ЗАПОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗІНЬКОВСЬКА ЮЛІЯ СЕРГІЇВНА

УДК 519.8

ДИСКРЕТНІ ЕКСТРЕМАЛЬНІ ЗАДАЧІ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ: ПИТАННЯ СТІЙКОСТІ

01.05.02 - Математичне моделювання та обчислювальні методи в наукових дослідженнях

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

ЗАПОРІЖЖЯ - 1997

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Запорізькому державному університеті Міністерства освіти України.

Науковий керівник

доктор фізико-математичних наук, професор
Перепелиця Віталій Опанасович
Запорізький державний університет,
зав. кафедрою економічної кібернетики

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор **Яковлєв Сергій Всеволодович**, Університет Внутрішніх Справ, начальник факультету управління та інформатики

кандидат фізико-математичних наук, доцент **Турчіна Валентина Андріївна**, Дніпропетровський державний університет, доцент кафедри обчислювальної математики та математичної кібернетики

Провідна установа
Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України, м.Київ

Захист відбудеться "18" грудня 1997р. о 16^{00} годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 08.04.02 при Запорізькому державному університеті за адресою: 330600, м.Запоріжжя, МСП-41, вул. Жуковського, 66.
З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Запорізького державного університету за адресою: 330600, м.Запоріжжя, МСП-41, вул. Жуковського, 66.

Автореферат розісланий "15" листопада 1997р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Сисоєв Ю.О.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Різноманітність та суперечність різних вимог до проектуємої системи або оптимізуємому об'єкту, неповнота інформації, неточність параметрів моделі, поведінка середи, що впливає на процес прийняття рішень та інше неминуче приводять до того, що реальні задачі оптимізації доводиться розв'язувати в умовах невизначеності. При розв'язку будь-якої реальної задачі дослідник завжди має справу з деякою моделлю задачі, яка є наближеною до вихідної. Взаємозв'язок реальної проблеми та варіанта її абстрактного опису (математичної задачі) можеураховуватись на різних рівнях: "ближче" до моделі або "ближче" до задачі. У другому випадку на базі задачі виникає деяка множина постановок для більш гнучкого відбиття особливостей моделі. Кожна з "проміжних" задач може бути достатньо строго сформульована і розв'язана, а розв'язок усіх задач у сукупності дозволяє одержати більш точний та адекватний опис моделі. Така сукупність будується шляхом варіації деяких числових параметрів задачі. Тут виникає наступна проблема. При переході від реальної сітуації до моделі найчастіше доводиться ігнорувати деякі суттєві деталі. Питається, чи можна їх урахувати хоча б частково, нехай навіть за рахунок деякого "ускладнення" задачі? Актуальність аналізу стійкості як раз полягає в тому, що він є одним з методів урахування того факту, що в дійсності завжди існує погрішність у вимірі та завданні числових параметрів. У зв'язку з цим виникає зацікавленість проаналізувати, як неточність вихідних даних впливає на одержуваний розв'язок.

Проблема дослідження стійкості докладно розроблена для оптимізаційних задач з "неперервними" вихідними даними. Через складність дискретних моделей, які при малих зміненнях у вихідних даних ведуть себе непередбачено, ця проблема спочатку не отримала достатнього розвитку в дискретній оптимізації і почала грунтовно досліджуватися у 70-ті роки.

Теоретичному дослідженню задач з повністю або частково цілочисельними змінними, що базується на використанні властивостей точечно-множинних відображень, присвячені роботи Козерацької Л.М., Лебедєвої Т.Т., Сергієнко І.В. У роботах Ашманова С.А., Белоусова В.В., Банка Б., Федорова В.В., Шварті́на С.М. досліджується стійкість задач лінійного програмування.

Конструктивний підхід до проблеми дослідження стійкості траєкторних задач дискретної оптимізації, основою якого є поняття радіусу стійкості, укладено в роботах Леонт'єва В.К., Гордєєва Є.М., Сотскова Ю.Ю., Бакурової Г.В., Ємелічева В.А., Кравцова М.К.

В останній час з'явився новий напрямок дослідження питань стійкості - ймовірнісний. Ряд досліджень у цьому напрямку наведено в роботах Бакурової Г.В., Перепелиці В.О.

Із зарубіжної літератури можна виділити роботи Blair C.E., Jeroslow R.G., де одержано кількісні оцінки стійкості розв'язку для задачі частково цілочисельної оптимізації; Wilson G.R., Jain H.K., де досліджено стійкість для задачі псевдобулева програмування; Ruhe G., де проаналізовано складність дослідження стійкості в потокових задачах.

Вище вказане дозволяє зробити висновок про актуальність обраної теми.

