

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ

Институт технической теплофизики

На правах рукописи

КОБЗАРЬ Сергей Григорьевич

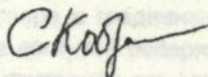
Турбулентный теплообмен и гидродинамика около вогнутой поверхности:  
центробежная неустойчивость Тэйлора-Гертлера в градиентном и  
безградиентном потоке.

Специальность 05.14.05 — Теоретическая теплотехника

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук



Киев - 1997



00751032 (1)

Дисертація я

Работа выполнена в Институте технической теплофизики  
Национальной Академии Наук Украины

Научный  
руководитель:

доктор технических наук,  
чл.-кор. НАН Украины,  
ХАЛАТОВ А.А.

Официальные  
оппоненты:

доктор технических наук, профессор  
ЭПИК Э.Я.  
кандидат технических наук, доцент  
КАПИТАНЧУК К.И.

Ведущая организация:

Национальный Технический  
Университет (КПИ) (г. Киев)

Защита состоится 30 сентября 1997 г. в 13.30 час. на заседании  
специализированного ученого совета К 50.04.03 в Институте технической  
теплофизики Национальной Академии Наук Украины по адресу: 252057,  
г.Киев-57, ул.Желябова, 2а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИТТФ НАН  
Украины.

Автореферат разослан 19 августа 1997 г.

Ученый секретарь  
специализированного ученого совета  
доктор технических наук

Г.П.Кудрицкий

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Создание экономических, высокоэффективных и надежных теплоэнергетических машин и установок продолжает оставаться одной из актуальных задач современного энергомашиностроения. Подавляющее большинство элементов конструкций в теплоэнергетике, авиационной, ракетной и других областях техники содержат криволинейные (выпуклые и вогнутые) поверхности.

При определенных условиях в пограничном слое на вогнутой поверхности возникают вихри Тэйлора-Гертлера, которые имеют чередующееся лево- и правостороннее вращения, а их оси совпадают с общим направлением потока. Наличие вихрей Тэйлора-Гертлера приводит к периодическому изменению коэффициентов теплоотдачи и поверхностного трения поперек вогнутой поверхности, которое, в зависимости от режима течения, составляет 20 - 100%. Неучет влияния макровихрей Тэйлора-Гертлера на процессы переноса тепла и импульса, может привести к большим ошибкам при расчете элементов конструкций с вогнутыми поверхностями.

Из анализа опубликованной литературы следует, что имеющиеся работы выполненные в линейной постановке, не дают единого значения для критерия появления вихрей Тэйлора-Гертлера - критического числа Гертлера. В работе Маккормака показано, что линейная теория не позволяет описать суммарное увеличение теплоотдачи наблюдаемое в эксперименте, так как не учитывает интенсификацию теплообмена вызванную нелинейными эффектами вихрей Тэйлора-Гертлера. Используя нелинейную теорию возмущений, ламинарный пограничный слой на вогнутой поверхности исследован в работах Й. Айхара и П. Холла. Однако в этих работах рассмотрена только гидродинамическая сторона задачи, а результаты носят только качественный характер и не пригодны для практического использования. Проблеме устойчивости турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности посвящено ограниченное число работ. В основном это экспериментальные работы, которые проведены в узком диапазоне изменения параметров, а их результаты несистематизированы.

**Цель работы** состоит в теоретическом и экспериментальном исследовании центробежной неустойчивости Тэйлора-Гертлера в градиентном и безградиентном турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности, ее влияния на теплообмен и трение, получении критериев возникновения вихрей Тэйлора-Гертлера и разработки метода расчета турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности, который учитывает линейные и нелинейные эффекты вихрей Тэйлора-Гертлера.

### Научная новизна:

1. Разработана нелинейная математическая модель центробежной неустойчивости турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности, которая учитывает воздействие дополнительного возмущающего фактора - продольного градиента давления.

2. Проведен анализ влияния выбора модели турбулентности на результаты расчета характеристик центробежной неустойчивости.

3. В результате теоретических и экспериментальных исследований:

3.1. Определены критерии появления вихрей Тэйлора-Гертлера в турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности при градиентном и безградиентном потоке;

3.2. Получены относительные функции теплоотдачи и трения в турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности при градиентном и безградиентном потоке, учитывающие линейные и нелинейные эффекты вихрей Тэйлора-Гертлера.

4. Разработан усовершенствованный метод расчета турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности.

Предмет и метод исследования. Основным предметом исследования в работе является центробежная неустойчивость Тэйлора-Гертлера турбулентного пограничного слоя и ее влияние на процессы переноса тепла и импульса при воздействии на поток продольного градиента давления. Изучение данного явления проводилось на основе теоретического и экспериментального исследования.

Практическая ценность. Полученные зависимости для определения критериев появления вихрей Тэйлора-Гертлера и локальных коэффициентов теплоотдачи и трения для турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности позволяют более точно рассчитывать процессы происходящие в элементах конструкций энергетического оборудования, что позволяет повысить надежность проектирования и модернизации реальных технических устройств.

Результаты, полученные в диссертации, были использованы при выполнении работ по теме: "Центробежная неустойчивость и ее воздействие на трение и теплообмен" (финансируемая НАН Украины, как проект выигравший грант конкурса научно-исследовательских работ молодых ученых НАН Украины, 1994 г.), темы ГКНТ "Теплообмен при центробежной неустойчивости" (шифр 2.3/2), на ОАО "Искра" г. Боярка и в учебном процессе в Национальном Техническом Университете (КПИ) г. Киев.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием современных методов математического моделирования и средств

вычислительной техники, экспериментальной установки и методики проведения эксперимента, отвечающим требованиям проведения теплофизического эксперимента, удовлетворительным согласованием результатов теории с результатами эксперимента настоящего исследования и экспериментальными данными других авторов.

