

ЗАПОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Тамурова Наталія Миколаївна

УДК 539.3

**СТАЦІОНАРНІ ВИПАДКОВІ КОЛИВАННЯ НЕЛІНІЙНО-ПРУЖНИХ
ТРЬОХШАРОВИХ ОБОЛОНОК**

Спеціальність 01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук



Запоріжжя - 1997

539.3

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00751766 (W)

Дисертація є рукописом.

Робота виконана в Запорізькій державній інженерній академії Міністерства освіти України.

Науковий керівник доктор фізико-математичних наук,
професор **Туровцев Генадій Володимирович**,
Запорізький інститут економіки та
інформаційних технологій, ректор.

Офіційні опоненти:

Доктор фізико-математичних наук, професор **Василенко Анатолій Тихонович**,
Інститут механіки НАН України, головний науковий співробітник відділу
обчислювальних методів.

Доктор технічних наук, професор **Гришак Віктор Захарович**, Запорізький
державний університет, завідуючий кафедрою прикладної математики.

Провідна установа

Донецький державний університет, кафедра теорії пружності й обчислювальної
математики, Міністерство освіти України, м. Донецьк.

Захист дисертації відбудеться 17 грудня 1997 р. о 14⁰⁰ годині в
аудиторії 55 на засіданні спеціалізованої вченої ради К 08.04.02 при
Запорізькому державному університеті за адресою: 330600, м. Запоріжжя, МСП-
41, вул. Жуковського 66.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Запорізького державного
університету за адресою: 330600, м. Запоріжжя, МСП-41, вул. Жуковського 66.

Автореферат розісланий «14» листопада 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Сисоев Ю.О.

AB-38,812

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Предметом дослідження дисертаційної роботи є нелінійно-пружні трьохшарові оболонки та пластинки, на які діють зовнішні випадкові навантаження. Актуальність дослідження обумовлена широким використанням багатшарових пластин та оболонок, зокрема трьохшарових, як елементів конструкцій в електронному, електротехнічному приладобудуванні, в літако-ракетобудуванні та інше. Дуже важливим є й те, що взагалі при експлуатації багатьох виробів зовнішній вплив може бути випадковим. При цьому виникають такі нештатні ситуації, для яких нормативні розрахунки в рамках детерміністичних теорій не можуть бути обґрунтовані.

Науковою і практичною проблемою в останні десятиріччя стала проблема побудови нелінійних математичних моделей для розрахунку трьохшарових оболонок і пластин на дію зовнішніх випадкових навантажень з використанням теорії ймовірності та методів математичної статистики. При застосуванні статистичної теорії з'являється можливість опису і вивчення таких явищ, які в межах детерміністичної теорії не можуть бути виконані.

Теоретичні основи стохастичної динаміки елементів конструкцій розроблені в відомих монографіях В.В. Болотіна, А.С. Вольміра, А.С. Гусева, В.А. Светлицького, Н.А. Ніколаєнко та інших вчених. Однак стохастичні процеси, які виникають при коливанні трьохшарових оболонок і пластин, ще не мають свого достатнього дослідження.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є визначення ймовірними методами статистичних характеристик при стаціонарних стохастичних коливаннях нелінійно-пружних трьохшарових оболонок. Для досягнення поставленої мети роботи потрібна побудова математичних моделей коливань трьохшарових нелінійно-пружних оболонок і пластин при дії по їх поверхні та контуру випадкових зовнішніх навантажень типу «білий шум», тобто:

ЛІТЕ Ів. В. Стефанівич
АН України

- побудова системи диференціальних рівнянь відносно кореляційних функцій часових амплітуд прогинів шарів оболонки з врахуванням та без врахування поперечного стиснення нелінійно-пружного середнього шару ;
- складання рівнянь Колмогорова, коли випадкові коливання оболонок можуть бути описані по теорії Маркова;
- побудова рівняння Понтрягіна для одержання середнього часу стійкої роботи оболонки;
- рішення низки задач і їх аналіз, складання кореляційних функцій для напруг, переміщень, дисперсій, визначення статистичних величин для частот по нулям, екстремумам, точкам перегину та інше.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що:

- розроблена вперше в динаміці трьохшарових оболонок і пластин методика побудови математичних моделей для дослідження стохастичних коливань таких конструкцій;
- отримані нелінійні диференціальні рівняння для проведення кореляційного аналізу динамічних процесів трьохшарових оболонок, рівняння Колмогорова для визначення щільності розподілу ймовірностей амплітуди прогинів шарів оболонок та їх швидкостей;
- розв'язані нові задачі та установлені механічні ефекти якими є: задача по визначенню кореляційної функції відносно амплітуди прогину, через яку розраховують основні статистичні параметри динаміки оболонки, задача про параметричні коливання оболонки, задача по визначенню середнього часу надійної роботи оболонки та побудови графіків ізохрон і наближених графіків сепаратрис.