Зв'язок з науковими програмами, темами. Наукові дослідження з теми дисертаційної роботи проводилися у зв'язку з:

- науково-дослідною роботою «Дослідження екстремальних задач в умовах невизначеності та розробка методів їх розв'язування», що включена до координаційного плану Міністерства освіти України;

- державною науково-технічною програмою «Нові технологічні засоби підтримки та прийняття рішень», що включена до плану Міністерства науки України.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка методів дослідження стійкості та обчислення кількісної характеристики стійкості - радіусу стійкості для дискретних екстремальних задач.

Задачі, які необхідно вирішити для досягнення поставленої мети:

- отримання умов стійкості та кількісної характеристики дискретних багатокритеріальних задач на системах підмножин з векторною ваговою функцією;

- отримання умов стійкості та кількісної характеристики дискретних багатокритеріальних задач на системах підмножин з інтервальною ваговою функцією;

- вивчення впливу включення в векторну цільову функцію топологічних критеріїв на стійкість розв'язку векторних задач з адитивними критеріями;

- побудування обчислювальної схеми алгоритмів для задачі розбиття графу; аналіз стійкості задачі розбиття графу.

Наукова новизна одержаних результатів, які виносяться на захист, полягає в наступному:

- подальшого розвитку дістав напрямок дослідження стійкості багатокритеріальних задач при зміні кількості критеріїв у векторній цільовій функції;

- вперше одержано формулу обчислення радіусу стійкості задач з векторною ваговою функцією, у складі якої є топологічні критерії ступеня та діаметру;

- вперше одержано формули обчислення радіусу стійкості задач з інтервальною ваговою функцією для різних видів збурюючої множини;

- вперше розглядається постановка стійкості задач на графах з подвійним зваженням: на множині вершин та множині ребер;

- одержано формули обчислення радіусу стійкості задачі розбиття графу з подвійним зваженням;

- обчислено оцінки складності наближених алгоритмів для допоміжних однокритеріальних задач розбиття графу.

Практичне значення одержаних результатів. Пропоновані в дисертаційній роботі методи дозволяють більш адекватно розробляти та аналізувати багатокритеріальні моделі в економіці та виробництві (наприклад, задачі оптимізації інвестиційного портфелю; задачі, що виникають в галузі автоматизованого проектування електронної техніки на етапі компоновки). Реалізація цих методів дозволяє знайти погрішність вимірів при зміненні вихідних величин характеристик системи, а також дозволяє одержати розв'язок не однієї задачі, а континуальної множини задач, близьких до даної.

Особистий внесок в розробку результатів у роботи, які написані в співавторстві:

- доведення теорем про специфіку впливу топологічних критеріїв на стійкість задач з адитивними критеріями [1],[2];

- доведення теореми про критерій стійкості для типу збурюючої множини в задачі з інтервальною ваговою функцією [3],[9];

- одержання умов стійкості для векторної задачі з нелінійними критеріями [7],[11];

- зведення задачі компоновки до векторної задачі розбиття графу з зваженими вершинами та ребрами [10],[12].

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися і обговорювались на Всеукраїнській науковій конференції "Розробка та застосування математичних методів в науково-технічних дослідженнях" (Львів, 1995); на Українській конференції "Моделювання та дослідження стійкості систем" (Київ, 1996); на науковому семінарі "Методи вирішення та математичне забезпечення задач дискретної оптимізації" при Вченій Раді НАН України з прблеми "Кібернетика"(Київ, 1997), а також на наукових семінарах кафедри економічної кібернетики Запорізького державного університету.

Публікації. За результатами виконаних досліджень опубліковано 12 робіт, в яких відображено основний зміст дисертаційної роботи: статей - 6, депонованих статей - 2, тези наукових конференцій - 4.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота викладена на 135 сторінках і складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, додатку та списка використаної літератури, в якому 120 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету роботи та визначено основні завдання, які виносяться на захист.

Перший розділ дисертації присвячений обзору літератури з теми, де висвітлено основні етапи у розвитку наукової думки з проблеми дисертаційної роботи, зроблено огляд публікацій, що характеризують ступінь її дослідженості та названо конкретні питання, що на цей час ще неосвічені.

У другому розділі сформульовано постановку траєкторних задач векторної оптимізації.

В першому підрозділі другого розділу наведено математичну постановку задач та визначення основних понять.

Системою підмножин (СП) називаємо пару (E,T), де E - скінчена множина елементів, потужність $|E|=q$, а T - деяка сукупність непустих підмножин множини E, які називають траєкторіями і $T=\{t\}$.

В дисертаційній роботі розглянуто класи масових задач з двома типами зваження елементів $e \in E$: ваговим та інтервальним.

Для наведених нижче класів масових дискретних задач використано позначення Z_j, де $j=\overline{0,4}$ - порядковий номер класу задач.

