

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ РАДІОФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОНІКИ**

**ІМ. О. Я. УСИКОВА**

**Величко Людмила Георгіївна**



**УДК 537.874.6:517.954**

**ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ДИФРАКЦІЇ  
ДЛЯ ПЛОСКИХ ПЕРІОДИЧНИХ СТРУКТУР**

**01.04.03 - радіофізика**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**дисертації на здобуття наукового ступеня**

**кандидата фізико-математичних наук**

**Харків - 1997**

537, 86



00738156 (U)

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України.

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Сіренко Юрій Костянтинівич, завідувачий відділом Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Масалов Сергій Олександрович, завідувачий відділом Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України;

доктор фізико-математичних наук, професор Просвірнін Сергій Леонідович, завідувачий відділом Радіоастрономічного інституту НАН України.

Провідна установа - Харківський державний університет, кафедра теоретичної радіофізики, Міністерство освіти, м. Харків.

Захист відбудеться «<sup>9</sup>X» грудня 1997 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д64.157.01 в Інституті радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України (310085, м. Харків, вул. Академіка Проскури, 12).

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України за адресою: м. Харків, вул. Академіка Проскури, 12.

Автореферат розісланий «3 листопада» 1997 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради доктор фіз. - мат. наук

С.М.Харківський

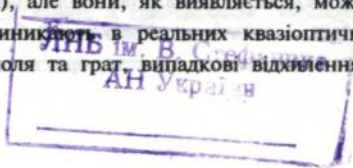
## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Модельний синтез - частина сучасної методології одержання нових знань, яка базується на математичному моделюванні та обчислювальному експерименті. Робота з моделями, а не з реальними об'єктами дозволяє оперативну, небезпечно та при порівняно малих витратах одержувати вірогідні кількісні дані, докладну та наочну інформацію про якісні характеристики процесів, що вивчаються.

З'явлення нової методології в радіофізиці намітилося в 60-ті роки, коли був накопичений запас знань, необхідний для створення різних систем дециметрового та сантиметрового діапазонів і постала задача подальшого просування в область більш високих частот, переходу до надрозмірних трактів та квазіоптичних пристроїв. Ця проблема одночасно з ускладненням задач в освоєній частині спектру потребували детального дослідження процесів поширення та розсіяння хвиль в резонансній області частот, де непридатні традиційні методи та дуже утруднені натурні експерименти.

Перший важливий крок в цьому напрямку було зроблено українськими фізиками та математиками, які виконали основоположні роботи з аналітичної регуляризації крайових задач електродинаміки в некласичних (безмежних) областях. Далі з'явилися фундаментальні теоретичні дослідження, спрямовані на створення коректних математичних моделей, адекватних фізиці резонансного розсіяння хвиль, на систематизацію, узагальнення та вироблення обґрунтованих рекомендацій щодо використання результатів. Вони сприяли ствердженню нової методології як однієї із ведучих в сучасній радіофізиці та прикладній електродинаміці.

Вибір теми дисертації був зумовлений як наявними досягненнями, так і існуючими в цій галузі проблемами. Робота присвячена розв'язанню низки актуальних електродинамічних задач, безпосередньо пов'язаних з найважливішою на теперішньому етапі проблемою модельного синтезу квазіоптичних пристроїв міліметрового та субміліметрового діапазонів довжин хвиль з дзеркалами-гратами як дисперсійними (селективними) елементами. Фізика процесів резонансного розсіяння хвиль такими елементами надзвичайно багата на різноманітні ефекти та явища, на можливості керованого просторового, частотного та поляризаційного перетворювання сигналів. Основні висновки робіт, що узагальнюють відповідні теоретичні результати, базуються на аналізі канонічних задач (нескінченні одновимірні-періодичні ґрати з обмеженою кількістю параметрів в полі плоскої хвилі), але вони, як виявляється, можуть бути розповсюджені і на режими, що виникають в реальних квазіоптичних пристроях (скінченність розмірів плями поля та ґрат, випадковий відхилення в



значеннях параметрів тощо). На частку із виявлених та вивчених при дослідженні дисперсійних властивостей ґрат ефектів та явищ вже орієнтується наукове приладобудування, але більшість результатів залишається надбанням теорії. Одна з основних причин - в складності первинного аналізу, який має урахувати весь спектр функціонально значущих характеристик окремих елементів та дозволити якісно оцінити ефективність роботи системи або пристрою в цілому. Ця загальна проблема модельного синтезу природним способом розподіляється на ряд окремих, простіших, які розв'язуються практично незалежно: проблему електродинамічного моделювання з аналітичним узгодженням внесків розсіюючих неоднорідностей з суттєво різними характерними хвиловими розмірами; аналіз і параметричну оптимізацію електродинамічної моделі; формування стандартного пакету вхідних даних для синтезу дисперсійних елементів та розв'язання відповідних обернених задач.

Успішне вирішення перелічених проблем значною мірою скорочує витрати на теоретичні та експериментальні пошуки оптимальних конструктивних рішень та полегшує остаточний розрахунок вузла, який проєктується. Часто подібний розрахунок з оцінкою вірогідності результатів є нездійснимим, і модельний синтез стає єдиною надійною основою для результативної експериментальної доробки системи.