Практичне значення одержаних результатів. Виконана робота може використовуватися в практиці як приклад опису та побудови математичних моделей стохастичних процесів. Одержані для загального випадку кореляційні функції можуть дати широку інформацію про динамічний стан трьохшарової оболонки при дії на неї випадкових навантажень на стадії проектування і виготовлення із них різних виробів.

По відносним геометричним та механічним параметрам оболонки можливо із графіків та таблиць визначити значення дисперсії, кореляційної функції, середньої частоти і часу стійкої роботи.

Особистий внесок здобувача полягає в розробці:

- нових математичних моделей по кореляційному аналізу стосовно вивчення випадкових коливань трьохшарових оболонок із нелінійно-пружними характеристиками матеріалу середнього шару, пружно-деформівний стан якого описується співвідношеннями Каудерера, моделей в вигляді рівнянь Колмогорова стосовно вивчення розподілу щільності ймовірностей амплітуд прогинів та їх швидкості в кожному шару оболонки;
- методики дослідження стохастичних коливань конструкцій на складні трьохшарові і нелінійно-пружні оболонки;
- нових наукових та практичних результатів, до яких входять розв'язки задач, функціональні співвідношення між вхідними та вихідними параметрами, чисельний та графічний матеріал.

Апробація результатів роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на:

- Третій всесоюзній конференції "Механіка неоднорідних структур", Львів, 17-19 вересня 1991 р.;
- Першій Всесоюзній конференції "Технологічні проблеми міцності несучих конструкцій". Запоріжжя, 24-26 вересня 1991 р.;
- Міжреспубліканському науковому семінарі "Технологічні проблеми міцності". Подільськ, 29 червня- 2 липня 1992 р.;
- Всеукраїнській науковій конференції "Крайові задачі термомеханіки". Львів, 23-24 вересня 1996р.

В цілому дисертаційна робота доповідалась і обговорювалась на об'єднаному семінарі кафедр вищої математики, математичного моделювання та системного програмування, кафедри математичних методів в економіці і інформаційних технологій Запорізької державної інженерної академії, семінарі кафедри прикладної математики Запорізького державного університету.

Публікації. По матеріалам дисертації опубліковані 5 наукових статей і 3 тези.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається із змісту, вступу, огляду літератури по темі дисертації, трьох розділів, висновків та списку використаної літератури з 97 найменувань. Загальний обсяг роботи складає 131 сторінку, 19 рисунків та 5 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

Зміст дисертації складає перелік найменувань головних розділів роботи та їх пунктів, які дають загальне уявлення про питання, що в них викладаються і вивчаються.

Вступ роботи містить в собі найбільш важливі кваліфікаційні характеристики дисертації: актуальність теми та її зв'язок із науковими програмами, мету і задачі дослідження, наукову новизну та практичне значення теми роботи і одержаних результатів, особистий внесок здобувача наукового ступеня в розробку та розв'язання задач роботи, апробацію та публікацію результатів.

В огляді літератури по темі дисертації відзначаються основні існуючі монографії та журнальні статті по стохастичним коливанням конструкцій і статистичним методам їх досліджень.

Аналіз наведених публікацій показав, що практично повністю в науковій літературі відсутні математичні моделі і методи рішення динамічних задач трьохшарових оболонок та пластин, які знаходяться в дії зовнішніх випадкових силових полів. Ці висновки обумовили вибір теми дисертації, сформулювати її мету і окреслити задачі досліджень.