Для таких класів задач на множині E задано векторну вагову функцію (ВВФ)

$$w(e)=(w_1(e),...,w_\nu(e),...,w_n(e)), \tag{1}$$

де $w_\nu(e) \in R \quad \forall \nu=\overline{1,n} \quad \forall e \in E.$

На множині траєкторій T задано векторну цільову функцію (ВЦФ)

$$F(t)=(F_1(t),..,F_\nu(t),...,F_n(t)), \tag{2}$$

вид критеріїв якої залежить від класу задачі.

Розглянуто наступні класи масових задач Z_j, $j=\overline{0,4}$ з відповідним набором критеріїв ВЦФ (2):

- клас Z_0: $F_\nu(t) = \min_{e\in t} w_\nu(e) \to \min_T, \qquad \nu = \overline{1,n},$ (3)

$$F_\nu(t) = \max_{e\in t} w_\nu(e) \to \min_T, \qquad \nu = \overline{1,n}, \tag{4}$$

$$F_\nu(t) = \min_{e\in t} w_\nu(e) \to \max_T, \qquad \nu = \overline{1,n}, \tag{5}$$

$$F_\nu(t) = \max_{e\in t} w_\nu(e) \to \max_T, \qquad \nu = \overline{1,n}; \tag{6}$$

- клас Z_1: $F_\nu(t) = \sum_{e\in t} w_\nu(e) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = \overline{1,n};$ (7)

- клас Z_2: $F_\nu(t) = \sum_{e\in t} w_\nu(e) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = \overline{1,n-1},$

$$F_\nu(t) = s(t) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = n; \tag{8}$$

- клас Z_3: $F_\nu(t) = \sum_{e\in t} w_\nu(e) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = \overline{1,n-1},$

$$F_\nu(t) = d(t) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = n; \tag{9}$$

- клас Z_4: $F_\nu(t) = \sum_{e\in t} w_\nu(e) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = \overline{1,n-2},$

$$F_\nu(t) = s(t) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = n-1,$$

$$F_\nu(t) = d(t) \to \underset{T}{opt}, \qquad \nu = n.$$

Під топологічними критеріями розуміємо критерії, що пов'язані з структурою графу. При їх визначенні завжди визнаємо, що E уявляє собою множину ребер даного графу G, при цьому підмножина $t \subseteq E$ утворює зв'язний підграф t графу G: $s(t) = \max_{v\in t} \deg v$ - ступень t, $d(t)$ - діаметр t.

Задачі з інтервальними вихідними даними було розглянуто в роботах M.Libura, Рощін В.А., Семенової Н.В. та Левіна В.І. На відміну від результатів, що одержано для задач цілочисельного програмування, в поданій дисертаційній роботі розглянуто клас задач на СП (E,T), де на множині E визначена інтервальна вагова функція (ІВФ)

$$w(e) = \left[w_1(e), w_2(e)\right], \tag{10}$$

де $w_1(e)\,(w_2(e))$ - нижня (верхня) межі заданого інтервалу.

На множині траєкторій T визначена інтервальна цільова функція (ІЦФ), що містить наступні критерії:

$$F_1(t) = \sum_{e \in t} w_1(e) \to \max_T, \tag{11}$$

$$F_2(t) = \sum_{e \in t} w_2(e) \to \max_T, \tag{12}$$

$$F_3(t) = \max_{e \in t}(w_2(e) - w_1(e)) \to \min_T. \tag{13}$$

ВЦФ $F(t)$ вигляду (3)-(9) та ІЦФ (11)-(13) визначають на множині допустимих розв'язків (МДР) паретовську множину (ПМ) $\widetilde{T}$, що містить усі паретовські оптимуми (ПО): $\widetilde{t} \in \widetilde{T}$, якщо не існує такої траєкторії $t^o \in T$, для якої виконуються нерівності: $F(t^0) \le F(\widetilde{t}), F(t^0) \ne F(\widetilde{t})$ - для критеріїв, що мінімізовані та $F(t^0) \ge F(\widetilde{t}), F(t^0) \ne F(\widetilde{t})$ - для критеріїв, що максимізовані.

Багатокритеріальною задачею будемо називати задачу знаходження та зображення ПМ $\widetilde{T}$ в явному вигляді.

Якщо занумерувати усі елементи множини $E = \left\{e_1, e_2, ..., e_q\right\}$, то індивідуальну ВВФ $w(e)$ з класів $Z_j, j = \overline{0,4}$ зручно трактувати як матрицю $W = \|w_{v\kappa}\|_{nxq}$ у просторі R^{nq}, $v = \overline{1,n}$, $q = |E|$. Змінюючи матрицю W, будемо одержувати різні індивідуальні задачі.

