченні екологічних проблем в зоні Аралу, а також розробці чисельних методів їх розв'язання.

Мета роботи. Вивчення моделі солевологопереносу. Доведення існування оптимального керування та керованості в класі узагальнених керувань та коефіцієнтами в загальних параболічних системах. Отримання необхідних умов екстремуму та побудова наближених методів розв'язку в приведених задачах (в тому числі розв'язок крайових задач з узагальненими правими частинами).

Наукова новизна. Для задач солевологопереносу вивчено узагальнену розв'язність крайових задач та отримано достатні умови існування оптимальних керувань (коефіцієнтами та узагальненими правими частинами) та керованості. В явному вигляді отримано необхідні умови екстремуму. Побудовано та обгрунтовано чисельні методи розв'язку відповідних крайових задач та оптимізації.

Методи досліджень. Дослідження проводились в рамках теорії оснащених гільбертових просторів з використанням техніки нерівностей в негативних нормах, розвиненої в роботах В.П. Діденка та теорії вкладення С.Л. Соболєва. Для знаходження необхідних умов екстремуму використовувалась відома схема, що базується на розв'язанні прямої та спряженої крайових задач. При побудові методів оптимізації використовувались достатні умови збіжності алгоритмів нелінійного програмування, отримані в роботах Ю.М. Єрмольєва, С.І. Ляшка та Є.О. Нурминського.

Достовірність. Результати строго математично обгрунтовані. Вони повністю узгоджуються з результатами, одержаними іншими авторами та підтверджуються чисельними розрахунками.

Практична цінність. Досліджено математичні моделі задач, що виникають в зонах екологічних катастроф. Побудовано та обгрунтовано методи наближеного розв'язку задач оптимального виродженого керування та керування коефіцієнтами рівняння стану системи.

Апробація результатів роботи: Основні результати дисертаційної роботи доповідались на семінарі "Обчислювальна та прикладна математика" (наук. керівник С.І.Ляшко), "Моделювання та оптимізація складних систем" (наук. керівник чл.-кор. НАН України Б.М.Бублик, проф. Наконечний), "Математичне та програмне забезпечение прикладних систем нових класів та поколінь" (наук. керівник академік НАН України І.В.Сергієнко), "Алгоритмичне та програмне забезпечение керованих процесів в різних середовищах" (наук. керівник чл.-кор. НАН України В.В.Скопецький), конференції "Некоторые вопросы комплексного анализа" (м. Нукус, 1996р.), конференціях "Моделювання і дослідження стійкості систем" (м.Київ, 1995, 1996), на III-й Українській конференції з автоматичного управління "Автоматика-96", (м.Севастополь, 1996р.).

Публікації. По результатам дисертації опубліковано 9 друкованих праць.

Структура та об'єм роботи. Дисертація об'ємом ___ машинописних сторінок складається із вступу, двох розділів, висновків, списку літератури, що містить ___ найменувань, додатків з результатами чисельних розрахунків.

ЗМІСТ РОБОТИ.

У вступі обгрунтовується актуальність досліджень в галузі моделювання та оптимального керування в системах з узагальненими впливами, що описують реальні задачі солевологопереносу. Розглянуто стислий зміст дисертації по розділах.

Перший розділ роботи "Оптимізація та керованість в моделях солевологопереносу" містить наступні результати: отримано оцінки в негативних нормах для рівняння солевологопереносу з яких випливає узагальнена розв'язність та єдиність розв'язку рівнянь, керованість систем та існування оптимальних керувань. Проведено регуляризацію та параметризацію вироджених керувань. Отримано необхідні умови екстремуму.

Нехай досліджується система, стан якої описується диференціальним рівнянням

$$\mathcal{L}u \equiv \frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x,\varphi_{ij}^{(1)})\frac{\partial u}{\partial x_j}\right) + \sum_{i=1}^{n} b_i(x,\varphi_i^{(2)})\frac{\partial u}{\partial x_i} +$$

$$+C(x,\varphi^{(3)})u = f(t,x;\varphi^{(4)}). \tag{1}$$

де $u(t,x)$ - функція, що описує стан системи в області $Q \equiv \{(0 \le t \le T) \times \Omega\}, \Omega$ - обмежена область в R^n з гладкою границею $\partial\Omega$. Керування системою здійснюється за допомогою керувань $\varphi = (\varphi_{ij}^{(1)}, \varphi_i^{(2)}, \varphi^{(3)}, \varphi^{(4)})_{ij=1}^{n}$. На розв'язках рівняння (1) задано слабко напів-неперервний знизу (по стану системи $u(t,x)$) критерій якості $J(u(\varphi))$, який слід мінімізувати на множині допустимих керувань U_g .