Використання методології, яка базується на математичному моделюванні та обчислювальному експерименті, досить добре забезпечене технічними засобами та арсеналом стандартних алгоритмів і програм. Можливості відповідних підходів в сучасній теоретичній та прикладній радіофізиці істотно обмежуються відставанням в створенні комплексних математичних моделей складних електродинамічних об'єктів; в розробці спеціалізованих методів для аналізу широкого спектру аномальних і резонансних явищ та ефектів в процесах розсіяння та поширення електромагнітних хвиль; в отриманні ефективних рішень задач діагностики та синтезу дисперсійних елементів та пристроїв, які ці явища реалізують та використовують. Дисертація виконана саме в цьому напрямку, і це обумовлює актуальність тематики проведених досліджень.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження за темою дисертації здійснювались відповідно до плану науково-дослідних робіт Інституту радіофізики та електроніки НАН України в межах фундаментальної НДР "Розвиток нових методів збудження відкритих структур, дослідження процесів генерування, підсилення та стабілізації приладів дифракційної електроніки, створення нових радіосистем та елементної бази в міліметровому та субміліметровому діапазонах хвиль" (номер держреєстрації 0193И42279).

Мета і задачі дослідження. Роботи, орієнтовані на розв'язок сукупності проблем модельного синтезу, практично відсутні, однак, основу для постановки

та ефективного аналізу таких задач вже створено в межах сучасної теорії коливальних і хвильових рухів. Урахування досвіду та досягнень попередників дозволило приступити безпосередньо до реалізації основної мети даного дослідження - розв'язання принципових питань саме модельного синтезу. В дисертації розглянуто дві їх основні групи:

- створення електродинамічних моделей пристроїв резонансної квазіоптики, аналіз і параметрична оптимізація моделей, формування стандартного завдання на синтез селективних дзеркал;
- постановка, розробка методів і алгоритмів розв'язання обернених задач електродинамічної теорії грат.

Наукова новизна та практичне значення роботи обумовлюється такими результатами, одержаними здобувачем особисто:

1. Узагальнено, уточнено відомі та частково здобуто нові результати електродинамічної теорії грат, що забезпечують коректну математичну постановку та розв'язання обернених задач, виникаючих в різних галузях науки і техніки.

2. Реалізовано та протестовано під час обчислювальних експериментів нові прості методи діагностики та синтезу періодичних діелектричних шарів (запропоновані А.Ю.Поєдінчуком та Ю.К.Сіренко). Одержані тут результати не дають повного розв'язку конкретної прикладної задачі, але вони можуть бути корисними під час аналізу багатьох проблем - усі процедури базуються на замкнених зображеннях для так званих "випромінюючих" струмів і полів, тобто тих складових справжніх струмів і полів, які формують зовнішнє, доступне для вимірювання поле об'єкту.

3. Одержано нові, з великим полем можливого використання, рішення задач візуалізації та синтезу (в тому числі - одночастотних та однопозиційних) відбивних періодичних грат. Важливо, що ці рішення є самозамкненими, тобто вони не використовують інших джерел інформації, наприклад, в такому важливому питанні, як питання про початкове наближення, та спираються тільки на стандартні, прості засоби обчислювальної математики, легко підстроюються під конкретні вимоги та конкретний діапазон змінювання параметрів.

4. Вперше розв'язано задачу оптимізації поглинальних властивостей покриттів, періодична гофрована підкладка в яких провокує виникнення та "взаємодію" в діелектричному шарі вищих хвиль, що поширюються. В межах цієї задачі відпрацьовано основні принципи модельного синтезу ефективно перерозсіюючих поверхонь, одержано нові знання про причини та природу аномального поглинання енергії поля в шарах з гратчастими "збуджувачами" вищих хвиль, що поширюються.

5. Проведено аналіз і модельний синтез плоских ґратчастих утворюючих діаграму пристроїв, джерелом збудження яких є лінійні струми та пучки плоских хвиль. Одержано нові повні аналітичні зображення для діаграмних функцій, які дозволяють коректно урахувувати стік енергії в поверхневих хвилях відкритого періодичного хвилеводу та забезпечують пряме формування пакету вхідних даних для постановки та розв'язання задач синтезу плоских утворюючих діаграму пристроїв.

6. Чисельно реалізовано принцип прототипу (запропонований Ю.К.Сіренко та В.П.Шестопаловим) при розв'язанні задач модельного синтезу відкритих дисперсійних резонаторів з істотно розрідженим спектром. Важливим доповненням до отриманих раніше результатів тут є синтез селективних дзеркал, які забезпечують ефективний добір коливань вибраного типу.

7. Розроблено пакет прикладних програм, який може бути використаний для розв'язку фундаментальних та прикладних задач електродинамічної теорії ґрат, для модельного синтезу та параметричної оптимізації різних квазіоптичних пристроїв з ґратчастими дисперсійними елементами.

Перелічені результати можуть бути застосовані для розв'язання наукових та інженерних задач радіофізики та оптики, акустики та антенної техніки, електроніки та радіотехніки мікрохвильового діапазону. Частка - безпосередньо (алгоритмічне та програмне забезпечення комп'ютерних НВЧ пристроїв для неруйнуючого контролю, діагностики та візуалізації), частка - на рівні ідей, методології, логіки розроблених схем, методів і підходів (попередній аналіз, "інженерний" синтез та якісна оцінка приладів та вузлів, що проектуються).

**Особистий внесок здобувача.** Використані в дисертації ідеї та результати співавторів по опублікованим працям частково були відзначені раніше. Крім того, Ю.К.Сіренко, як науковий керівник, визначав основні напрями в дослідженні, приймав участь в постановці задач, в обміркуванні методів і результатів їх розв'язання. Особистий внесок здобувача полягає в детальній розробці методів розв'язання задач, які поставлено в дисертації, в створенні необхідного програмного забезпечення досліджень (в тому числі, і за алгоритмами метода аналітичної регуляризації прямих задач, авторами якого є В.П.Шестопалов та його учні), в здійсненні обчислювальних експериментів, в аналізі та узагальнюванні одержаних результатів.