Для кожного класу масових задач $Z_j, j = \overline{0,4}$ введені позначення індивідуальної задачі, тобто: $z^0(W)$ - індивідуальна задача з класу Z_0; $z^*(W)$ - з класу Z_1; $z^z(W)$ - з класу $Z_j, j = \overline{2,4}$; задачу з ІЦФ (11)-(13) позначаємо через $z^i(W)$ і називаємо інтервальною. ПМ таких задач позначаємо відповідно $\widetilde{T}^0(W), \widetilde{T}^*(W), \widetilde{T}^z(W)$. Взагалі (без уточнення класу) символами $T(W)$ та $\widetilde{T}(W)$ позначаємо МДР та ПМ задачі. Значення v-го критерія $F_v(t)$ вигляду (3)-(6) в задачі $z^0(W)$ будемо позначати через $M_v(t,W)$.

В роботі Козіної Г.Л. та Перепелиці В.О. було зроблено обгрунтування того факту, що інтервальну задачу $z^i(W)$ можна звести до задачі багатокритеріальної оптимізації з тим же МДР $T(W)$ та ВЦФ $F(t) = (F_1(t), F_2(t), F_3(t))$ вигляду (11)-(13). Таким чином, при дослідженні ПМ інтервальної задачі $z^i(W)$ можна використовувати твердження, що одержують відносно 3-критеріальної задачі з двома ваговими та одним мінімаксним критеріями.

В подальшому, для визначеності, при дослідженні ε-стійкості задач з ВЦФ (3)-(6) усі леми та теореми розглядаються для критерія (4), який називають критерієм вигляду MINMAX, а в критеріях (7)-(9) під символом opt розуміємо min.

В другому та третьому підрозділах другого розділу наведено постановку проблеми локальної стійкості та оберненої до неї задачі знаходження радіусу стійкості, що були сформульовані для однокритеріального випадку В.К.Леонт'євим.

Для задач з ВВФ (ІВФ) у просторі R^{nq} (R^{3q}) задамо норму. Під нормою матриці $B = \|b_{\nu k}\| \in R^{nq}$ будемо розуміти число $\|B\| = \max\{|b_{\nu k}| : \nu = \overline{1,n}, k = \overline{1,q}\}$. Через $\mathcal{B}(\varepsilon)$ позначаємо множину всіх таких матриць B з R^{nq}, що норма $\|B\| \le \varepsilon, \quad \varepsilon \ge 0$.

Задачу $z(W + B)$, що одержана з вихідної задачі $z(W)$ при складенні матриць W та $B \in \mathcal{B}(\varepsilon)$, будемо називати збуреною, а матрицю B - збурюючою. Величину ε назвемо порядком збурення.

Визначення 2.1. Задача $z(W)$ є ε-стійкою, якщо виконуються включення

$$\widetilde{T}(W + B) \subseteq \widetilde{T}(W) \quad \forall B \in \mathcal{B}(\varepsilon). \tag{14}$$

Якщо $\widetilde{T}(W) = T(W)$, то задача $z(W)$ є ε-стійкою при будь-якому $\varepsilon > 0$. Тому цей випадок будемо виключати, а задачу $z(W)$, для якої різниця $\overline{T(W)} = T(W) \setminus \widetilde{T}(W) \neq 0$, будемо називати нетривіальною.

В індивідуальних задачах $z^0(W)$, $z^*(W)$, $z^z(W)$, $z^i(W)$ з відповідних класів масових задач $Z_j, j=\overline{0,4}$ для будь-якої траєкторії $t^0 \in \overline{T(W)}$ визначена множина парето-оптимальних траєкторій, що домінують траєкторію t^0. Для цього введені позначення множин індексів $\nu \in I_l, l=\overline{1,7}$, якими занумеровані критерії (3)-(9), що уявляють собою підмножини $I_l \subseteq \{1,2,...,n\}$, які не перетинаються. Тоді ця множина визначається наступним чином:

- для класу Z_0

$$\widetilde{T}^0(W,t^0)=\left\{\widetilde{t}\in\widetilde{T}^0(W):\tau_\nu^w(t^0,\widetilde{t})\ge 0,\ \nu\in I_l,\ l=\overline{1,4}\right\},\tag{15}$$

де $\tau_\nu^w(t^0,\widetilde{t})=M_\nu(t^0,W)-M_\nu(\widetilde{t},W),\quad \nu\in I_1,I_2,$

$\tau_\nu^w(\widetilde{t},t^0)=M_\nu(\widetilde{t},W)-M_\nu(t^0,W),\quad \nu\in I_3,I_4;$