**Апробация работы.** Основные материалы диссертационной работы докладывались и получили одобрение на первой Российской Национальной конференции по теплообмену (Москва, 1994), второй Европейской конференции по теплообмену (Рим, 1996), обсуждались на научных семинарах в Институте технической теплофизики.

**Личный вклад автора.** Все результаты, приведенные в диссертационной работе получены лично автором или при его непосредственном участии.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано восемь печатных работ.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы, двух приложений. Изложена на 162 страницах машинописного текста, содержит 49 рисунков. Список использованной литературы включает 117 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются цели и задачи работы. Приводится информация о практической значимости полученных результатов.

В первой главе выполнен обзор современного состояния рассматриваемой проблемы и сделана постановка задач исследования. В обзоре рассмотрены физические особенности течения около криволинейных поверхностей. Рассмотрена центробежная неустойчивость Тэйлора-Гертлера и ее влияние на теплообмен и трение. Показано, что применение линейной теории возмущений не позволяет адекватно описать происходящие на вогнутой поверхности процессы. Немногочисленные работы, проведенные в нелинейной постановке, показывают возможность более адекватного описания суммарной интенсификации теплообмена в ламинарном пограничном слое.

Формулируются цель и задачи исследования.

Во второй главе обосновывается выбор формы возмущающих величин скорости, давления и температуры для течений в условиях центробежной неустойчивости при нелинейном подходе. Один из разделов вто-

рой главы посвящен тестированию разработанной модели центробежной неустойчивости и программы нахождения собственных функций.

Для исследования центробежной неустойчивости в данной работе использовался метод малых возмущений в нелинейной постановке. Поле скоростей, давления и температуры задавалось в виде суммы параметров осредненного течения и возмущающих функций, обусловленных наличием вторичных течений:

$$u_z(x, y, z) = u(x, y) + \sum_{n=0}^{\infty} u_n(y) \cos(n\sigma z) \exp(\gamma_n x) \quad (1)$$

Получена система дифференциальных уравнений относительно возмущающих амплитуд скорости и давления. Для первой гармоники ( $n=1$ ) уравнение продольной компоненты возмущающей скорости имеет следующий вид:

$$\operatorname{Re} \left[ \frac{\bar{u}_1}{1-\xi K} \left( \bar{v}_1 D_{\eta}^* \bar{u} + \bar{v}_1 D_{\eta}^* \bar{u} + \bar{v}_1 D_{\eta}^* \bar{u}_1 \right) \right] = \bar{v}_{\text{eff}} \left[ D_{\eta} D_{\eta}^* - \sigma^2 \right] \bar{u}_1 + D_{\eta} \bar{v}_{\text{eff}} \left[ D_{\eta} + \frac{K}{1-\xi K} \right] \bar{u}_1 - \quad (2)$$

$$- 2\bar{v}_1 \frac{K}{(1-\xi K)^2} \left( \frac{\partial \bar{v}_{\text{eff}}}{\partial x} \delta \right) + 2 \frac{K^2}{(1-\xi K)^3} \bar{v}_{\text{eff}} \bar{v}_1 \frac{dR_w}{dx}$$

Система дифференциальных уравнений возмущающих воздействий позволяет определить критические условия возникновения вихрей Тэйлора-Гертлера как для ламинарного так и для турбулентного пограничных слоев в условиях воздействия различных дополнительных возмущающих факторов.

Система уравнений решалась при граничных условиях:

$$\xi = 0 \quad \bar{u}_n(0) = \bar{v}_n(0) = \bar{w}_n(0) = \bar{p}_n(0) = \bar{\theta}_n(0) = 0$$

$$\xi = \xi_{\infty} \quad \bar{u}_n(\infty) = \bar{v}_n(\infty) = \bar{w}_n(\infty) = \bar{p}_n(\infty) = \bar{\theta}_n(\infty) = 0 \quad (3)$$

Для нахождения собственных значений дифференциальных уравнений возмущающих характеристик в настоящем исследовании применялся метод стрельбы.

С целью проверки адекватности предложенной математической модели и правильности ее реализации на основе разработанной программы были проведены тестовые расчеты. Тесты были проведены для случая ламинарного безградиентного пограничного слоя около вогнутой поверхности. В результате исследований была получена диаграмма устойчивости для малой кривизны ( $K \leq 0.01$ ), которая качественно правильно отображает зависимость числа Гертлера от волнового числа, хорошо согласуется с теоретической кривой Айхары и с имеющимися экспериментальными данными Бипса и Вортмана. Рассчитанный профиль возмущающей скоро-

сти  $u(\xi)$  хорошо согласуется с экспериментальными данными Вортмана и Бабанко с соавторами, а также с расчетным профилем Маккормака с соавторами.

В третьей главе дано описание экспериментальной установки, экспериментального участка и результатов доводочных экспериментов. Экспериментальные исследования были проведены на аэродинамической трубе открытого типа. Воздух из атмосферы через входное сопло, сменный канал прямоугольного профиля, рабочий участок, сиффон, конфузор, регулируемую заслонку засасывался центробежным вентилятором. Регулирующая заслонка предназначалась для изменения скорости потока в исследуемом участке. Входное сопло, спрофилированное по лемнискате, предназначалось для получения равномерного профиля скорости на входе в рабочий участок. Сменный канал прямоугольного сечения предназначен для получения требуемой толщины пограничного слоя на входе, при помощи включения секций различной длины.

Исследуемая поверхность представляла собой вогнутую пластину шириной 0.2 м, длиной 0.7 м с постоянным радиусом кривизны, равным  $R_w = 1.2$  м, на ней смонтирован сеточный нагреватель, который обеспечивал закон  $q = \text{const}$  на поверхности теплообмена. За счет перемещения верхней подвижной пластины в канале создавался положительный и отрицательный продольный градиенты давления. По длине вогнутой поверхности в ее среднем сечении были установлены 10 хромель-алюмелевых термопар. В трех сечениях поперек вогнутой поверхности были установлены по десять термопар. Для определения полного поля температуры по ширине поверхности применялась термокраска на жидких кристаллах. Погрешности измерения основных величин составляли: осредненное значение скорости 4.4%, коэффициент теплоотдачи 5.0%, число Стентона 6.67%, число Рейнольдса 2.1%.