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали дисертації було представлено та обговорено на IV та V Міжнародних конференціях "Математичні методи в електромагнітній теорії" (1991, Алушта; 1994, Харків), на VI Міжнародному симпозіумі "Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики" (1993, Харків), на Міжнародних семінарах "Прямі та обернені задачі теорії

електромагнітних та акустичних хвиль" (1995 та 1997, Львів), на II Міжнародній конференції "Теорія і техніка антен" (1997, Київ).

**Публікації.** За результатами дисертації опубліковано 12 друкованих праць: 3 статті в фахових журналах, 2 препринта, 7 праць в матеріалах конференцій. Особисто здобувачем опубліковано 4 роботи.

**Структура дисертації.** Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних літературних джерел. Загальний її обсяг - 165 сторінок. З них: основного тексту - 141 сторінка, 2 таблиці та 28 рисунків на 27 сторінках, 108 найменувань літературних джерел на 11 сторінках.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі викладено стан проблем в галузі досліджень, що безпосередньо пов'язана з дисертацією. Окреслено коло питань, розв'язок яких становить основу дисертаційної роботи. Сформульовано основну мету досліджень, наукову новизну та практичне значення одержаних результатів.

В розділі 1 проведено аналіз літературних джерел, присвячених чисельним методам розв'язання обернених задач математичної теорії дифракції.

Успішне дослідження задач модельного синтезу, зокрема - обернених, значною мірою зумовлюється можливістю ефективного розв'язання нескінченнопараметричних прямих задач. В зв'язку з тим, що в первинній постановці обернені задачі, як правило, нелінійні і некоректні та можуть багаторазово посилити кожний негативний фактор, вирішального значення набувають такі експлуатаційні характеристики прямих методів, як ефективність, універсальність та стійкість. Проведений аналіз виявив, що при виборі базових моделей прямих задач доцільним є використання моделей методів, які реалізують ідею аналітичної регуляризації. Переваги їх безперечні по сукупності таких показників, як ефективність, діапазон змінювання параметрів, обмеження на складність функцій, що описують профіль ґрат (ідеально відбиваючі структури) або діелектричну проникність матеріалу (напівпрозорі структури).

Із величезної кількості робіт, присвячених проблемам, які виникають при дослідженні обернених задач, в огляді згадані ті, що мають досить загальний характер, що орієнтовані на розв'язок принципових питань та не обмежені в своїх підходах та методах рамками окремих ситуацій. Різноманітність обернених задач електродинамічної теорії ґрат зумовлена суттєвими відзнаками в початковій інформації, об'єм та якість якої задають клас оберненої задачі та значною мірою визначають можливі методи її розв'язання. Проведений аналіз відомих результатів як в питаннях побудови ефективних обчислювальних схем, так і в питаннях існування та єдиності рішень дозволив обґрунтовано підійти до

постановки та вибору напрямів в створенні алгоритмів розв'язання обернених задач, що розглядаються в дисертації.

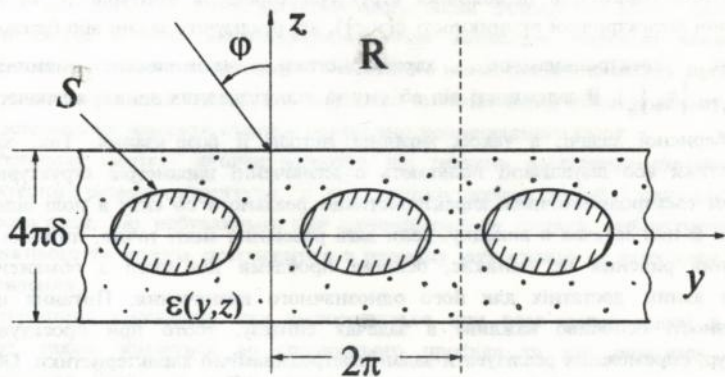
Важливим етапом модельного синтезу є розв'язання задачі параметричної оптимізації квазіоптичної системи. Роль обмежень тут виконують умови збудження ґрат у режимах, на яких базується функціонування таких пристроїв. Досить повно відповідні умови описує сучасна теорія резонансного розсіяння хвиль, багато положень і результатів якої були використані при виконанні даної роботи.

В розділі 2 розглянуто найбільш загальні питання, пов'язані з коректною постановкою прямих і обернених задач електродинамічної теорії ґрат. Пряма задача - це задача визначення будь-яких електродинамічних характеристик структури з даними матеріальними та геометричними параметрами в полі даних джерел. При падінні плоскої  $E$ -поляризованої хвилі  $U^P(y, z)$  на однорідні вздовж осі  $x$  ґрати (рис.1,а) повне поле дифракції  $U(y, z)$  являє собою рішення крайової задачі для каналу Флоке  $R = \{(y, z): 0 \leq y \leq 2\pi\}$ , яке задовольняє умові випромінювання

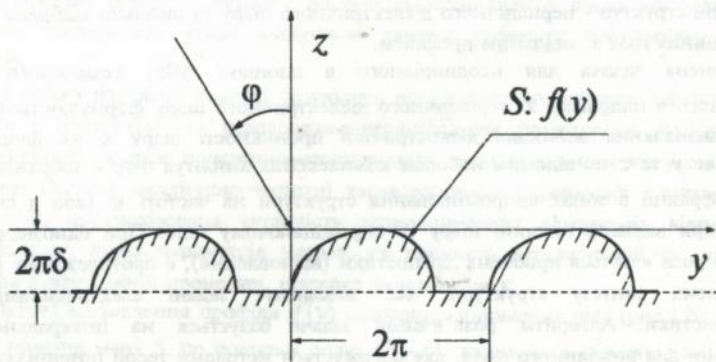
$$U(y, z) = \begin{cases} U^P \\ 0 \end{cases} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{cases} a_{np} \\ b_{np} \end{cases} e^{i[\Phi_n y \pm \Gamma_n(z \mp 2n\delta)]}, \quad \begin{matrix} z > +2\pi\delta \\ < -2\pi\delta \end{matrix},$$