Нехай $a_{ij}(x) = a_{ji}(x), b_i(x)$ -неперервно диференційовні, а $C(x)$ неперервна в замкненій множині $\bar{\Omega}$ функції. Будемо вважати, що $\varphi_{ij}^{(1)}, \varphi_i^{(2)}, \varphi^{(3)}, i, j = \overline{1, n}$ - деякі числові параметри, і при будь яких їх значеннях

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\xi_i\xi_j \geq \alpha_A \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2, \qquad \forall \xi_i \in R, \quad \alpha_A > 0.$$

$$C(x) \geq \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial b_i}{\partial x_i}, \qquad C(x) \geq 0, \qquad |b_i(x)| < C_B.$$

Позначимо через L_2 - множину вимірних сумованих з квадратом функкій, $W_{2,0}^1$ - поповнення множини нескінченно диференційованих в Q функцій, що задовольняють граничним вимогам

$$u\,|_{t=0} = 0; \qquad u\,|_{x\in\partial\Omega} = 0. \tag{2}$$

по соболєвській нормі

$$\| u \|_{W_{2,0}^1} = \left(\int_Q u_t^2 + \sum_{i=1}^{n} u_{x_i}^2 dQ \right)^{\frac{1}{2}}$$

$W_{2,T}^1$ - аналогічний простір, але функції задовольняють вимогам спряженої задачі

$$\vartheta\,|_{t=T} = 0; \qquad \vartheta\,|_{x\in\partial\Omega} = 0. \tag{3}$$

Розв'язок задачі (1),(2) розуміється в узагальненому розумінні, тоді

Визначення 1. Узагальненим розв'язком задачі (1),(2) називається функція $u(t,x) \in W_{2,0}^1$, для якої існує послідовність гладких функцій $u_i(t,x), \quad i \in N$, що задовольняють (2) і

$$\| u_i - u \|_{W_{2,0}^1} \xrightarrow[i\to\infty]{} 0; \quad \| \mathfrak{L}u_i - f \|_{W_{2,T}^-} \xrightarrow[i\to\infty]{} 0,$$

де $W_{2,0}^{-}$ - негативний простір Гільберта, що побудовано по парі $W_{2,T}^{1}$ та L_2 (відповідно $W_{2,T}^{-}$).

Визначення 2. Узагальненим розв'язком задачі (1),(2) називається функція $u(t,x) \in L_2(Q)$, для якої існує послідовність гладких функцій $u_i(t,x), \quad i \in N$, що задовольняють (2) і

$$\| u_i - u \|_{L_2} \xrightarrow[i \to \infty]{} 0; \quad \| \mathfrak{L} u_i - f \|_{W_{2,T}^{-}} \xrightarrow[i \to \infty]{} 0.$$

Для операторів $\mathfrak{L}$ та $\mathfrak{L}^*$ мають місце нерівності в негативних нормах

$$\| u \|_{L_2} \le C_1 \| \mathfrak{L} u \|_{W_{2,T}^{-}} \le C_2 \| u \|_{W_{2,0}^{1}};$$

$$\| \vartheta \|_{L_2} \le C_1 \| \mathfrak{L}^* \vartheta \|_{W_{2,0}^{-}} \le C_2 \| \vartheta \|_{W_{2,T}^{1}}. \quad C_1, C_2 > 0. \quad (4)$$

Аналогічні нерівності для оператора $\mathfrak{L}$ без складової $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i \frac{\partial u}{\partial x_i}$ були отримані в роботах В.П.Діденка, В.І.Гаркуші та І.В.Колоса. Для задач, що вивчаються в роботі, наявність приведеної складової принципова і випливає з фізичної постановки.