В першому розділі розглянуті стохастичні коливальні процеси і одержані детерміновані рівняння для коливань трьохшарових оболонок. В першому пункті для випадку, коли коливання конструкції описані лінійною системою диференціальних рівнянь першого порядку з вхідними випадковими функціями навантажень $f_i(t)$, методом диференціальних рівнянь побудована

детермінована система диференціальних рівнянь другого порядку відносно кореляційних функцій. Так, якщо система стохастичних рівнянь має вигляд (1.1)

$$\dot{\xi}_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ij} \xi_j(t) = f_i(t), \quad i = 1, \dots, n \quad (1.1)$$

то детермінована система рівнянь відносно кореляційних функцій одержана в формі (1.2)

$$\ddot{K}_{ik}(\tau) + \sum_{l=1}^n a_{il} \dot{K}_{il}(\tau) - \sum_{j=1}^n a_{ij} \left[\dot{K}_{kj}(\tau) + \sum_{l=1}^n a_{lj} K_{lj}(\tau) \right] = -K_{f_i f_i}(\tau), \quad (1.2)$$

$i, k = 1, 2, \dots, n.$

В другому пункті побудовані математичні моделі описуючі стохастичні коливання трьохшарових оболонок з фізично-нелінійними характеристиками матеріалу середнього шару. При умові, що по поверхні оболонки діє випадкове навантаження $f(t)$, диференціальне рівняння стохастичних коливань оболонки запишеться так:

$$\ddot{\xi} + \alpha_1 \dot{\xi} + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \xi^2 + \alpha_4 \xi^3 + \alpha_5 \xi^4 + \alpha_6 \xi^5 = f(t) \quad (1.3)$$

Після застосування методу диференціальних рівнянь до рівняння (1.3) одержано детерміноване нелінійне диференціальне рівняння четвертого порядку у вигляді (1.4)

$$K_{iiii} + F_{1k} K_{ii}(\tau) + F_{2k} K(\tau) + \Phi_{2k} K^2(\tau) + F_{3k} K^3(\tau) + \Phi_{3k} K^4(\tau) + F_{4k} K^5(\tau) + \Phi_{4k} = K_{ff}(\tau) \quad (1.4)$$

В (1.4) $K(\tau) = \langle \xi(t_1) \cdot \xi(t_2) \rangle$ - кореляційна функція амплітуди прогину оболонки, $F_k; \Phi_{2,3,4,k}(\alpha_i, K(o))$.

Якщо на оболонку діють випадкові рухомі навантаження, то рівняння (1.4) не змінюється. Необхідно тільки врахувати кореляційні функції на вході від рухомих навантажень. В випадку, коли матеріал середнього шару стисливий по лінійному закону по товщині, стохастичні коливання оболонки описуються системою двох диференціальних рівнянь у вигляді (1.5):

$$\ddot{\xi}_1 + \alpha_1 \dot{\xi}_1 + \alpha_2 \xi_1^2 + \alpha_3 \xi_1^3 + \alpha_4 \xi_1 + \alpha_5 \xi_2 + \alpha_6 \xi_1 \xi_2 + \alpha_7 \xi_1^2 + \alpha_8 \xi_2^2 + \alpha_9 \xi_1^2 \xi_2 + \alpha_{10} \xi_2^2 \xi_1 + \alpha_{11} \xi_1^3 + \alpha_{12} \xi_2^3 = f_1(t) \quad (1.5)$$

Друге рівняння має структуру (1.5), при заміні $\alpha_i \rightarrow \beta_i, f_1(t) \rightarrow f_2(t)$ - випадкові навантаження.

Як відомо, при застосуванні методу диференціальних рівнянь до системи із двох стохастичних рівнянь (1.5), детерміністична система складається із трьох нелінійних диференціальних рівнянь четвертого порядку відносно трьох кореляційних функцій

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^4 C_{im} K_{\xi_1 \xi_2}^{(m)} + \sum_{n=0}^4 \bar{C}_{in} K_{\xi_1 \xi_2}^{(n)} + \sum_{k=0}^4 C_{ik} {}^* K_{\xi_1 \xi_2}^{(k)} + \\ & \left(\sum_{r=1}^2 \bar{C}_{ir} K_{\xi_1 \xi_2} + \bar{C}_{i3} K_{\xi_1 \xi_2} \right)^2 + \left(\sum_{s=1}^2 C_{is} {}^* K_{\xi_1 \xi_2} + C_{i3} {}^* K_{\xi_1 \xi_2} \right)^3 + \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$C_{i0} = K_{f_1 f_2} (i=1), K_{f_2 f_2} (i=2), K_{f_1 f_2} (i=3),$$

$$i = 1, 2, 3$$

Прийнятий метод розв'язування (1.4), (1.6) є метод малого фізичного параметру.