де  $\Phi_n$  та  $\Gamma_n$  - сталі поширення  $n$ -ої гармоніки розсіяного поля в напрямках  $y$  та  $z$ , відповідно;  $\Phi_n = n + \kappa \sin \phi$ ,  $\Gamma_n = (\kappa^2 - \Phi_n^2)^{1/2}$ ,  $\text{Re}, \text{Im} \Gamma_n \geq 0$ ;  $\kappa$  - безрозмірний частотний параметр, який характеризує відношення справжньої довжини періоду ґрат до довжини хвилі збудження; усі процеси розглядаються в безрозмірних просторово-часових координатах, в яких довжина періоду ґрат дорівнює  $2\pi$ , а залежність від часу визначається множителем  $\exp(-i\omega t)$ .

Низка положень, що сформульовані в електродинамічній теорії ґрат, математичній теорії дифракції та теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними, дає якісну характеристику аналітичних властивостей рішень такої крайової задачі. Ці результати узагальнено та переформульовано в роботі з урахуванням специфіки проблем, що досліджуються. Зокрема, наведено твердження про якісні характеристики спектрів крайових задач, що розглядаються; про існування та єдиність рішень; про зображення рішення крайової задачі через канонічну функцію Гріна однорідного каналу Флоке; про аналітичність рішення як функції координат  $y$  та  $z$ ; а також закони зберігання енергії та співвідношення взаємності.



a



б

Рис.1. Геометрия структур

Обернені задачі, що досліджуються в роботі, формуються як задачі визначення параметрів періодичної структури (профіль контурів  $S$  та (або) відносної діелектричної проникності  $\varepsilon(y, z)$ ), які реалізують задані або близькі до заданих електродинамічні характеристики (комплексні амплітуди  $\{a_{np}\}_n$ ,  $\{b_{np}\}_n$ ). В залежності від об'єму та якості вхідних даних, визначається тип оберненої задачі, а також можливі методи її розв'язання. Так, задачі діагностики або візуалізації полягають в визначенні параметрів структури по відомим електродинамічним характеристикам реального об'єкту в полі відомих джерел. В цих задачах в випадку, коли дані розсіяння зняті точно, питання про існування рішення не виникає, основні проблеми пов'язані з обмеженням об'єму даних, достатніх для його однозначного визначення. Питання щодо розв'язності особливо важливе в задачах синтезу, тобто при проектуванні структур, спроможних реалізувати задані електродинамічні характеристики. Об'єм вхідних даних для задач цього типу може і не забезпечувати єдиності рішення (якщо воно існує), найбільш прийнятний вибір диктується суто практичними міркуваннями. В роботі наведено та обгрунтовано твердження про єдиність рішення обернених задач, що розглядаються, при заданих характеристиках повного поля дифракції на будь-якому інтервалі частотного параметра  $k$ .

В розділі 3 подано нові чисельні алгоритми розв'язання обернених задач для двох типів структур - періодичного діелектричного шару та ідеально відбиваючих дифракційних ґрат з довільним профілем.

Обернена задача для неоднорідного в площині  $yOz$ , безмежного та однорідного в напрямку  $x$  періодичного діелектричного шару формулюється як задача визначення відносної діелектричної проникності шару  $\varepsilon$  як функції координат  $y$  та  $z$  по відомим наборам комплексних амплітуд Фур'є зображення поля дифракції в зонах випромінювання структури на частоті  $k$  (або в смузі частот) при відомих товщині шару та опромінюючому полі. При однозначній відповіді розв'язується проблема діагностики (відновлення), в протилежному разі - проблема синтезу структури, яка забезпечує задані електродинамічні характеристики. Алгоритм розв'язання задачі базується на інтегральному зображенні для розсіянного поля, яке одержується методами теорії потенціалу та є вірним для будь-яких кусково-гладких  $\varepsilon(y, z)$ . Перехід до Фур'є-зображень зводить задачу до операторних рівнянь першого роду відносно підлягаючих визначенню коефіцієнтів Фур'є функції  $J(y, z) = [1 - \varepsilon(y, z)]U(y, z)$ . Оператори цих рівнянь є самоспряженими, додатними та компактними, з виродженими ядрами, що дозволяє (за допомогою відомого метода  $\alpha$ -регуляризації Лаврент'єва) впровадити до розгляду замість некоректних операторних рівнянь операторні рівняння другого роду, рішення яких існує, є єдиним, стійким та

може бути одержано в явному вигляді. Це приводить до точного розв'язку задачі синтезу періодичного діелектричного шару, який формує на даній частоті  $k$  даний відгук в зоні випромінювання при збудженні плоскою хвилею. З використанням цього результату побудовано і реалізовано ітераційну процедуру для розв'язання задачі синтезу в смузі частот. Відповідну обчислювальну схему протестовано на прикладі синтезу поперечно-неоднорідного шару.

Результат синтезу істотно залежить від значень частотного параметра та характерних розмірів структури. Зі зменшенням періоду та (або) товщини шару всі розв'язки, що набуваються при одночастотному синтезі, наближуються до справжнього та можуть розглядатися в певному наближенні як розв'язки задачі відновлення.