-для класу $Z_j, j=\overline{1,4}$

$$\begin{aligned}&\widetilde{T}^z(W,t^0)=\left\{\widetilde{t}\in\widetilde{T}^z(W):\tau_\nu^w(t^0,\widetilde{t})\ge 0,\ \nu\in I_6,I_7\right\},\\&\widetilde{T}^*(W,t^0)=\left\{\widetilde{t}\in\widetilde{T}^*(W):\tau_\nu^w(t^0,\widetilde{t})>0,\ \nu\in I_5\right\},\end{aligned}\tag{16}$$

де $\tau_\nu^w(t^0,\widetilde{t})=F_\nu(t^0,W)-F_\nu(\widetilde{t},W),\quad \nu\in I_l,\ l=\overline{5,7}$;

- для інтервальної задачі $z^i(W)$

$$\begin{aligned}&\widetilde{T}_{1,2}(W,t^0)=\left\{\widetilde{t}\in\widetilde{T}_{1,2}(W):\tau_\nu^w(\widetilde{t},t^0)>0,\ \nu=1,2\right\},\\&\widetilde{T}_3(W,t^0)=\left\{\widetilde{t}\in\widetilde{T}_3(W):\tau_\nu^w(\widetilde{t},t^0)\ge 0,\ \nu=3\right\},\end{aligned}\tag{17}$$

де $\tau_\nu^w(\widetilde{t},t^0)=F_\nu(\widetilde{t},W)-F_\nu(t^0,W),\quad \nu=\overline{1,3}$.

Для інтервальної задачі $z^i(W)$ введено два типи збурення вхідних даних, що не виводять вихідну задачу з класу інтервальних:

$$1)\ \mathcal{B}_1(\varepsilon)=\left\{B=\|b_{\nu\kappa}\|:b_{\nu\kappa}\le\varepsilon,\ \varepsilon>0,\ b_1+w_1<b_2+w_2\right\}\tag{18}$$

де $w(e)=[w_1(e),w_2(e)]$ - вихідна вага, $b(e)=[b_1(e),b_2(e)]$ - збурююча вага;

$$2)\ \mathcal{B}_2(\varepsilon)=\left\{B=\|b_{\nu\kappa}\|:b_{\nu\kappa}\le\varepsilon,\ 0<\varepsilon<\min_k\frac{d_k}{2}\right\},\tag{19}$$

де $d_k = w_{2k} - w_{1k}$ - ширина інтервалу, $k = \overline{1,q}$.

Як відомо, траєкторію $t^* \in T$ задачі $z(W)$ назвемо слабо ефективною (оптимальною за Слейтором), якщо $\overline{\exists}\, t^0 \in T: F_\nu(t^*) > F_\nu(t^0) \quad \forall \nu \in \overline{1,n}$.

Множину усіх слабо ефективних траєкторій для задач $z^0(W)$, $z^*(W)$, $z^2(W)$, $z^i(W)$ позначаємо відповідно через $P^0(W), P^*(W), P^2(W), P^i(W)$, а для задачі з критеріями (11),(12) - через $P_{1,2}(W)$. Очевидно, що $\widetilde{T}(W) \subseteq P(W)$.

Радіусом стійкості будь-якої індивідуальної задачі $z(W)$ назвемо число $\rho(W) = \sup\left\{\varepsilon : \widetilde{T}(W+B) \subseteq \widetilde{T}(W)\ \forall B \in \mathcal{B}(\varepsilon)\right\}$.

Третій розділ присвячено методам дослідження ε-стійкості задач, що поставлені у другому розділі.

У першому підрозділі третього розділу проведено дослідження ε-стійкості векторних задач на СП з векторною ваговою функцією. Розглянуто два випадки, що визначаються видом задач: частинний, що має аналог для однокритеріальних задач та загальний, що виникає в умовах багатокритеріальності. Відносно частинного випадка отримані результати, які аналогічні векторним траєкторним задачам з лінійними критеріями, що розглядалися раніш в роботах Бакурової Г.В. та Кравцова М.К.

У загальному випадку, коли можливо вплив перетину паретовської та непаретовської траєкторій, сформульовано необхідні та достатні умови ε-стійкості задач класу Z_0, а також визначено формулу радіусу стійкості. В їх формулюровці використано визначення i-го квазіоптимуму, що вводиться рекурентно:

$e_\nu(t^0 \cap \widetilde{t})$ - ребро, на якому досягається рівність значень ν-го критерія паретовської та непаретовської траєкторій, тобто $M_\nu(t^0, W) = M_\nu(\widetilde{t}, W)$; множину номерів критеріїв, для яких виконується ця рівність позначено через $J(t^0, \widetilde{t})$;

$M_\nu^1(\tilde{t},W)$ - перший квазіоптимум траєкторії $\tilde{t}\in\tilde{T}^0(W,t^0)$;

$e_\nu^i(t^0\cap\tilde{t})$ - ребро, на якому однакові i-ті квазіоптимуми траєкторій $t^0,\tilde{t}$ та виконується послідовність рівностей та нерівностей: $\left[M_\nu(t^0,W)=M_\nu(\tilde{t},W)\right]>\left[M_\nu^1(t^0,W)=M_\nu^1(\tilde{t},W)\right]>...>\left[M_\nu^i(t^0,W)=M_\nu^i(\tilde{t},W)\right]$ множину номерів критеріїв, для яких виконується ця рівність позначено через $J^i(t^0,\tilde{t})$, де $\nu\in J^{i-1}(t^0,\tilde{t})$.