В третьому пункті приведена методика розв'язання системи рівнянь (1.2) з використанням двобічного інтегрального перетворення Лапласа.

Для системи (1.2) побудовані відповідно системи алгебраїчних рівнянь зображень оригіналів з врахуванням початкових умов. Розв'язана в полі зображень система із двох рівнянь.

У другому розділі на основі марковських процесів одержані рівняння щільності розподілу ймовірностей амплітуд і швидкостей прогинів при коливаннях трьохшарових оболонок.

В першому пункті розв'язана задача по визначенню щільностей розподілу ймовірностей $\xi(t)$ і $\dot{\xi}(t)$ трьохшарової оболонки, коливання якої описується рівнянням (1.3). Використовуючи загальне рівняння Колмогорова

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{j=1}^m \frac{\partial}{\partial u_j} (\chi_j p) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \frac{\partial^2}{\partial u_j \partial u_k} (\chi_{jk} p) \quad (2.1)$$

і рівняння (1.3) для отримання коефіцієнтів інтенсивності марковського процесу χ_j і χ_{jk} при умові, що $f(t)$ є «білий шум», одержано ($m = 2$) рівняння Колмогорова (2.1) в такому вигляді

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \dot{u}_1} \left[f^*(u_1)p + \frac{S_0 \partial p}{4\varepsilon \partial u_1} \right] + \left(-\frac{\partial}{\partial u_1} + 2\varepsilon \frac{\partial}{\partial \dot{u}_1} \right) (\dot{u}_1 p + \frac{S_0 \partial p}{4\varepsilon \partial \dot{u}_1}) \quad (2.2)$$

Якщо $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ і $p(u_1, \dot{u}_1) = p_1(u_1)p_2(\dot{u}_1)$, рішення (2.2) має вигляд

$$p_1(u_1) = C_1 \exp\left(-\frac{4\varepsilon}{S_0} \int f^*(u_1) du_1\right), \quad p_2(\dot{u}_1) = C_2 \exp\left(-\frac{2\varepsilon}{S_0} \dot{u}_1^2\right) \quad (2.3)$$

Тут C_1, C_2 знаходяться із умов нормування.

В другому пункті розв'язана аналогічна задача ($m = 4$) для трьохшарової оболонки з стислим середнім шаром по лінійному закону. Тут використані рівняння (1.5) для одержання χ_j, χ_{jk} і побудови рівняння Колмогорова.

В третьому пункті розв'язана задача по визначенню щільності розподілу ймовірностей ξ_1, ξ_2, ξ_3 і $\dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\xi}_3$, коли стисливість середнього шару змінюється по товщині по квадратичному закону. Система рівнянь коливань оболонки має вигляд

$$\begin{aligned} \alpha_1 \ddot{\xi}_1 + \alpha_2 \dot{\xi}_1 + L_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= g_1(t), \\ \beta_1 \ddot{\xi}_2 + \beta_2 \dot{\xi}_2 + L_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= g_2(t), \\ \gamma_1 \ddot{\xi}_3 + \gamma_2 \dot{\xi}_3 + L_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3) &= 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

В (2.4) ξ_1, ξ_2, ξ_3 - амплітуди прогинів середніх поверхонь крайніх і середнього шарів оболонки, $g_1(t), g_2(t)$ - випадкові навантаження на крайні поверхні оболонки типу "білий шум". Використовуючи (2.4) для визначення χ_j, χ_{jk} , побудовано для цієї задачі рівняння (2.1). Тут прийнято, як звичайно, $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\xi}_3$ рівними відповідно $u_1, u_3, u_5, \dot{u}_1, \dot{u}_3, \dot{u}_5$. Для стаціонарного випадку одержані $p_1(u_1), p_2(\dot{u}_1), p_3(u_3), p_4(\dot{u}_3), p_5(u_5), p_6(\dot{u}_5)$. Рішення $p_1(u_1), p_3(u_3), p_5(u_5)$ містять відповідно $u_3, u_5, u_1, u_5, u_1, u_3$ і залежать від них як від параметрів.