С целью проверки работоспособности экспериментального стенда и работы его измерительного оборудования были проведены доводочные эксперименты. Проверялась измерительная аппаратура (термоанемометр) и методика измерения осредненных тепловых и гидродинамических характеристик. Эксперименты проводились на сменном плоском участке, который устанавливался на место криволинейного участка и имел такой же сеточный нагреватель. На стенках сопла образовывались пограничные слои, толщина которых в выходном сечении составляла 0,5...0,6 мм в зависимости от скорости набегающего потока. Анализ экспериментальных данных в различных сечениях при различных числах Рейнольдса

показал, что профиль осредненной скорости с погрешностью + 4% хорошо описывается зависимостью для плоского пограничного слоя

$$\bar{u} = \xi^{1/4}, \quad (4)$$

где  $n \approx 7$ . При этом изменение толщины пограничного слоя  $\delta$  с погрешностью + 5% согласуется с зависимостью для течения около плоской поверхности  $\delta = 0.37x / (Re_x)^{0.2}$ .

С целью проверки работоспособности поверхностного сеточного нагревателя и выбора уравнения подобия были проведены эксперименты по теплообмену на плоской поверхности. Обработка полученных экспериментальных данных позволила заключить, что измеренные коэффициенты теплоотдачи с погрешностью +5% согласуются с уравнением

$$St = 0.0288 Re_x^{-0.2} Pr^{-0.6} \left( \frac{x - x_0}{x} \right)^{0.086} \quad (5)$$

где  $x_0$  - координата начала обогрева,  $\left( \frac{x - x_0}{x} \right)^{0.086}$  - поправка учитывающая наличие необогреваемого участка.

Четвертая глава посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию воздействия центробежной неустойчивости на теплообмен и трение в градиентном и безградиентном турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности. Центробежная неустойчивость турбулентного пограничного слоя была изучена на основе численного исследования системы дифференциальных уравнений возмущающих воздействий (2) на собственные значения.

Исследование системы дифференциальных уравнений возмущающих воздействий на собственные значения были проведены с использованием различных моделей турбулентности. Результаты исследований представлены на рис.1. Расчеты с использованием РНГ К- $\epsilon$  модели турбулентности, полученной на основе метода ренормализационной группы Яхотом-Оржегом, для критического числа Гертлера дали следующее выражение:

$$Go_{cr} = 2213 - 66804K + 772921K^2 - 3072744K^3, \quad (6)$$

при  $K=0 \dots 0.1$  (рис.1. кривая 4). Как видно из рис.1. использование линейной постановки задачи приводит к завышению значений критического числа Гертлера в области малых значений параметра кривизны по сравнению с полученными экспериментальными данными. Сопоставляя результаты полученные при решении линейной и нелинейной задач, можно сделать вывод, что влияние нелинейности проявляется только при малых значениях параметра кривизны (до  $K < 0.03$ ).

Экспериментальные исследования проводились на газодинамическом стенде. Для регистрации появления вихрей Тэйлора-Гертлера использовались два различных метода: термоанемометрический и метод визуализации поверхности при помощи термокраски на жидких кристаллах. Как показали проведенные исследования оба метода дают одинаковые результаты. Полученные результаты представлены на рис. 1. (точки).

Как видно из рис. 1, имеющиеся экспериментальные данные удовлетворительно согласуются с результатами для нелинейной модели. Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что влияние кривизны на критическое число Гертлера убывает при  $K \rightarrow 0.1$ . При  $K > 0.1$  это влияние практически исчезает.

Волновое число вихрей Тэйлора-Гертлера также как и  $Go_{cr}$  является функцией кривизны. Результаты теоретических расчетов могут быть описаны формулой:

$$\bar{\sigma} = 3.2626 - 2.5778 \cdot 10^{-2} K + 2.2338 \cdot 10^{-2} K^2 \quad (7)$$

Теоретическая кривая хорошо согласуется с экспериментальными данными различных авторов и экспериментальными данными настоящего исследования.

Обобщение результатов теоретических исследований показало, что профиль продольной компоненты амплитуды возмущающей скорости является автомодельным относительно инкремента нарастания и может быть представлен в следующем виде:

$$\bar{u}_1 = \begin{cases} h_0 Go^{0.5} \xi, & \text{при } \xi \rightarrow 0 \\ \phi(\xi) = S_0 \xi \exp(-b\xi), & \text{при } \xi > 0.01 \end{cases} \quad (8)$$

где  $h_0 = 0.147$ ,  $S_0 = 2.59 + 2K$  и  $b = 2.5$  - показатель характеризующий местоположение максимума возмущающей скорости. Для обобщения линейной амплитуды нормальной скорости использовался вид функции предложенной Маккормаком  $v_1 = \xi \phi(\xi) / Re$ .

Нелинейные профили ( $n=1$ ) не поддавались автомодельному обобщению. Поэтому неавтомодельные профили возмущающей амплитуды скорости определялись из решения для нелинейных амплитуд как функции от продольной  $x$  и нормальной  $y$  координат.