З оцінок (4) випливає існування та єдиність розв'язків прямої та спряженої крайових задач з правими частинами $f(t,x)$ з різних функціональних просторів (в тому числі негативному, що відповідає задачам крапельного та канального зрошення) в розумінні приведених вище визначень. Ці оцінки являються достатніми умовами керованості системи, коли при допустимих керуваннях множина правих частин рівняння (1), замітає множину, щільну в $W_{2,T}^{-}$, крім того вони дають змогу вивчати керованість систем з точковою дією в розумінні слідуючих визначень.

Визначення 3. Система (1) називається керованою в $L_2(Q)$ множиною керуючих дій U_g, якщо множина станів $\{u(t,x;\varphi) \mid \varphi \in U_g\}$ покриває $L_2(Q)$.

Визначення 4. Система (1) називається ϵ - керованою в $L_2(Q)$ множиною керувань U_g , якщо множина станів системи щільна в $L_2(Q)$.

Нерівності (4) дають змогу вивчити проблему існування оптимальних керувань.

Розглянемо конкретнний випадок задачі (1),(2) коли

$$a_{ij}(x;\varphi_{ij}^{(1)}) = a_{ij}(x)\varphi_{ij}^{(1)}, \quad \varphi_{ij}^{(1)} \in [a_{ij}^{(1)}, b_{ij}^{(1)}] \subset R, \quad (a_{ij}^{(1)} > 0);$$

$$b_i(x;\varphi_i^{(2)}) = b_i(x)\varphi_i^{(2)}, \quad \varphi_i^{(2)} \in [a_i^{(2)}, b_i^{(2)}] \subset R, \quad (a_i^{(2)} > 0);$$

$$c(x;\varphi^{(3)}) = c(x)\varphi^{(3)}, \quad \varphi^{(3)} \in [a^{(3)}, b^{(3)}] \subset R, \quad (a^{(3)} > 0);$$

$$f(t,x;\varphi^{(4)}) = \sum_{k=1}^{m} \varphi_k^{(4)} \psi_k(t, x_2, ..., x_n) \otimes \delta(x_1 - \varphi_0^4);$$

$$J(u(\varphi)) = \sum_{i=1}^{l} D_i \int_Q |\, u - z_g^i \,|^2 \, dQ, \tag{5}$$

де z_g^i, D_i - деякі елементи з $C(Q)$. Приведена постановка узагальнює велику кількість задач солевологопереносу.

Теорема 1. Нехай стан системи визначається як розв'язок задачі (1),(2) і

1) критерій якості $J(u(\varphi))$ обмежений та слабко непівнеперервний знизу за станом системи функціонал;

2) множина допустимих керувань U_g обмежена замкнена та опукла в сепарабельному гільбертовому просторі керувань H ;

3) відображення $f(t,x;\varphi^{(4)})$ (можливо нелінійне) обмежене як те, що діє з H в $W_{2,T}^-$.

Тоді існує оптимальне керування $\varphi^* \in U_g$.

Для задач, що вивчаються в роботі виконуються умови теореми 1, а отже існує оптимальне керування φ^* . Однак диференціальних властивостей критерія якості $J(\varphi)$ не достатньо для коректного визначення градієнту. Тому замість $f(t,x;\varphi^{(4)})$ розглянемо регуляризовану праву частину рівняння

$$f_\epsilon(t,x;\varphi^{(4)}) = \sum_{k=1}^{m} \varphi_k^{(4)} \psi_k(t, x_2, ..., x_n) \otimes w_\epsilon(x_1 - \varphi_0^{(4)}).$$

де $w_\epsilon(x) = c_\epsilon e^{\frac{\epsilon^2}{x^2-\epsilon^2}}$ при $|x| < \epsilon$ і 0 в останніх випадках, а також $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} w_\epsilon(x)dx = 1$. Замість задачі (1),(2) розглянемо регуляризовану задачу

$$\mathcal{L}u_\epsilon = f_\epsilon \tag{6}$$

з граничними умовами (2). З оцінок (4) випливає, що розв'язок (6) існує і єдиний. Крім того існує оптимальне керування системою (5),(6) і воно збігається до оптимальних керувань системою (5),(1) при прямуванні параметра ϵ до нуля.