На рис. 2.1 і рис.2.2 наведені характерний вигляд $p_1(u_1)$ і $p_2(\dot{u}_1)$.

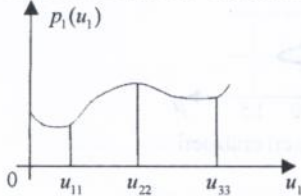


Рис.2.1 ($u_3, u_5 - const$)

Щільність розподілу ймовірності u_1 .

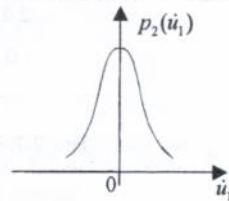


Рис. 2.2

Щільність розподілу ймовірності \dot{u}_1 .

В четвертому пункті розглянута задача про параметричні коливання прямокутної трьохшарової панелі при дії на крайні шари контура випадкових навантажень, кореляційні функції яких змінюються по експоненціально-косинусно-синусному закону.

Для рішення цієї задачі розглянуті сумісно рівняння (2.1), (2.4) і лінійні диференціальні рівняння другого порядків для фільтрів, через які пропускаються "білі шуми" формуючі експоненціально-косинусно-синусні кореляційні функції.

За рахунок рівнянь фільтрів розширюється фазовий простір ($m = 10$). Рівняння Колмогорова має складну структуру і його розв'язання може бути виконано чисельними методами.

В роботі розв'язана задача для оболонки, коли $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \xi$, тобто для рівняння (1.3). Тоді рівняння Колмогорова ($m = 4$) буде таким:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} = & 2(\rho + \gamma)p - u_2 \frac{\partial p}{\partial u_1} + [2\gamma u_2 + u_1 + \mu u_1 u_3] + f(u_1^3, u_1^5) \frac{\partial p}{\partial u_2} - \\ & - u_4 \frac{\partial p}{\partial u_3} + (2\rho u_4 + \vartheta^2 u_3) \frac{\partial p}{\partial u_4} + \frac{1}{2} S \frac{\partial^2 P}{\partial u_4^2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Дотримуючись далі методики В.В.Болотіна, на основі (2.5), побудована система із дев'яти рівнянь відносно моментів.

Із умови $\det H = 0$, одержано:

$$\mu^2 = [4(\gamma + \rho)(\rho + \gamma\vartheta^2) + (\vartheta^2 - 1)] [1 + 4\rho(\rho + \gamma) - \vartheta^2]^{-1} \quad (2.6)$$

Вираз (2.6) повністю співпадає з результатом В.В.Болотіна для однорідної по товщині оболонки. На рис. 2.3 побудовані зони стійкості /не стійкості/ значень параметрів оболонки.

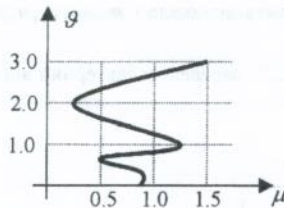


Рис. 2.3. Границя області стійкості.

В третьому розділі проведено статистичний аналіз коливань трьохшарових оболонок.

Перший пункт містить співвідношення Гука для зовнішніх шарів і Каудерера для пружного фізично нелінійного і стисливого по товщині середнього шару, деформації яких виражені через амплітуди $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $\xi_3(t)$. Якщо граничні умови для переміщень по контуру оболонки задовольняються тригонометричними функціями, то кореляційні функції напружень і переміщень мають вигляд

Для зовнішніх шарів:

$$K_{\sigma_x}(x, y, \tau) = \langle \sigma_x(x, y, t_1) \sigma_x(x, y, t_2) \rangle = \Phi(K_{\xi_1}(\tau), \dots) \sin^2 \alpha_m x \sin^2 \beta_n y, \quad (3.1)$$

$K_{\sigma_y}, K_{\tau_{xy}}, \dots, K_{\tau_{yz}}$ – аналогічно.