В приближении пограничного слоя для  $n = 0$  и с учетом не взаимодействия нелинейных гармоник уравнения будут иметь следующий вид:

$$\frac{1}{2} u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + u \frac{\partial u_0}{\partial x} + v \frac{\partial u_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{1}{2} v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_{eff} \frac{\partial u_0}{\partial y} \right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0$$

Для системы (9) было получено следующее решение:

$$\bar{u}_0 = C_1 \int_0^{\xi} \exp\left(-\int_0^{\xi} A(\xi) d\xi\right) d\xi - \int_0^{\xi} M(\xi) \exp\left(-\int_0^{\xi} A(\xi) d\xi\right) d\xi \quad (10)$$

В результате статистической обработки результатов численного интегрирования квадратур была найдена константа интегрирования  $C_1$ :

$$C_1 = \frac{272 \cdot 10^{-2} S^2}{b} Re^{**0.55} \quad (11)$$

Из анализа полученного решения следует, что нелинейные возмущения по толщине пограничного слоя затухают гораздо быстрее, чем линейные.

По выражениям для линейного и нелинейного профилей продольной компоненты возмущающей скорости был определен коэффициент трения:

$$c_f = c_{m1} [1 + g_1 \cos(\sigma z) + g_0] \quad (12)$$

где линейная и нелинейная составляющие определяются по формулам:

$$g_1 = \frac{h_0}{0.0128} \left( \frac{n}{(n+1)(n+2)} \right)^{0.25} \left( Re^{**1} \frac{\delta^{**}}{R_w} \right)^{0.25} \Psi_R^{-1} \quad (13)$$

$$g_0 = \frac{2C_1}{c_{m1} Re^{**} \Psi_R} \frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad (14)$$

где  $C_1$  определяется выражением (11). В формулах (14-15) произведен переход от толщины пограничного слоя к толщине потори импульса через степенное распределение скорости (4), где величина  $n=7+1107.5K-53740K^2$  была определена из результатов полученных при расчете двумерного турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности. Величина  $c_{m1}$  представляет собой коэффициент трения на вогнутой поверхности без вихрей Тэйлора-Гертлера и определяется через  $\Psi_R$  по формуле

$$\Psi_R = \left( 1 + 756 \frac{\delta^{**}}{R_w} \right)^{0.16}, \text{ который был получен в результате статистической}$$

обработки результатов расчетов двумерного турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности по РНГ К- $\epsilon$  модели турбулентности.

Полученные данные показывают, что влияние вихрей Тэйлора-Гертлера на поверхностное трение убывает с увеличением числа Рейнольдса. Это происходит из-за того, что при увеличении числа Рейнольдса, поток энергии идущий на генерацию вихрей Тэйлора-Гертлера уменьшается. В этом случае энергия внешнего течения в основном расходуется на увеличение степени турбулентности потока.

По найденным профилям скорости (осредненной и возмущенной) было найдено решение уравнения энергии. Безразмерная температура представлялась в виде:

$$\theta_z = \bar{\theta} + \sum_{n=0}^{\infty} \theta_n(x, y) \cos(n\sigma z) \quad (15)$$

Для определения линейной составляющей возмущающей температуры было получено следующее уравнение:

$$u_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} + u \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + v_1 \frac{\partial \theta}{\partial y} + u_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial x} - \frac{1}{2} u_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ a_{\text{эф}} \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right] \quad (16)$$

Уравнение (16) было решено методом вариации произвольных постоянных. В результате статистической обработки было получено выражение для константы интегрирования.

Уравнение для нелинейной составляющей имеет вид аналогичный уравнению (16). Повторяя процедуру решения было найдено выражение для нелинейной составляющей.

По распределению амплитуд возмущающих температур был определен коэффициент теплоотдачи:

$$St = St_R (1 + g_1^T \cos(\sigma z) + g_0^T). \quad (17)$$

где  $St_R$  - число Стентона на вогнутой поверхности при отсутствии вихрей Тэйлора-Гертлера, которое рассчитывается с использованием относительной функции кривизны  $\Psi_R^T = \left(1 + 756 \frac{\delta^{**}}{R_w}\right)^{0.14}$ .

Линейная и нелинейная составляющие "вихревой" теплоотдачи определяются выражениями:

$$g_1^T = 0.8 Re^{-0.1} \frac{\Psi_R}{\Psi_R^T} \frac{Pr^{0.15}}{Pr^{0.4}} \left( \frac{n}{(n+1)(n+2)} \right)^{0.1} \quad (18)$$

$$g_0^T = \frac{0.05 S^2}{0.0128 b} \frac{Pr^{0.25}}{Re^{-0.35} \Psi_R^T} \left( \frac{n}{(n+1)(n+2)} \right)^{0.6} \quad (19)$$

Результаты экспериментов настоящего исследования и других авторов вместе с теоретическими зависимостями (18)-(19) представлены на рис.2. и 3. Теоретические и экспериментальные данные предсказывают уменьшение функций  $g_1^T$  и  $g_0^T$  с увеличением числа Рейнольдса. Однако экспериментальные данные настоящего исследования дают менее слабую зависимость, чем теоретические. Амплитуда колебаний (линейная функция) слабее зависит от числа Рейнольдса, чем нелинейная. Теория предсказывает зависимость линейной и нелинейной функций от кривизны. Это воздействие довольно мало и выявить его экспериментально не удалось.

Отрицательный градиент давления. Расчет критических чисел Гертлера был проведен по той же методике, что и для  $\zeta$ зградиентного

течения. Расчеты показали, что с увеличением параметра градиента давления происходит увеличение значения критического числа Гертлера. Это свидетельствует об ухудшении условий возникновения вихрей Тэйлора-Гертлера при воздействии отрицательного градиента давления. В результате обработки полученных данных было предложено следующее соотношение для критического числа Гертлера:

$$\frac{Go_{\sigma}}{Go_{\sigma_0}} = 1 + a(10f)^b \quad (20)$$

где  $Go_{\sigma_0}$  определяется по (6), а и  $b$  функции параметра кривизны  $K$ . Из проведенных расчетов следует, что влияние ускорения на критическое значение числа Гертлера  $Go_{\sigma}$  уменьшается с увеличением параметра кривизны. Зависимость (20) показана на рис.4.