В роботі доведено твердження.

Теорема 2. Градієнт критерія якості (5) для системи (6) має вигляд

$$gradJ(\varphi) = \left(\left(-\int_Q a_{ij} \frac{\partial u_\epsilon}{\partial x_j} \frac{\partial \vartheta_\epsilon}{\partial x_i} dQ \right)_{i,j=1}^n ; \right.$$

$$\left(-\int_Q b_i \frac{\partial u_\epsilon}{\partial x_i} \vartheta_\epsilon dQ \right)_{i=1}^n ; \quad \left(-\int_Q C u_\epsilon \vartheta_\epsilon dQ \right);$$

$$\left. \left(\int_Q \psi_k \vartheta_\epsilon w_\epsilon(\varphi_0^{(4)} - x_1) dQ \right)_{k=1}^m ; \left(\int_Q \sum_{k=1}^m \varphi_k^{(4)} \psi_k \vartheta_\epsilon \frac{\partial}{\partial x_1} w_\epsilon(\varphi_0^{(4)} - x_1) dQ \right) \right).$$

де ϑ_ϵ являється розв'язком слідуючої задачі

$$\mathcal{L}^* \vartheta_\epsilon = 2 \sum_{i=1}^m D_i (u_\epsilon - z_g^i)$$

$$\vartheta_\epsilon |_{t=T} = 0; \qquad \vartheta_\epsilon |_{x \in \partial\Omega} = 0.$$

В § 6 досліджено можливість заміни задачі мінімізації критерія якості $J(\varphi)$ на нескінченновимірному просторі на відповідну оптимізаційну задачу в скінченновимірному просторі за рахунок параметризації керувань.

$$f^s(t, x; \varphi) = \sum_{i=1}^N \delta(x_1 - \varphi_i) \bar{\varphi}_i^s (t, x_2, ..., x_n)$$

$$\bar{\varphi}_i^s = \sum_{k=1}^{s} c_{ik} w_k(t, x_2, ..., x_n)$$

Доведено теореми існування оптимального параметризованого керування та отримано градієнт критерія якості, що має вигляд:

$$gradJ(\varphi^*, C) = \left(\left(\int_{[0,T]\times\Omega'} \frac{\partial \vartheta}{\partial x_1} \sum_{p=1}^{s} C_{ip} w_p dt d\Omega' \right)_{i=1}^{N} ; \right.$$

$$\left. \left(\int_{[0,T]\times\Omega'} \vartheta(t, \varphi_i, x_2, ..., x_n) w_k(t, \varphi_i, x_2, ..., x_n) dt d\Omega' \right) \right), i, k = \overline{1, N},$$

де $\vartheta(t, x)$ - розв'язок спряженої задачі з правою частиною $2 \sum_{i=1}^{m} D_i(u_i - z_g^i)$, а Ω' – переріз простору гиперплощиною $x_1 = \varphi_i$.

Другий розділ присвячено розробці і обгрунтуванню чисельних методів знаходження оптимальних керувань системами, що вивчались у першому розділі. З отриманих вище явних виразів для градієнтів критерія якості видно, що для їх знаходження необхідно розв'язувати пряму та спряжену крайові задачі, диференціювати та інтегрувати деякі вирази. Як правило ці процедури здійснюються за допомогою наближених методів, тому замість шуканого градієнту реально маємо лише його оцінки. В роботі пропонуються аналоги методів проекції градієнту та умовного градієнту, що використовують на кожній ітерації лише відповідні наближення.

Нехай $\varphi_0 \in U_g$ - початкове наближене керування. Подальші наближення генеруються алгоритмом

$$\varphi^{s+1} = \pi_{U_g}\left(\varphi^s - \rho_s gradJ_s(\varphi^s)\right), \qquad s = 0, 1, ... \tag{7}$$

де $gradJ_s(\varphi)$ - відповідне наближення градієнту критерія якості $J(\varphi)$, $\pi_{U_g}(\bullet)$ - оператор проектування на множину U_g, ρ_s - кроковий множник, що вибирається з умов

$$\rho_s \xrightarrow[s\to\infty]{} 0, \quad \rho_s > 0, \quad s = 0, 1, ..., \quad \sum_{s=0}^{\infty} \rho_s = \infty.$$

Теорема 3. Нехай множина U_g та неперервно диференційовні функції $J(\varphi)$, $J_s(\varphi)$, $s = 0, 1, ...$ опуклі, $J_s`(\varphi) \xrightarrow[s\to\infty]{} J`(\varphi)$ рівномірно на U_g .