Для середнього шару, наприклад:

$$K_{\bar{\sigma}_x}(x, y, \tau) = \Phi_1(K_y(\tau)) \sin^2 \alpha_m x \sin^2 \beta_n y + \Phi_2(K_y(\tau), K_y(0)) \cdot \sin^4 \alpha_m x \sin^4 \beta_n y + \Phi_3(K_y^2(0), K_y(\tau), K_y^3(\tau)) \sin^6 \alpha_m x \sin^6 \beta_n y. \quad (3.2)$$

Кореляційні функції переміщень

$$K_u(x, y, \tau) = \bar{\Phi}(K_y(\tau)) \cos^2 \alpha_m x \sin^2 \beta_n y, \quad K_v(x, y, \tau), \quad K_w(x, y, \tau) \quad (3.3)$$

Можна стверджувати, що дуже важливі статистичні характеристики при випадкових коливаннях оболонок, залежать від значень кореляційних функцій амплітуд прогинів.

Дисперсії напружень і переміщень отримані при $\tau = 0$ із (3.1), (3.2) і (3.3). Для нульового наближення із рівняння (1.4) при дельта корелірованному зовнішньому навантаженні знайдено рішення

$$K_{0, \sigma_x}(\tau) = K_0(0) e^{-\varepsilon \tau} (\cos \varpi_\varepsilon \tau + \frac{\varepsilon}{\varpi_\varepsilon} \sin \varpi_\varepsilon |\tau|) \quad (3.4)$$

В другому пункті зведені розрахункові формули для обчислення середніх значень нулів і екстремумів процесу, частот по нулям і екстремумам, точок перегину та інше, які залежать від парних похідних кореляційної функції при $\tau = 0$. Побудовані графіки кореляційних функцій і обчислені середні значення частот. На рис.3.1 наведений, як приклад, графік функції (3.4) для $\varepsilon = 10$, $\varpi_\varepsilon = 20$.

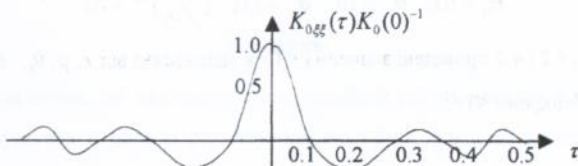


Рис. 3.1. Графік кореляційної функції.

В третьому пункті, внаслідок широкого використання в розрахунках статистичних параметрів оболонок кореляційних функцій вихідних амплітуд, розв'язана задача з більш загальним типом зовнішнього випадкового навантаження, кореляційна функція якої має структуру

$$K_q(\tau) = A \exp(-\mu|\tau|)(\cos \nu\tau + f \sin \nu|\tau|).$$

Для рівняння (1.4) в нульовому наближенні отриманий розв'язок

$$K_{0\zeta\zeta}(\tau) = \sum_{i=1}^4 \Phi_i(\tau) \left[\Pi^{-1} \Pi_i + \int K_q(\tau) \Delta^{-1} \Delta d\tau \right]$$

при умовах

$$K_{ff} = K_q(\tau), K_{0\zeta\zeta}(0) = K_0, K_{0\zeta\zeta}(0)|_{t, \dots, \tau} = 0$$

В четвертому пункті розв'язана задача по визначенню середнього часу стійкого стану оболонки при дії по її поверхні випадкового навантаження "білий шум".

Використовуючи рівняння Понтрягіна з невідомим $\langle T \rangle$ і рівняння (1.3) ($\alpha_3 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0$), було отримано:

$$\langle T \rangle = \sqrt{\frac{a}{a_1}} (1 - r^2) [\theta_{11} + \theta_{12} r^2 + \theta_{21} r^3 \sin \varphi + \theta_{31} r^2 \cos \varphi] \quad (3.5)$$

Із (3.5) одержані траєкторії рівних $\langle T \rangle$ /ізохрон/, які визначаються по (3.6)

$$r^2 = (2A)^{-1} \left[-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC} \right] \quad (3.6)$$

В цій задачі сепаратриса описана наближено рівнянням еліпса. На рис. 4.1, 4.2, 4.3 і 4.4 побудовані графіки $\langle T \rangle$ при загальних значеннях

$$\theta_{11} = 0,1; \quad \theta_{12} = 10; \quad \theta_{21} = 1,0; \quad \left(\frac{a_3}{a_1}\right)^{1/2} = 0,1$$

На рис. 4.1, 4.2 і 4.3 приведені значення $\langle T \rangle$ в залежності від r, φ, θ_{31} . На рис. 4.4 приведені ізохрони $\langle T \rangle$.