Ускорение потока также приводит к изменению волнового числа вихря. С ростом параметра давления  $f$  волновое число увеличивается (длина волны вихря уменьшается). Выражение для  $\bar{\sigma}$  аналогично выражению для расчета  $Go_{\sigma}$  (20), однако, изменение  $\bar{\sigma}$  в зависимости от  $f$  гораздо слабее.

Расчеты показали, что для случая отрицательного градиента давления наибольший по абсолютному значению профиль  $u_1$  может быть описан уравнением (8), если в нем вместо  $S_0$  использовать параметр

$$S = S_0 \left( 1 + 0.129 \cdot \ln \frac{Go_{\sigma}}{Go_{\sigma_0}} \right)^{-1}, \quad (21)$$

где отношение критического числа Гертлера рассчитывается по формуле (20). Полученное выражение для амплитудного множителя  $S$  (21), а также для коэффициента трения, учитывающее влияние кривизны и ускорения

$$\Psi_{R,\lambda} = \Psi_R (1 + a \cdot f^{0.03}), \quad (22)$$

где  $a = 2.035 + \frac{0.2722}{Re^{**} \cdot 10^{-3}}$ , позволяют рассчитать функции трения (13) и (14).

При  $Re^{**} = idem$  как функции параметра  $f$  линейная и нелинейная составляющие "вихревого" трения показаны на рис.5. Как видно, с увеличением параметра градиента давления происходит снижение как линейной, так и нелинейной функции. Причем, снижение нелинейной функции более существенно.

Уравнения для линейной и нелинейной составляющих возмущающих амплитуд температур  $\theta_1$  и  $\theta_0$  формально не изменяется при градиентном течении. Градиент давления оказывает влияние лишь на форму констант интегрирования и относительный коэффициент теплоотдачи, который при отрицательном градиенте давления имеет вид

$$\Psi_{R,\lambda}^T = \Psi_R^T (1 + b \cdot f)^{-7.528} \quad (23)$$

$$\text{где } b = 1262 + \frac{0.178}{\text{Re}^{**} \cdot 10^{-3}}.$$

Статистическая обработка результатов расчетов, показывает, что линейная составляющая "вихревой" теплоотдачи может быть описана следующим выражением

$$g_1^T = g_{10}^T (1 + 3.732 \cdot f)^{3.807} \quad (24)$$

где  $g_{10}^T$  определяется по (18). Формула (24) получена в диапазоне  $f$  от 0 до 0.08.

Нелинейная функция "вихревой" теплоотдачи определяется по-прежнему на основании формулы (19), а влияние градиента давления учитывается через амплитудный множитель  $S$  (21). Как видно из приведенных соотношений, величины амплитуд возмущений температур уменьшаются с ростом параметра градиента давления. Таким образом, можно сделать вывод о снижении возмущений, вносимых в температурное поле пограничного слоя вихрями Тэйлора-Гертлера при ускорении потока. Функции  $g_1^T$  и  $g_0^T$  в зависимости от параметра  $f$  при  $\text{Re}^{**} = \text{idem}$  и  $K = \text{idem}$  представлены на рис.5. Видно, что с ростом параметра градиента давления они возрастают. На первый взгляд это может показаться противоречащим только что сказанному об уменьшении интенсивности вихрей в ускоренном потоке. Однако это не так, потому что  $g_1^T$  и  $g_0^T$  отражают вклад вихрей Тэйлора-Гертлера в процесс теплопереноса по отношению к случаю отсутствия этих вихрей. А теплообмен в ускоренном потоке снижается, о чем свидетельствует соотношение (23). Таким образом, снижение интенсивности теплообмена за счет ускорения опережает снижение за счет уменьшения интенсивности вихрей. Поэтому и происходит увеличение функций  $g_1^T$  и  $g_0^T$ . На рис.5. представлены также экспериментальные данные для функций  $g_1^T$  и  $g_0^T$ .

**Положительный градиент давления.** При положительном градиенте давления зависимость параметров  $Go_{cr}$  и  $\sigma$  от параметра градиента носит экстремальный характер. В условиях торможения потока пограничный слой начинает постепенно утолщаться и отходить от поверхности, что увеличивает кривизну линий тока, и тем самым улучшает условия возникновения вихрей, что приводит к уменьшению критического числа Гертлера. Однако с определенного момента, значение  $Go_{cr}$  начинает возрастать. Это объясняется тем, что по мере приближения пограничного слоя к точке отрыва интенсивность продольных вихрей падает, а в оторвавшемся потоке они вообще исчезают.

Проведенные расчеты позволили получить следующее соотношение для критического числа Гертлера в условиях положительного градиента давления:

$$\frac{Go_{\sigma}}{Go_{\alpha_0}} = \begin{cases} 1 - d \left( \frac{f}{f_s} \right)^e, & \text{при } \frac{f}{f_s} = 0 \dots \left( \frac{f}{f_s} \right)_{\min} \\ L - m \left( \frac{f}{f_s} \right)^p, & \text{при } \frac{f}{f_s} = \left( \frac{f}{f_s} \right)_{\min} \dots 1 \end{cases} \quad (25)$$

где  $d$ ,  $e$ ,  $L$ ,  $m$ ,  $p$  являются функциями кривизны. Параметр  $\left( \frac{f}{f_s} \right)_{\min}$  соответствует параметру градиента давления, который соответ-

ствует минимуму на кривой  $Go_{\sigma} = Go_{\sigma}(f/f_s)$  и также является функцией кривизны. Зависимость (25) представлена на рис.6.

Параметр  $f_s$ , соответствует точке отрыва пограничного слоя от поверхности под воздействием положительного градиента давления. Расчеты, показали, что на плоской поверхности отрыв происходит при  $f_s = -0.063$ . На вогнутой поверхности отрывное значение параметра градиента давления может быть рассчитано по формуле

$$f_s = f_{s0} (1 + 1137 \cdot K^{0.723}), \quad (26)$$

где  $f_{s0}$  соответствует плоской поверхности. Формула (26) получена в диапазоне изменения  $K$  от нуля до 0.1.