Наступна теорема є критерієм стійкості у загальному випадку для задачі $z^0(W)$ з класу Z_0.

Теорема 3.3. Для того, щоб нетривіальна задача $z^0(W)$ була ε-стійкою, необхідно та достатньо, щоб для будь-якої траєкторії $t^0\in\overline{T(W)}$ існувала така траєкторія $\tilde{t}\in\tilde{T}^0(W,t^0)$, для якої б виконувалася система нерівностей:

$$\begin{cases}\begin{cases}M_\nu(\tilde{t},W)-M_\nu^i(\tilde{t},W)\geq 2\varepsilon\\ M_\nu(\tilde{t},W)-M_\nu^i(t^0,W)\geq 2\varepsilon\end{cases} & \forall\nu\in J^i(t^0,\tilde{t})\subseteq J(t^0,\tilde{t}),\\ \tau_\nu^w(t^0,\tilde{t})\geq 2\varepsilon\quad\forall\nu\in\{1,...,n\}\setminus J(t^0,\tilde{t})\end{cases}\tag{20}$$

серед яких хоча б одне строге.

З критерія стійкості (20) отримано формулу для обчислення радіусу стійкості задач класу Z_0:

$$\rho(W)=\min_{t^0\in\overline{T(W)}}\max_{\tilde{t}\in\tilde{T}^0(W,t^0)}\min\frac{1}{2}\left\{\min_{\nu\in J^i(t^0,\tilde{t})}\left[(M_\nu(\tilde{t},W)-M_\nu^i(\tilde{t},W)),\right.\right.$$
$$\left.\left.(M_\nu(\tilde{t},W)-M_\nu^i(t^0,W))\right],\quad\min_{\nu\in\{1,\dots,n\}\setminus J(t^0,\tilde{t})}\tau_\nu^w(t^0,\tilde{t})\right\}.\tag{21}$$

У другому підрозділі третього розділу розглянуто вплив включення до векторної цільової функції топологічних критеріїв ступеня та діаметру на стійкість векторних задач з адитивними критеріями.

Сформульовано критерій ε-стійкості задачі з топологічними критеріями. Знайдено формулу обчислення радіусу стійкості задачі $z^z(W)$ з класу Z_j, $j=\overline{2,4}$:

$$\rho(W) = \min_{t^0 \in \widetilde{T}(W)} \max_{\widetilde{t} \in \widetilde{T}^2(W,t^0)} \min \left\{ \min_{v \in I_5} \frac{\tau_v^w(t^0,\widetilde{t})}{c(t^0,\widetilde{t})}, \quad \tau^w_{v \in I_6, I_7}(t^0,\widetilde{t}) \neq 0 \right\} \qquad (22)$$

де $c(t^0,\widetilde{t}) = \left|t^0\right| + \left|\widetilde{t}\right| - 2\left|t^0 \cap \widetilde{t}\right|$ - кількість різних ребер у парі траєкторій $t^0, \widetilde{t} \in T(W)$.

Внаслідок досліджень впливу топологічних критеріїв на стійкість розв'язку вихідної задачі доведені наступні теореми:

Теорема 3.5. Якщо при включенні до ВЦФ нестійкої задачі $z^*(W) \in Z_1$ топологічних критеріїв (8) або (та) (9) усі елементи множини $P_2(W) \setminus \widetilde{T}^*(W)$ стають елементами множини $\widetilde{T}^z(W)$ та додержуються нерівності $\tau_v^w(t^0,\widetilde{t}) > \varepsilon\, c(t^0,\widetilde{t})$, то одержувана нетривіальна задача $z^z(W) \in Z_j, j = \overline{2,4}$ ε-стійка. В противному разі, задача $z^z(W)$ - нестійка.

Теорема 3.6. Якщо при включенні до ВЦФ ε-стійкої задачі $z^*(W) \in Z_1$ топологічних критеріїв (8) або (та) (9) відбувається звуження ПМ одержуваної задачі $z^z(W)$ (тобто $\widetilde{T}^z(W) \subset \widetilde{T}^*(W)$), то нетривіальна задача $z^z(W)$ - нестійка.

У третьому підрозділі третього розділу проведено дослідження ε-стійкості векторних задач на СП з інтервальною ваговою функцією.