Ітераційна процедура, яка застосовується при розв'язанні задачі в смузі частот, також збігається до справжнього профіля та дає розв'язок задачі відновлення. Розв'язок задачі синтезу, як правило, виходить вже на першому її кроці.

Діапазон значень  $k$  та  $\delta$ , прийнятних для практичного розв'язання задачі відновлення (діагностики) профіля діелектричної проникності шару по його відгуку на збудження плоскою хвилею фіксованої довжини, обумовлюється припустимою похибкою і виявляється більш широким у випадку поздовжньо-неоднорідних шарів. У випадку поперечно-неоднорідних шарів він може бути значно поширений, якщо зондуючою хвилею вибирати неоднорідну плоску хвилю.

В роботі наведено числові результати одночастотного синтезу діелектричних шарів з поперечно- та поздовжньо-неоднорідним показником діелектричної проникності, синтезу поперечно-неоднорідного шару із заданим відгуком в смузі частот. Подано амплітудно-частотні характеристики справжньої і синтезованої структур, проаналізована чутливість запропонованих алгоритмів відновлення профіля до таких параметрів метода, як параметр регуляризації  $\alpha$ , кількість кроків в ітераційній процедурі, інтервал змінювання  $k$ .

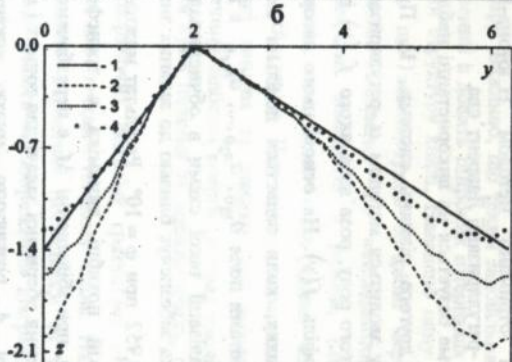
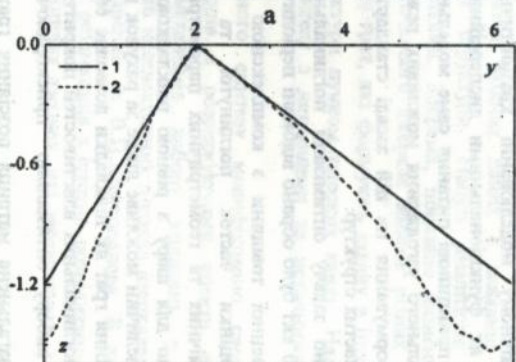
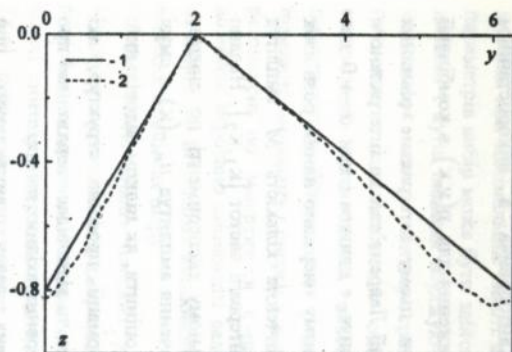
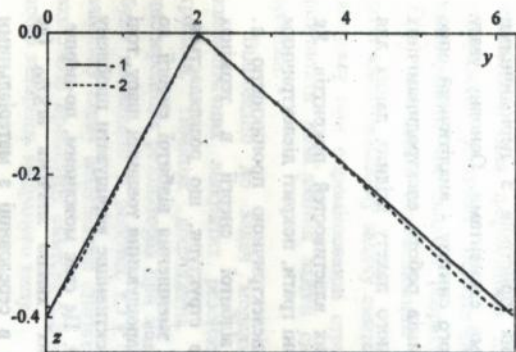
Задача відновлення профіля  $f(y)$  ідеально відбиваючих ґрат (рис.1,6) полягає в визначенні межі  $S$  по повному полю  $U(y, z)$ , заданому в області  $z > 0$  своїми комплексними амплітудами  $\{a_{n0}\}$ . Припущена однозначність функції  $f(y)$  не викликає принципових обмежень при побудованні алгоритмів розв'язання прямих та обернених задач, це припущення можна усунути шляхом відповідної параметризації контура  $S$ . Комплексні амплітуди поля дифракції пов'язані з неперервною густиною "струму"  $\eta(y)$  на межі  $S$  інтегральними співвідношеннями:

$$\begin{cases} a_{n0} \\ -\delta_n^0 \end{cases} = \frac{i}{4\pi\Gamma_n} \int_0^{2\pi} \eta(y_0) e^{\{\pm\}i\Gamma_n f(y_0)} e^{-iny_0} dy_0, \quad n = 0, \pm 1, \dots, \quad (1)$$