Критерий центробежной неустойчивости также определялся экспериментально теми же методами, которые использовались при отрицательном градиенте давления. Точка отрыва пограничного слоя определялась по месту положения резкого увеличения формпараметра  $H$ . Отрывные значения параметра градиента давления близки к теоретическим, которые рассчитаны по формуле (26).

В результате экспериментальных исследований был получен набор критических значений чисел Гертлера. В целом наблюдается хорошее согласование экспериментальных и расчетных данных. Качественно полученные данные согласуются с результатами работ Рагаба-Найфеха и Финиса-Брауна, в которых исследовалось развитие вихрей Тэйлора-Гертлера в ламинарном пограничном слое в условиях положительного градиента давления. Из проведенных исследований следует, что влияние градиента давления на критическое число Гертлера уменьшается с ростом параметра кривизны.

Изменение волнового числа с увеличением  $f/f_s$  носит схожий с  $Go_{\sigma}$  характер, но эта зависимость гораздо слабее.

Используя выражения для критического числа Гертлера и критического волнового числа были проинтегрированы уравнения возмущающих амплитуд. Обобщая результаты расчетов было получено, что линейный

профиль возмущающей скорости в условиях положительного градиента давления также описывается уравнением (6), если параметры этого профиля  $h$  и  $S$  заменить их аналогами  $h/h_0$  и  $S/S_0$ , которые являются функциями  $f/f_s$ .

Как показывает анализ для  $S$  и  $h$  эти параметры изменяются в зависимости от  $f/f_s$  по экстремальной зависимости, максимум которой совпадает с точкой минимума  $Go_{cr}$ . По мере приближения к точке отрыва эти параметры стремятся к нулю, что свидетельствует о вырождении вихрей. Из расчетных результатов следует, что наибольшее изменение амплитудного параметра наблюдается при малых значениях кривизны для  $f/f_s < 0.75$ . В случае  $f/f_s > 0.75$  кривизна уже не влияет на относительные значения амплитудного параметра.

Линейная и нелинейная составляющие "вихревого" трения в данном случае тоже рассчитываются по формулам (13) и (14), где  $S$  и  $h$  определяются как функции  $f/f_s$ , а относительный коэффициент трения по

$$\Psi_{R,\Lambda} = \Psi_R \left( 1 - \left( \frac{f}{f_s} \right)^n \right), \quad (27)$$

где  $n = 0.726 + \frac{0.1106}{Re^{**} \cdot 10^{-3}}$ . Обе функции имеют максимум в районе  $f/f_s \approx 0.75$ , а затем наблюдается резкое падение до нуля в точке отрыва пограничного слоя ( $f=f_s$ ).

Поправки для определения коэффициента теплоотдачи определяются по формулам (18)-(19) с учетом выражений для амплитудного множителя, выражений (27) и относительного коэффициента теплоотдачи

$$\Psi_{R,\Lambda}^T = \Psi_R^T \left( 1 - a \left( \frac{f}{f_s} \right)^{1.376} \right), \quad (28)$$

где  $a = 0.1327 + \frac{0.0268}{Re^{**} \cdot 10^{-3}}$ .

Результаты расчета, а также экспериментальные данные представлены на рис.7. Видно, что нелинейная функция имеет слабый экстремум, т.к. она пропорциональна амплитудному множителю, который изменяется аналогично. Линейная функция монотонно убывает, т.к. она пропорциональна относительному коэффициенту трения, который стремится к нулю по мере приближения потока к точке отрыва.

В конце главы предложен усовершенствованный метод расчета турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности.

## ВЫВОДЫ

Основные выводы диссертации состоят в следующем:

1. Разработана нелинейная модель центробежной неустойчивости турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности, которая учитывает воздействие дополнительного возмущающего фактора - продольного градиента давления и разработан метод ее решения.

2. Проверено влияние различных моделей турбулентности на результаты расчета характеристик центробежной неустойчивости. Показано, что наиболее адекватно описывает процессы центробежной неустойчивости модель турбулентности, развитая на основе ренормализационного подхода.

3. На основе теоретических и экспериментальных исследований определены критерии появления вихрей Тэйлора-Гертлера в турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности при градиентном и безградиентном потоке. Полученные теоретические данные показывают:

3.1. Критерий появления вихрей Тэйлора-Гертлера  $Go_{cr}$  является убывающей функцией параметра кривизны  $K$  и при  $K > 0.1$  влияние кривизны на  $Go_{cr}$  практически исчезает ( $Go_{cr} = 189$ );

3.2. Отрицательный градиент давления повышает устойчивость течения и на малой кривизне ( $K < 0.015$ ) появление вихрей Тэйлора-Гертлера маловероятно;

3.3. Под действием положительного градиента давления, по мере приближения пограничного слоя к точке отрыва, происходит вырождение вихрей Тэйлора-Гертлера.

4. Получены поправки к расчетным формулам, учитывающие воздействие центробежной неустойчивости Тэйлора-Гертлера на локальную теплоотдачу и трение в градиентном и безградиентном пограничном слое на вогнутой поверхности. Полученные результаты показывают, что максимальное суммарное увеличение локальной теплоотдачи поперек потока, которое обусловлено центробежной неустойчивостью:

4.1. При безградиентном течении уменьшается с увеличением числа Рейнольдса и может составить 34% при  $Re^{**} = 1000$  и 17% при  $Re^{**} = 10000$ ;

4.2. В условиях отрицательного градиента давления практически не меняется и составляет приблизительно 28 %;

4.3. При положительном градиенте давления достигает 90% ( $K = 0.002$ ,  $Re^{**} = 5000$ ).