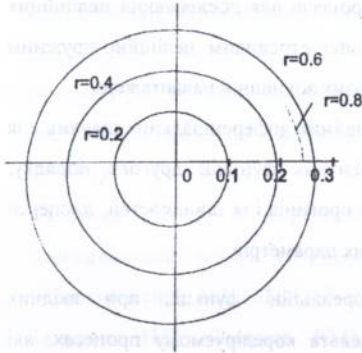


Рис. 4.1. ($\theta_{31} = 0.1$).
Графік значень $\langle T \rangle$.

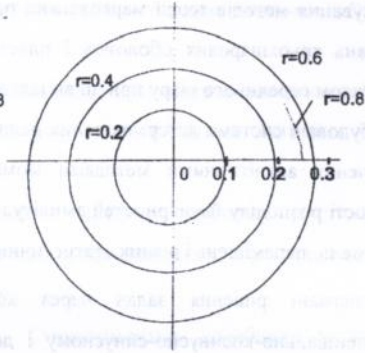


Рис. 4.2. ($\theta_{31} = 1.0$).
Графік значень $\langle T \rangle$.

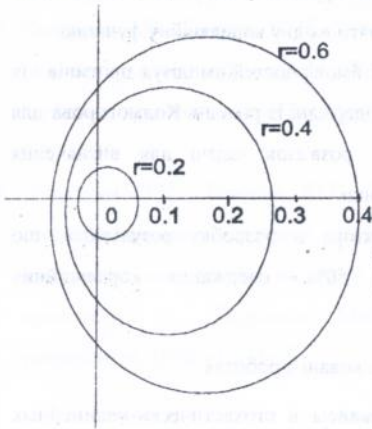


Рис. 4.3. ($\theta_{31} = 10$).
Графік значень $\langle T \rangle$.

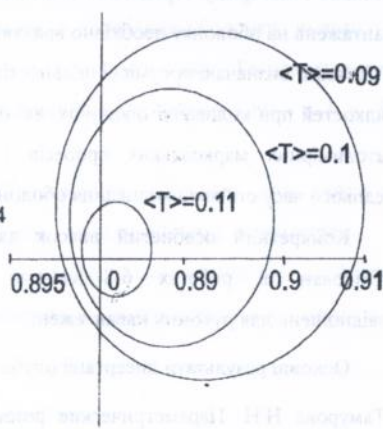


Рис. 4.2. ($\theta_{31} = 1.0$).
Графік ізохрони $\langle T \rangle$.

Висновки.

Дослідження, які виконанні в дисертаційній роботі, містять в собі нові наукові результати в області статистичної нелінійної динаміки трьохшарових оболонок і пластин.

До них відносяться:

1. Розроблені методика застосування методів моментних функцій і методика

застосування методів теорії марковських процесів для дослідження нелінійних коливань трьохшарових оболонок і пластин з стисливим нелінійно-пружним матеріалом середнього шару при дії випадкових зовнішніх навантажень.

2. Побудовані системи детермінованих нелінійних диференціальних рівнянь для визначення аналітичними методами моментних функцій другого порядку, щільності розподілу ймовірностей амплітуд прогинів і їх швидкостей, дисперсії напружень, переміщень і різних статистичних параметрів.

3. Одержані рішення задач через кореляційні функції, при вхідних експоненціально-косинусно-синусному і дельта кореліруємому процесах, які узагальнюють в собі розв'язки ряду задач стохастичної динаміки трьохшарових, двухшарових і однорідних ортотропних і ізотропних оболонок з врахуванням стисливості матеріалу середнього нелінійно-пружного шару. При дії рухомих навантажень на оболонку необхідно врахувати вхідну кореляційну функцію.

4. Розв'язки, визначаючи сумісні щільності ймовірностей амплітуд прогинів і їх швидкостей при коливанні оболонок, які одержані із рівнянь Колмогорова для багатовимірних марковських процесів і розв'язок задачі для визначення середнього часу стійкого коливання оболонки.

Конкретний особистий внесок автора в розробку результатів, що опубліковані в роботах 6-8 складає 50%. – одержання кореляційних співвідношень для рухомих навантажень.

Основні результати дисертації опубліковані в роботах.