де  $\delta_n^0$  - символ Кронекера,  $n$  - номер гармоніки. Заміна підінтегральних експоненціальних функцій, які містять в собі  $f(y)$ , скінченними залишками степеневих рядів (що є обґрунтованим для неглибоких ґрат) дозволяє квазілінеаризувати задачу та звести її до повної системи рівнянь відносно невідомих векторів  $f$ ,  $a^{(0)}$ , ...,  $a^{(2N-1)}$ , де елементи вектора  $f$  являють собою коефіцієнти Фур'є функції  $f(y)$ , а елементи векторів  $a^{(i)}$  - коефіцієнти Фур'є функцій  $f^i(y)\eta(y)$ . Одержана система рівнянь стала основою для побудови алгоритмів розв'язання оберненої граничної задачі. При  $N=1$  система є розв'язуваною відносно  $f(y)$  в явному вигляді. В роботі наведено результати обчислювальних експериментів для цього випадку, які дозволили дати попередню оцінку можливостей алгоритма (приклад див. на рис.2; справжній контур нанесено безперервною лінією 1). Показано, що зі збільшенням таких параметрів, як відносні хвильові розміри максимальної глибини профілювання ґрат (параметр  $\kappa\delta$ ) та довжини їх періода (параметр  $\kappa$ ), а також глибини ґрат в інтегральній метриці якість відновлення профіля за запропонованим алгоритмом погіршується. Запропоновано декілька модифікацій методу, які дозволяють просунутися в бік більших значень  $\delta$  і  $\kappa$  та більшої інтегральної норми функції, що відновлюється: збільшення кількості  $N$  рівнянь системи; використання ітераційної процедури, в межах якої відновлений за базовим алгоритмом при  $N=1$  профіль  $f(y)$  виконує роль початкового наближення, яке дозволяє уточнити значення векторів  $a^{(0)}$  та  $a^{(1)}$  шляхом розв'язання прямої задачі; використання на різних етапах ітераційної процедури замість відновлених функцій профілів їх штучно зкоректованих аналогів. Ефективність запропонованих модифікацій базової схеми проілюстровано в роботі графічним матеріалом за результатами обчислювальних експериментів.

Наведено результати обчислювальних експериментів по відновленню профілів за неповними та неточними вхідними даними, проаналізовано реакцію алгоритма на зміни, що вносилися в дані.

Запропоновано дві схеми розв'язання задачі синтезу структури, яка реалізує в смузі частот  $[\kappa_1, \kappa_2]$  задані електродинамічні характеристики (комплексні амплітуди поля дифракції). Перший, спільний для двох схем, крок полягає в розкладанні підінтегральних експонент в другому із співвідношень (1) в ряди по степеням аргументів. Збереження в цих рядах тільки старших членів дозволяє одержати наближення для густини "струму"  $\eta(y, \kappa)$ , яке не



в

г

Рис.2. Відновлення профілів ешелетів різної глибини при  $\varphi = 0^\circ$  (2 -  $\kappa = 1,2$ ; 3 - 1,05; 4 - 0,8).

використовує інформацію про амплітуди вторинного поля, що формується ґратами. З урахуванням цього наближення доходимо класичної нелінійної задачі, розв'язок якої відносно невідомої функції  $f(y)$  потребує обернення оператора Урисона, та отримано методом Н'ютона-Канторовича з використанням процедури  $\alpha$ -регуляризації Лаврент'єва.

Друга схема базується на використанні наближення для  $\eta(y, \kappa)$  в комбінації першого та другого рівнянь системи (1). При цьому інтегральне рівняння першого роду зводиться методом  $\alpha$ -регуляризації Лаврент'єва до інтегрального рівняння другого роду, розв'язок якого  $f_\alpha(y)$  існує, є єдиним і при  $\alpha \rightarrow 0$  дає шуканий профіль  $f(y)$ . На основі цього алгоритму одержано явний розв'язок  $f(y)$  у випадку, коли задається довільна скінченна кількість  $M$  амплітуд розсіяного ґратами поля  $a_{n_0}, a_{n_2}, \dots, a_{n_M}$  в інтервалі частот  $[\kappa_1, \kappa_2]$ . Надано результат реалізації такої схеми в обчислювальному експерименті по синтезу структури, яка забезпечує близькі до заданих значення амплітуд  $a_{n_m}(\kappa)$  в смузі  $0,652 \leq \kappa \leq 0,952$  при  $\varphi = 10^\circ$ . Результат можна оцінити, як цілком задовільний: при невеликій похибці динаміка в трансформації профілів структур, які синтезуються, при збільшенні  $M$  є передбаченою та відповідає твердженню про єдиність рішення оберненої задачі для точних і повних вхідних даних.

В розділі 4 розглянуто низку ключових задач, виникаючих при електродинамічному моделюванні квазіоптичних пристроїв з періодичними структурами як функціональними дисперсійними елементами. Основну увагу звернено на принципи питання саме модельного синтезу - аналітичний опис умов оптимального узгодження можливих режимів роботи електродинамічних об'єктів і формування на цій засаді стандартного пакету вхідних даних для синтезу ґратчастих структур.

Досліджено задачу оптимізації поглинальних властивостей покриттів. Як модельний об'єкт було обрано відбивні періодичні ґрати, покриті діелектричним шаром скінченної товщини з комплексною діелектричною проникністю  $\epsilon$ . Наведено оцінки часток поглинутої та відбитої енергії в термінах електродинамічних та геометричних параметрів структури, що розглядається. Показано, що для шару з рівною підкладкою зменшення відбитої енергії до задовільних величин можливе лише за рахунок нарощування товщини шару, тоді як використання ґрат як підкладки дозволяє ефективніше вирішувати проблему оптимізації поглинальних властивостей покриття. Це стає можливим, по-перше, за рахунок вибору оптимально "прискорюючих" хвилю значень  $\text{arg} \tau_{00}$  (де  $\{r_{np}\}_{n,p}$  - узагальнена матриця розсіяння ґрат в середовищі з матеріальними параметрами  $\epsilon_0 \epsilon$  та  $\mu_0$ , яку можна розрахувати за алгоритмом метода

аналітичної регуляризації), при цьому можливе значне зменшення товщини шару. І, по-друге, - шляхом відповідного підбору параметрів ґрат і режиму її роботи, який забезпечує попадання  $|r_{00}|$  в потрібний інтервал змінювання значень при мінімальній висоті шару. Важливо, що такий задовільний щодо всіх параметрів вибір може бути здійснений в досить широких інтервалах змінювання довжин і кутів падіння збуджуючої структури хвилі. Наведено одну з можливих постановок задачі синтезу ґрат, що забезпечують потрібні характеристики покриття в однохвильовій області. Показано, що найсприятливішим для оптимізації поглинальних властивостей покриттів є режим, коли в шарі поширюються більше двох гармонік, але лише один канал відкритий на перевипромінювання енергії у вільний простір. При цьому розумне використання резонансів по запертим в  $\epsilon$ -шарі хвилям та хвилям, що випромінюються, дозволяє керувати змінювати величину відбитої енергії, в тому числі, і в різних за шириною інтервалах змінювання кутів падіння та довжин хвиль, при не дуже великих товщинах шару.