5. Предложен усовершенствованный метод расчета процессов теплообмена и гидродинамики в турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности в условиях центробежной неустойчивости Тэйлора-Гертлера,

который учитывает периодическое изменение локальных коэффициентов теплоотдачи и поверхностного трения поперек поверхности.

### ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИССЕРТАЦИИ ИЗЛОЖЕНЫ В РАБОТАХ

1. Авраменко А.А., Кобзарь С.Г. Центробежная неустойчивость турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности в условиях адува // Пром. теплотехника. - 1995. - 17, №1-3. - С.126-128.

2. Авраменко А.А., Кобзарь С.Г., Халатов А.А. Нелинейные эффекты вихрей Тэйлора-Гертлера в турбулентном пограничном слое // Пром. теплотехника. - 1995. - 17, № 4. - С.89-92.

3. Халатов А.А., Авраменко А.А., Кобзарь С.Г. Воздействие внешней турбулентности на неустойчивость Тэйлора-Гертлера // Теплофизика высок. температур. - 1995. - 33, № 5. - С.807-809.

4. Авраменко А.А., Кобзарь С.Г., Халатов А.А. Поверхностное трение турбулентного пограничного слоя при наличии вихрей Тэйлора-Гертлера // Теплоэнергетика. - 1996. - № 2. - С.71-73.

5. Авраменко А.А., Кобзарь С.Г., Халатов А.А. Неустойчивость Тэйлора-Гертлера и ее влияние на теплообмен в турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности // Пром. теплотехника. - 1996. - 18, № 2 - С.10-13.

6. Авраменко А.А., Кобзарь С.Г., Халатов А.А. Энергетический баланс вихрей Тэйлора-Гертлера // Пром. теплотехника. - 1996. - т.18, №5. - С.18-24.

7. Khalatov A.A., Avramenko A.A., Kobzar S.G. Heat transfer in boundary layer with Taylor-Gortler vortices over the concave surface // Proc. 2nd Europ. Thermal-Sciences and 14th UIT National Heat Transfer Conf. (Rome, Italy, 1996) - Vol. 1. - P.177-181.

8. Авраменко А.А., Кобзарь С.Г. Центробежная неустойчивость Тэйлора-Гертлера турбулентного пограничного слоя // Труды I Российской конф. по теплообмену, 1994. - М.: И-во МЭИ. - Том I. - С.3-6.

### УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\alpha$  - температуропроводность,  $p$  - давление,  $u, v, w$  - компоненты скорости соответствующие  $x, y, z$  в криволинейной системе координат,  $x, y, z$  - криволинейные координаты,  $\gamma_n$  - инкремент нарастания возмущений,  $\nu$  - кинематическая вязкость,  $\rho$  - плотность,  $D_n$  и  $D_n^*$  - дифференциальные операторы,  $f_u$  и  $f_v$  - параметры продольного градиента давления,  $Go$  - число Гертлера,  $K$  - параметр кривизны,  $Pr$  - число Прандтля,  $Pr_t$  - турбулентное число Прандтля,  $\xi$  - относительная координата,  $\theta$  - безразмерная избыточная температура,  $\Psi_R$  - относительный коэффициент трения,  $\Psi_R^T$  - относительный коэффициент теплоотдачи,  $\sigma$  - волновое число.  
Индексы: 1 и 0 линейный и нелинейный эффекты вихрей Тэйлора-Гертлера,  $w$  - параметры на стенке,  $\Lambda$  - влияние продольного градиента давления,  $\infty$  - параметры на внешней границе пограничного слоя.

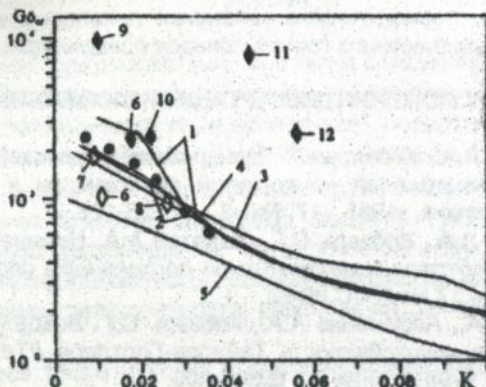


Рис.1. 1-5 расчет, 6-12 - эксперимент. 1 - линейное приближение (L-модель); 2 - нелинейное приближение (L-модель); 3 - нелинейное приближение (K-ε модель турбулентности); 4 - нелинейное приближение (РНГ K-ε модель турбулентности); 5 - нелинейное приближение (K-ε модель без учета влияния кривизны на турбулентную вязкость); 6 - Ким-Саймен; 7 - Шивапрасад-Рамалриан; 8 - Томаи; 9 - Хофманн и др.; 10 - Мерони-Бредшоу; 11 - Мейл и др.; 12 - Джинно-Джонс; ◊ - нет вихрей; • - есть вихри; ◉ - настоящее исследование (есть вихри).

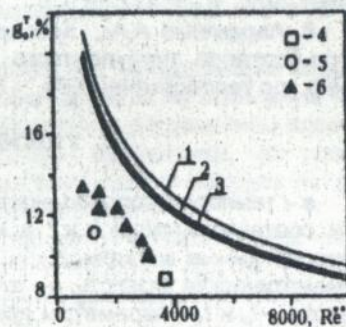
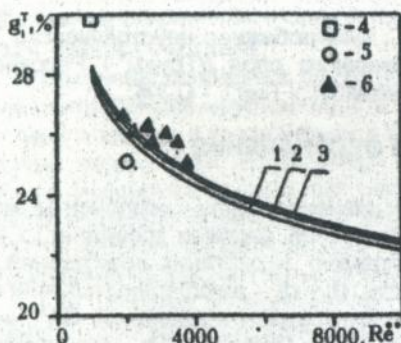


Рис.2. Линейная функция "вихревого" теплообмена.