За допомогою лінійного перетворення, що залишає незмінними межі області значень інтервалу $w(e) = \left[w_1(e), w_2(e)\right], e \in E$ критерій (13) перетворено до максимізованого:

$$F_3(t) = \min_{e \in E}(D(W) - d_k) \to \max_T, \qquad (23)$$

де $d_k = w_{2k} - w_{1k}, k = \overline{1,q}$ - ширина інтервалу, $D(W) = \min_{e \in E} d(e) + \max_{e \in E} d(e); d(e') = \min_{e \in E} d(e), d(e'') = \max_{e \in E} d(e)$.

З урахуванням критерія (23) введено ще дві збурюючі множини, що є підмножинами збурення $\mathcal{B}_1(\varepsilon)$ вигляду (18):

1) збурення, що не впливають на величини $D(W)$ та d_k:

$$\mathcal{B}_d(\varepsilon) = \left\{B = \|b_{\nu\kappa}\| : b_{\nu\kappa} \le \varepsilon, \varepsilon \ge 0, (b_{2k} + w_{2k}) - (b_{1k} + w_{1k}) = d_k\right\}; \qquad (24)$$

2) збурення, при яких $D(W) = const$, а $d_k \ne const$:

$$\mathcal{B}_D(\varepsilon) = \left\{B = \|b_{\nu\kappa}\| : b_{\nu\kappa} \le \varepsilon,\ \varepsilon \ge 0, 0 \le \Delta_k \le d(e'') - d_k\right\}, \qquad (25)$$

де $\Delta_k = b_{2k} - b_{1k}$, - ширина інтервалу збурення.

Для кожного із збурень $\mathcal{B}_1(\varepsilon)$, $\mathcal{B}_2(\varepsilon)$, $\mathcal{B}_d(\varepsilon)$, $\mathcal{B}_D(\varepsilon)$ досліджено умови ε-стійкості та визначено формули радіусу стійкості. Для виводу обгрунтування формул радіусу стійкості введені такі позначення: $\widetilde{t}\,' \in \widetilde{T}_{1,2}(W,t^0)$, $\widetilde{t}\,'' \in \widetilde{T}_3(W,t^0)$; $\widetilde{T}_{1,2}(W,t^0) \cup \widetilde{T}_3(W,t^0) = \widetilde{T}^{\wedge}(W,t^0)$; $M_3^i(\widetilde{t}\,'',W)$ або $M_3^i(t^0,W)$ - i-ті квазіоптимуми у траєкторіях $\widetilde{t}\,'', t^0$; $c'(t^0,\widetilde{t}) = c(t^0,\widetilde{t}) - \phi(t^0,\widetilde{t})$ - кількість різних ребер у парі траєкторій $t^0, \widetilde{t} \in T(W)$; $\phi(t^0,\widetilde{t})$ - число ребер e' та e'' в траєкторіях $\widetilde{t}, t^0$; $\tau_\nu^{*w}(\widetilde{t},t^0), \nu = 1,2$; $\tau_3^{*w}(\widetilde{t},t^0)$ - позначення величин відповідно $\tau_\nu^{w}(\widetilde{t},t^0), \nu = 1,2$; $\tau_3^{w}(\widetilde{t},t^0)$, що задовольняють нерівностям $\tau_\nu^{w}(\widetilde{t},t^0) \ge \dfrac{\Delta^*}{2} c'(\widetilde{t},t^0), \nu = 1,2$ та $\tau_3^{w}(\widetilde{t},t^0) \ge \Delta^*$, де $\Delta^* = \min\limits_k \Delta_k^*, \Delta_k^* = d(e'') - d_k$.

Відповідно до збурень $\mathcal{B}_1(\varepsilon)$, $\mathcal{B}_2(\varepsilon)$, $\mathcal{B}_d(\varepsilon)$, $\mathcal{B}_D(\varepsilon)$ отримано наступні формули радіусу стійкості:

$$\rho_1(W) = \min_{t^0 \in \overline{T(W)}} \max_{\widetilde{t} \in \widetilde{T}^{\wedge}(W,t^0)} \min\left\{ \frac{\tau_{1,2}^{w}(\widetilde{t}\,',t^0)}{c'(t^0,\widetilde{t}\,')},\ \frac{1}{2}\left[\min\left\{(M_3^i(t^0,W) - M_3(\widetilde{t}\,'',W)),\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.(M_3^i(\widetilde{t}\,'',W) - M_3(\widetilde{t}\,'',W))\right\}, \tau_3^{w}(\widetilde{t}\,'',t^0)\right]\right\} \qquad (26)$$