Проведено аналіз плоских утворюючих діаграму ґратчастих структур, які збуджуються точковими джерелами або пучками плоских хвиль. На цій основі розроблено алгоритмічне забезпечення коректної постановки та розв'язання задачі синтезу. Одержано нові повні аналітичні зображення діаграмної функції  $D(\varphi)$  вторинного поля через амплітуди просторового спектру ґрат у вигляді, придатному для формування пакету вхідних даних в завданні на синтез утворюючої діаграму періодичної структури. Набуті аналітичні результати підтверджені чисельними розрахунками. Зокрема, показано змінення значень  $D(\varphi)$ , викликані переміщенням точкового джерела вздовж різних траєкторій; розв'язано модельну задачу синтезу ґрат, які формують задану в інтервалі кутів діаграму при опромінюванні структури пучком плоских хвиль. Надано також результати розв'язання задачі синтезу з неповними та неточними вхідними даними.

Відповідно до задач модельного синтезу модифіковано схему аналізу квазіоптичних відкритих резонаторів з розріджуючими спектр дзеркалами-ґратами. Початок досліджень механізмів добору коливань у відкритих дисперсійних резонаторах при заміні неселективних дзеркал дзеркалами-ґратами було покладено в роботах Ю.К.Сіренко та В.П.Шестопалова. В дисертації в загальну схему модельного синтезу резонаторів з істотно розрідженим спектром включено процедуру синтезу селективних дзеркал, які забезпечують ефективний добір коливань вибраного типу.

## ВИСНОВКИ

Далі перелічені основні результати дисертації, які висуваються до захисту.

1. Розроблено формально-коректні загальні підходи до постановки та розв'язання обернених задач електродинамічної теорії ґрат: проведено класифікацію задач і аналіз проблеми неповних і (або) неточних даних; досліджено дуже важливе для проблеми в цілому питання існування і єдиності рішень; сформульовано та обґрунтовано ряд тверджень щодо достатньої повноти і точності вхідних даних.

2. Побудовано, реалізовано та докладно апробовано прості та надійні алгоритми чисельного розв'язання задач візуалізації та синтезу для об'ємних діелектричних та ідеально відбиваючих ґрат (початок резонансного та весь довгохвильовий діапазони щодо основних характерних розмірів ґрат і параметрів зондувальної хвилі).

3. Розв'язано задачі аналізу та модельного синтезу (параметричної оптимізації) ефективно поглинаючих покриттів, періодично гофрована підкладка в яких провокує виникнення та "взаємодію" в шарі вищих хвиль, що поширюються. Сформульовано умови, за яких відбувається аномально високе поглинання енергії поля в шарах з ґратчастими "збуджувачами" вищих хвиль (поперечні резонанси різних типів по запертим гармонікам та гармонікам, що випромінюються). Вказано на засоби значного розширення діапазону параметрів, де можливе майже повне поглинання енергії хвилі збудження.

4. Розв'язано задачі аналізу та модельного синтезу плоских ґратчастих утворюючих діаграму пристроїв, джерелом збудження яких є лінійні струми та пучки плоских хвиль. Одержано повні аналітичні зображення для діаграмних функцій відбивальних ґрат, які дозволяють коректно урахувати стік енергії в поверхневих хвилях відкритого періодичного хвилеводу і забезпечують ефективний електродинамічний аналіз утворюючих діаграму пристроїв та пряме формування пакету вхідних даних для постановки та розв'язання відповідних задач синтезу.

Всі нові результати одержано на основі математично-обґрунтованих методів; модельні наближення, які використовувалися, були неодноразово апробовані раніше, вони не спотворюють фізичної сутності задач. Алгоритми та методи тестувались під час обчислювальних експериментів. Перевірки піддавались: виконання загальних умов і закономірностей; точність повторення числових результатів інших авторів в ряді окремих ситуацій; точність розв'язання обернених задач (порівняння з контрольним об'єктом під час візуалізації або діагностики) і т.д. Всі перевірки дали позитивні результати.