1-3 расчет по (19), 4-6 эксперимент. 1-  $\delta^{**}/R_w = 1 \cdot 10^{-3}$ ; 2-  $3 \cdot 10^{-3}$ ; 3-  $1 \cdot 10^{-2}$ ; 4 - Симонич; 5 - Мэйл; 6 - настоящее исследование

Рис.3. Нелинейная функция "вихревого" теплообмена.

1-3 расчет по (20), 4-6 эксперимент. 1-  $\delta^{**}/R_w = 1 \cdot 10^{-3}$ ; 2-  $3 \cdot 10^{-3}$ ; 3-  $1 \cdot 10^{-2}$ ; 4 - Мэйл; 5 - Эйбек; 6 - настоящее исследование

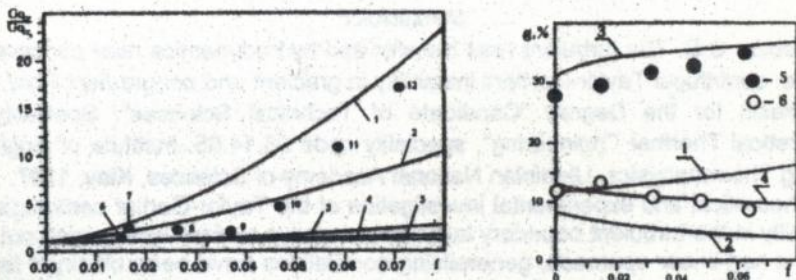


Рис.4. Влияние отрицательного градиента давления на критическое число Гертлера. 1 - 5 расчет по (21); 6 - 12 эксперимент. 1 -  $K = 0.01$ ; 2 - 0.015; 3 - 0.03; 4 - 0.05; 5 - 0.1; 6 - 0.025; 7 - 0.013; 8 - 0.019; 9 - 0.028; 10 - 0.014; 11 - 0.012; 12 - 0.01

Рис.5. "Вихревые" функции при отрицательном градиенте давления. 1 - 4 расчет ( $Re^{**} = 5000$ ,  $K = 0.02$ ); 5 - 6 - эксперимент. 1 -  $g_1$ ; 2 -  $g_0$ ; 3 -  $g_1^T$ ; 4 -  $g_0^T$ ; 5 -  $g_1^T$ ; 6 -  $g_0^T$

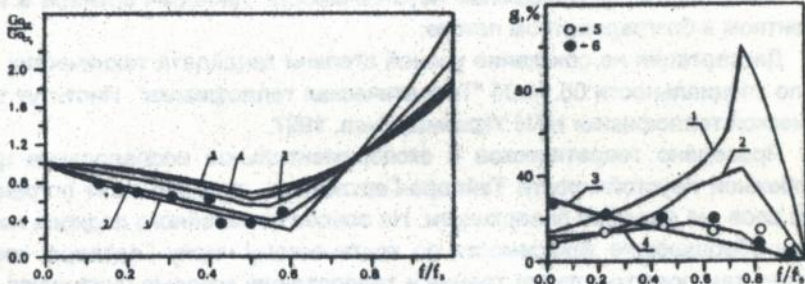


Рис.6. Влияние положительного градиента давления на критическое число Гертлера. 1 - 5 - расчет по (26); 1 -  $K = 0.01$ ; 2 - 0.015; 3 - 0.03; 4 - 0.05; 5 - 0.1; \* - эксперимент ( $K = 0.01 \dots 0.03$ )

Рис.7. "Вихревые" функции при положительном градиенте давления. 1 - 4 расчет ( $Re^{**} = 5000$ ,  $K = 0.02$ ); 5 - 6 - эксперимент. 1 -  $g_1$ ; 2 -  $g_0$ ; 3 -  $g_1^T$ ; 4 -  $g_0^T$ ; 5 -  $g_1^T$ ; 6 -  $g_0^T$

## SUMMARY

Kobzar S.G. The turbulent heat transfer and hydrodynamics near concave surface: centrifugal Taylor-Gortlers instability in gradient and nongradient Flow.

Thesis for the Degree "Candidate of Technical Sciences". Speciality "Theoretical Thermal Engineering", speciality code 05.14.05. Institute of Engineering Thermophysics, Ukrainian National Academy of Sciences, Kiev, 1997.

Theoretical and experimental investigation of the Taylor-Gortler centrifugal instability in the turbulent boundary layer on a concave surface was carried out. Using a non-linear approach, generalising correlations have been obtained for the critical Gortler number, skin-friction and heat transfer coefficients with allowance for the liner and non-linear effects of the Taylor-Gortler vortices. An improved method has been proposed for simulating the turbulent boundary layer over a concave surface.

## АННОТАЦИЯ

Кобзарь С.Г. Турбулентный теплообмен и гидродинамика около вогнутой поверхности: центробежная неустойчивость Тэйлора-Гертлера в градиентном и безградиентном потоке.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.14.05 "Теоретическая теплофизика". Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев, 1997.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование центробежной неустойчивости Тэйлора-Гертлера в турбулентном пограничном слое на вогнутой поверхности. На основе нелинейного подхода получены обобщающие зависимости по критическому числу Гертлера, коэффициентам поверхностного трения и теплоотдачи; которые учитывают линейные и нелинейные эффекты вихрей Тэйлора-Гертлера. Предложен усовершенствованный метод расчета турбулентного пограничного слоя на вогнутой поверхности.

**Ключові слова:** пограничний шар, увігнута поверхня, відцентрова нестійкість, вихори Тейлора-Гертлера.

Подписано к печати 4.06.97 г. Формат 60x84/16  
 Бумага офсетная. Усл.-печ. лист. 10. Уч.-изд. лист 10.  
 Тираж 100. Заказ 181.

Полиграф. уч-к Института электродинамики НАН Украины  
 252057, Киев-57, проспект Победы, 56.





AB 28.22A

433580

AB 38.354

**AB 38.354**

08204