Тоді границя будь-якої збіжної підпослідовності (7) належить множині керувань Φ^* . де

$$\Phi^* = \{\varphi^* \in U_g \mid \min_{\varphi \in U_g} (J`(\varphi^*), \varphi - \varphi^*) = 0\}.$$

Доведення базується на достатніх умовах збіжності алгоритмів нелінійного програмування, отриманих в роботах Ю.М.Єрмольєва, С.І.Ляшка, Є.О.Нурмінського.

У випадку, коли функції $J(\varphi)$ не обов'язково опуклі, але множина допустимих керувань U_g має досить просту природу, пропонується інший спосіб урахування обмежень, в якому замість використання операції проектування вихідна задача замінюється розв'язком задачі мінімізації лінійної функції в допустимій області.

Нехай послідовність керувань $\varphi^1, \varphi^2, ...$ генерується слідуючим алгоритмом:

$$\varphi^{s+1} = \varphi^s + \rho_s(\bar{\varphi}^s - \varphi^s), \quad s = 0, 1, ..., \tag{8}$$

$$(gradJ_s(\varphi^s), \bar{\varphi}^s) = \min_{\varphi \in U_g} (gradJ_s(\varphi^s), \varphi),$$

де ρ_s задовольняє попереднім умовам.

Теорема 4. Нехай виконуються умови теореми 3. Тоді границя будь-якої збіжної підпослідовності (8) належить множині Φ^*, визначеній в теоремі 3.

Далі для знаходження розв'язків крайових задач, що входять до виразу $gradJ(\varphi)$, пропонується аналог методу Гальоркіна, в якому наближення шукаються у вигляді

$$u_n(t,x) = \sum_{i=1}^{n} g_i(t) w_i(x), \tag{9}$$

де $w_i(x)$ - ортонормований базис в $L_2(\Omega)$, що складається із функцій простору $C_0^1(\Omega)$, а функції $g_i(t)$ вибираються з розв'язку задачі Коші для системи n лінійних звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{dg_l}{dt} - \sum_{k=1}^{N} g_k \left(\left(\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} A_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} B_i \frac{\partial}{\partial x_i} + C \right) w_k, w_l \right)_{L_2(\Omega)} =$$

$$= (f, w_l)_{L_2(\Omega)}, \qquad g_i(0) = 0, \quad i = \overline{1,N}, l = \overline{1,N}.$$

Теорема 5. Нехай $f \in L_2(Q)$. Тоді послідовність наближень (9) збігається до розв'язку задачі (1).

Далі, враховуючи щільність вкладення $L_2(Q)$ в $W_{2,T}^-$ і оцінки (4) приведений результат розповсюджується на випадок $f \in W_{2,T}^-$.

Знаходження оптимальних розв'язків для задач з розподіленими параметрами істотно залежать від точності розв'язків прямої та спряженої задач. Розв'язування крайових задач для диференціальних рівнян з частинними похідними в загальному випадку можливе тільки чисельними методами. В роботі розглянуто ряд різницевих схем для рівняння параболічного типу. На тестових задачах проведено аналіз точності вибраних схем з метою виявлення найбільш придатної для задач, що вивчаються в роботі. Відзначимо, що одним з рівнянь яке вивчається в роботі є рівняння конвективної дифузії. Відомо, що розв'язування такого рівняння у випадку переваги конвективного члена над дифузійним викликає істотні труднощі і вимагає додаткових досліджень. Аналіз проведеного обчислювального експерименту для монотонної схеми Самарського, схем Флетчера та Патанкара дозволяє зробити висновок про доцільність використання при розв'язуванні задач оптимального керування комбінації схем Самарського та Флетчера.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ.

1. Вивчено моделі солевологопереносу та поставлено відповідні оптимізаційні задачі.

2. Для моделі солевологопереносу доведено існування та єдиність узагальнених розв'язків.