## СПИСОК ОСНОВНИХ ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Сиренко Ю.К., Величко Л.Г. Обратные двумерные граничные задачи теории дифракции волн // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. - 1996. - №2. - С.2-19.
2. Величко Л.Г., Посединчук А.Е., Сиренко Ю.К., Шестопапов В.П. Об одной обратной задаче дифракции для периодического диэлектрического слоя // Доповіді НАН України. - 1996. - №2. - С.21-26.
3. Величко Л.Г. Квазилинеаризация как метод построения алгоритмов численного решения обратных граничных задач теории дифракции // Доповіді НАН України. - 1997. - №3. - С.84-90.
4. Величко Л.Г. Модельный синтез решетчатых поглощающих и диаграммообразующих структур. - Харьков: 1997. - 34 с. - (Препр. // АН Украины. Ин-т радиофизики и электроники; 97-1).
5. Величко Л.Г., Сиренко Ю.К., Шестопапов В.П. Обратные задачи теории дифракции для компактных и периодических идеально отражающих объектов (Обзор методов и результатов) - Харьков: 1993. - 37 с. - (Препр. / АН Украины. Ин-т радиофизики и электроники; 93-2).
6. Sirenko Yu.K., Velichko L.G. Inverse boundary value problems in scattering theory: methods, results, open questions // Proc. 5-th International Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. - Kharkov (Ukraine). - 1994. - P.400-402.
7. Величко Л.Г., Сиренко Ю.К. Метод гиперболических уравнений в обратных электродинамических граничных задачах теории дифракции // Тез. докл. семинара "Численное решение прямых и обратных задач теории электромагнитных и акустических волн" (DIPED-95). - Львов: ИППММ НАН Украины. - 1995. - С.13-14.
8. Velichko L.G., Sirenko Yu.K. Applied model inverse problems in electrodynamic theory of gratings //Proc. Second International Conf. on Antenna Theory and Techniques. - Kyiv (Ukraine). - 1997. - P.121-122.
9. Величко Л.Г. Реконструкция и синтез отражательных дифракционных решеток // Тез. докл. семинара «Прямые и обратные задачи теории электромагнитных и акустических волн» (DIPED-97). - Львов: ИППММ НАН Украины. - 1997. - С.36-39.
10. Величко Л.Г., Сиренко Ю.К. Модельный синтез квазиоптических устройств с зеркалами-решетками // Тез. докл. семинара «Прямые и обратные задачи теории электромагнитных и акустических волн» (DIPED-97). - Львов: ИППММ НАН Украины. - 1997. - С.40-42.

Величко Л.Г. Обратные задачи дифракции для плоских периодических структур. - Рукопись.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 - радіофізика. - Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я.Усикова НАН України, Харків, 1997.

Дисертацію присвячено розв'язанню електродинамічних задач, пов'язаних з проблемою модельного синтезу квазіоптичних пристроїв з селективними дзеркалами-гратами. В ній проаналізовано досить загальні підходи до постановки та розв'язання обернених задач теорії ґрат, побудовано та реалізовано прості та надійні алгоритми чисельного розв'язання задач візуалізації та синтезу для об'ємних діелектричних та ідеально відбиваючих періодичних структур. Створено електродинамічні моделі, здійснено аналіз і параметричну оптимізацію поглинаючих покриттів, періодична гофрована підкладка в яких провокує виникнення та «взаємодію» в діелектричному шарі вищих гармонік, що поширюються. Проведено аналіз і модельний синтез утворюючих діаграму пристроїв, джерелом збудження яких є лінійні струми та пучки плоских хвиль. Усі нові результати одержано на основі математично обґрунтованих методів та перевірено під час обчислювальних експериментів.

Ключові слова: математичне моделювання, дифракційні ґрати, квазіоптичні пристрої, обернені задачі, числові методи, поглинаючі покриття, утворюючі діаграму пристрої.

Величко Л.Г. Обратные задачи дифракции для плоских периодических структур. - Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 - радиофизика. - Институт радиофизики и электроники им. А.Я.Усикова НАН Украины.

Диссертация посвящена решению электродинамических задач, связанных с проблемой модельного синтеза квазиоптических устройств с селективными зеркалами-решетками. В ней проанализированы достаточно общие подходы к постановке и решению обратных задач теории решеток, построены и реализованы простые и надежные алгоритмы численного решения задач визуализации и синтеза для объемных диэлектрических и идеально отражающих периодических структур. Построены электродинамические модели, проведен анализ и параметрическая оптимизация поглощающих покрытий, периодически гофрированная подложка в которых провоцирует появление и «взаимодействие» в диэлектрическом слое высших распространяющихся гармоник. Проведен анализ и модельный синтез диаграммообразующих устройств, источником возбуждения которых служат линейные токи и пучки плоских волн. Все новые

результаты получены на основе математически обоснованных методов и проверены в ходе вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: математическое моделирование, дифракционная решетка, квазиоптические устройства, обратные задачи, численные методы, поглощающие покрытия, диаграммообразующие устройства.

Velichko L.G. Inverse diffraction problems for the plane periodic gratings. - Manuscript.

Thesis for a candidate degree in physics and mathematics by speciality 01.04.03 - radiophysics. - Institute of Radiophysics and Electronics of National Academy of Science of Ukraine, Kharkiv, 1997.

The dissertation is devoted to solving the electrodynamic problems associated with the model synthesis of quasi-optical arrangements with selective gratings-mirrors. The sufficiently general approaches to the setting and the solving of inverse problems in the theory of gratings have been analyzed there; the simple and reliable algorithms for solving reconstruction and synthesis problems for volume dielectric and perfectly conducting periodic structures have been implemented. The electrodynamic models have been constructed and the parametric optimization has been performed for absorbing coatings with periodically corrugated substructure which provokes the rise and «interaction» of the highest propagating harmonics in the dielectric layer. The analysis and model synthesis of diagram-forming structures excited by a linear current or a beam of plane waves have been carried out. All new results have been obtained on the basis of mathematically proved methods and have been tested during the computational experiments.

Key words: mathematical modeling, diffraction grating, quasi-optical arrangements, inverse problems, numerical methods, absorbing coatings, diagram-forming arrangements.

Нау

Величко Людмила Георгіївна

**ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ДИФРАКЦІЇ  
ДЛЯ ПЛОСКИХ ПЕРІОДИЧНИХ СТРУКТУР**

Відповідальний за випуск Л.О.Пазинін

Підп. до друку 22.10.97. Формат 60/84/16  
Пап.офс. Офс.печ. Ум.-печ.арк.1. Уч.-вид.арк.1.  
Тираж 100 прим. Зам.46. Без ціни.

---

Ротапринт ІРЕ НАН України  
Харків, 85, вул. Академіка Проскури, 12