1. Тамурова Н.Н. Параметрические резонансы в стохастически-нелинейных системах. //Сб. Математическое моделирование физико-механических полей и интенсификация промышленного производства. - Запорожье: ЗГИА, 1995,- С.66-89.
2. Тамурова. Н.Н. Исследование распределения плотности вероятности временных амплитуд в стохастически нелинейных системах многомерных марковских процессов. //Сб. Математическое моделирование физико-механических полей и интенсификация промышленного производства. - Запорожье: ЗГИА, 1995,-С. 90-92.
3. Тамурова Н. Н. Корреляционные функции, дисперсии напряжений и перемещений для трехслойных оболочек. //Сб. Крайові задачі

- термомеханіки. Київ: Інститут математики НАН України, 1996.-ч.п.- С.134-136.
4. Тамурова Н. Н. Математические модели для исследования случайных нелинейных процессов. Придніпровський науковий вісник, №32 /43/, 1997- С. 15-18.
 5. Тамурова Н. Н. К определению среднего времени достижения изображающей точкой границы петли сепаратрисы. Придніпровський науковий вісник, №32 /43/, С.15-18.
 6. Тамурова Н.Н., Тамуров Ю.Н. Стохастические колебания кусочно-однородной оболочки, взаимодействующей со средой. //Тез. докл. III Всесоюз. конф. по механике неоднородных структур.- Львов, 1991.- ч.2.- С. 331.
 7. Тамурова Н.Н., Тамуров Ю.Н. Случайные колебания оболочки, вызванные действием подвижной нагрузки. //Труды I Всесоюз. конф. "Технологические проблемы прочности несущих конструкций" - Запорожье, 1991.- т. I, ч. 2.- С.236-239.
 8. Тамурова Н.Н., Тамуров Ю.Н. Трехслойные оболочки при действии сосредоточенных подвижных нагрузок со случайными параметрами. // Материалы межреспубл. научного семинара "Технологические проблемы прочности". - Подольск: Московский государственный открытый университет, 1992, - С. 14-15.

Анотація

Тамурова Н.М. Стационарні випадкові коливання нелінійно-пружних трьохшарових оболонок. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Запорізький державний університет, Запоріжжя, 1997.

Дисертація, головний матеріал якої опубліковано в 5 статтях, а додатковий в 3 тезах, містить результати теоретичних досліджень по стохастичним коливанням трьохшарових оболонок із стисливим по товщині нелінійно-пружним матеріалом середнього шару. Побудовані математичні

моделі в вигляді детермінованих нелінійних диференціальних рівнянь відносно кореляційних функцій, рівняння Колмогорова для визначення щільності розподілу ймовірностей амплітуд, розв'язання нових задач по коливанням оболонок.

Ключові слова: трьохшарова оболонка, коливання, випадкові навантаження, математичні моделі.

Tamurova N.N. Stationary stochastic vibrations of three-layer shells which are characterized by nonlinear elasticity. – Manuscript.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела. - Запорожский государственный университет, Запорожье, 1997.

Диссертация, основной материал которой опубликован в 5 статьях а дополнительный в 3 тезисах, содержит результаты теоретических исследований по стохастическим колебаниям трехслойных оболочек с сжимаемым по толщине нелинейно-упругим материалом среднего слоя. Построены математические модели в виде детерминированных нелинейных дифференциальных уравнений относительно корреляционных функций, уравнения Колмогорова для определения плотностей распределения вероятностей амплитуд, решены новые задачи по колебаниям оболочек.

Ключевые слова: трехслойная оболочка, колебания, случайные нагрузки, математические модели.

Tamurova N.N. Stationary stochastic vibrations of three-layer shells which are characterized by nonlinear elasticity. – Manuscript/

Dissertation for degree of candidate of physics and mathematics on specialty 01.02.04 – mechanics of the deformable rigid body. Zaporozhe State University, Zaporozhe, 1997.

Dissertation contains 5 papers and 3 theses. It covers the results of the theoretical research on stochastic vibration of three-layer shells with compressed across the whole width of the middle layer material, which is characterized by nonlinear elasticity.

Mathematical models of the determinate nonlinear differential equations with respect to correlation functions and Kolmogorov equations in order to calculate the density of the distribution of probability amplitudes have been constructed.

New problems related to the vibrations of the shells have been solved.

Key words: three-layer shell, vibrations, case of loading, mathematical model.

Ав 38.812

Подписано к печати 11.11.97г. Формат 60x90/16

г. Запорожье, издательство "Павел", заказ № 1009, тир. 100 экз.