3. Досліджені питання керованості та існування оптимальних керувань в моделях солевологопереносу.

4. Отримано явний вигляд для градієнту квадратичного за станом системи критерія якості в задачах керування коефіцієнтами та узагальненими правими частинами рівняння солевологопереносу.

5. Досліджено регуляризовану задачу та отримано явний вигляд градієнту відповідного критерія якості.

6. Побудовано аналоги методів проекції градієнту та умовного градієнту.

7. Побудовано аналог методу Гальоркіна для розв'язку рівняння солевологопереносу .

8. Побудовано різницеву схему для знаходження наближеного розв'язку задач солевологопереносу.

За темою дисертації опубліковано такі роботи.

1. Бердимуратов М.К. Решение задачи об определении координат источника загрязнения грунтовых вод. Украинская конференция "Моделирование и исследование устойчивости систем", Киев, 15–19 мая 1995 г., Тезисы докладов конференции, Исследование систем, С.13.

2. Бездетный Б.П., Бердимуратов М.К., Ляшко С.И., Номировский Д.А., Стеля О.Б., Палиенко Л.И. Моделирование и приближенное решение задач влагосолепереноса. – Киев, 1996. – 13 с./Деп. в УкрНИИНТИ 12.12.96. N%2357 –УК96.

3. Бердимуратов М.К., Ляшко С.И., Номировский Д.А. Моделирование и оптимизация процессов засоления орошаемых территорий //Журн. вычисл. и прикл. математика 1996 год., вып. 80, с.33–41.

4. Бердимуратов М.К. Численное решение одной краевой задачи граничного управления. //Вестник "ККО АН РУз" 1996 год N% 3. С.18–25.

5. Бердимуратов М.К., Красновский С.В., Спивак А.Ю. Методы оптимизации процессов солевлагопереноса //Журн. вычисл. и прикл. математика 1996 год., вып.80, с.147–149.

6. Бердимуратов М.К. Решение задачи оптимального управления поливом. Украинская конференция "Моделирование и исследование устойчивости систем". Киев, 16–20 мая 1996 г., Тезисы докладов конференции, Моделирование систем, С.14.

7. Бердимуратов М.К., Ляшко С.И., Номировский Д.А., Палиенко Л.И. Оптимизация систем с подвижным управлением. //Журн. вычисл. и прикл. математика 1996 год., вып. 81, с.41–43.

8. Бердимуратов М.К. Моделирование и управление водно–солевым режимом почво–грунтов. Научная конференция "Некоторые вопросы комплексного анализа", Нукус, 24–27 июня 1996 г., Тезисы докладов конференции, С.83.

9. Бердимуратов М.К. Оптимизация режима полива возделываемых земель. 3–я Украинская конференция по автоматичному управлению "Автоматика–96", г.Севастополь, 9–14 сентября 1996 р., Тезисы докладов конференции Том 2. С.32.

Бердимуратов М.К. Моделирование и оптимизация в системах солевлагопереноса. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях.

Изучена задача оптимизации модели солевлагопереноса. Получены условия управляемости и существования оптимальных управлений. Изучены дифференциальные свойства квадратичного по состоянию системы критерия качества. Изучены задачи регуляризации и параметризации управлений. Построены и обоснованы градиентные методы поиска оптимальных решений, использующие на каждой итерации соответствующие апроксимации градиента. Построен и обоснован аналог метода Галеркина для решения задачи солевлагопереноса.

Berdimuratov M.K. Modeling and optimization in systems of salt and water transport. The dissertation on search of the scientific degree of the candidate of physico-mathematical sciences on a speciality 01.05.02 - mathematical modeling and computing methods in scientific researches.

The problem of optimization of the model of salt and water transport is investigated. The conditions of controlability and existence of the optimal controls are obtained. The differential properties of quality criterium with respect to system state is investigated. The problems of regularization and parametrization of controls are stadied. Gradient methods of search of the optimal solutions using the corresponding gradient approximations on each iteration are constructed. Galerkin's method for solving the problem of salt and water transport are constructed and proved.

Ключові слова: модель, градієнт, оператор, крайова задача, оптимізація, градієнтні методи, функціонал, функціональні простори.