$$\rho_2(W) = \min\left\{\rho_1(W); \min_k \frac{d_k}{2}\right\} \qquad (27)$$

$$\rho_d(W) = \min_{t^0 \in \overline{T(W)}} \max_{\tilde{t} \in \tilde{T}_{1,2}(W,t^0)} \min_{\nu=1,2} \frac{\tau_\nu^w(\tilde{t}, t^0)}{c(t^0, \tilde{t})} \tag{28}$$

$$\rho_D(W) = \min_{t^0 \in \overline{T(W)}} \max_{\tilde{t} \in \tilde{T}^{\wedge}(W,t^0)} \min \left\{ \frac{\tau_{1,2}^{*w}(\tilde{t}', t^0)}{c'(t^0, \tilde{t}')}, \ \frac{1}{2}\left[\min\left\{(M_3^i(t^0, W) - M_3(\tilde{t}'', W)),\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.(M_3^i(\tilde{t}'', W) - M_3(\tilde{t}'', W))\right\}, \tau_3^{*w}(\tilde{t}'', t^0)\right] \right\} \tag{29}$$

Четвертий розділ присвячено розгляду та вивченню векторної задачі розбиття графу, яка виникає на одному з етапів проектування радіоелектронної апаратури - етапі компоновки.

У першому підрозділі четвертого розділу подано математичну постановку задачі розбиття в термінах теорії графів. Якість розв'язку оцінюється наступними критеріями:

$$F_1 = F_1(x) = \sum_{p=1}^{y} \min_{1 \le i \le n} \ h_i \, x_{ip} \to \min, \tag{30}$$

$$F_2 = F_2(x) = \max_p \left(\sum_{i=1}^{n} \mu_i \, x_{ip}\right) \to \min, \tag{31}$$

$$F_3 = F_3(x) = \sum_{p=1}^{y} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, x_{ip} \, x_{jp} \to \max, \tag{32}$$

$$F_4 = F_4(x) = \sum_{p=1}^{y} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} \, x_{ip} \, x_{jp} \to \max. \tag{33}$$

У другому підрозділі четвертого розділу пропоновано систему алгоритмів, що базується на процедурі декомпозиції задачі на окремі однокритеріальні підзадачі з метою одержання паретовських оптимумів за кожним критерієм.

У третьому підрозділі четвертого розділу досліджується стійкість задачі розбиття графу, як задачі з подвійним зваженням: вершин та ребер. Сформульовано ряд зауважень, відносно структури множини розв'язку. Кількісний метод визначення стійкості такої задачі добре погоджується з результатами, що одержані для розглянутих вище класів задач на системах підмножин.

В п'ятому розділі проведено практичне дослідження теоретичних результатів. Для кожного класу задач наведено розрахункові приклади. Числові результати є підтвердженням теоретичних досліджень.

ВИСНОВКИ

У висновках сформульовано основні результати, які отримано в дисертаційній роботі:

1.Подальшого розвитку дістав напрямок дослідження стійкості багатокритеріальних задач при зміні кількості критеріїв у векторній цільовій функції.

2.Одержано критерій стійкості та формула обчислення радіусу стійкості задач з векторною ваговою функцією, у складі якої є топологічні критерії ступеня та діаметру.

3.Одержано критерії стійкості та формули обчислення радіусу стійкості задач з інтервальною ваговою функцією для різних видів збурюючої множини.

4.Розглянуто постановку стійкості задачі розбиття графу з подвійним зваженням: на множині вершин та множині ребер.

5.Одержано умови стійкості та формули обчислення радіусу стійкості задачі розбиття графу з подвійним зваженням.

6.Обчислено оцінки складності наближених алгоритмів для допоміжних однокритеріальних задач розбиття графу.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ

1. Bakurova A.V., Perepelitsa V.A., Zin'kovskaya J.S. Research of Stability of Vector Ptoblem on Spanning Tree with Topological Criteria. IKM'97 digital proceedings. Bauhaus-Universitat/Weimar/Germany, 1997.- P.159-165 (article).

2. Бакурова А.В., Зиньковская Ю.С., Перепелица В.А. Исследование устойчивости векторных задач на системах подмножеств при дополнении ВЦФ топологическими критериями // Доповіді НАН України (прийнято до друку 30.05.97 за № 270).

3. Бакурова Г.В., Зіньковська Ю.С. Дослідження стійкості 3-критеріальної задачі формування інвестиційного портфелю // Міжвідомчий зб. наук. пр. Машинна обробка інформації. - КНЕУ, 1997. -60. - С.183-188.

4. Зиньковская Ю.С. Вычисление радиуса устойчивости многокритериальных задач с нелинейными критериями // Зб. наук. пр. - Придніпровський науковий вісник, 1997. - №15(26). - С.43-48.

5. Зиньковская Ю.С. Исследование векторной задачи компоновки: некоторые вычислительные алгоритмы и их оценки // Зб. наук. пр. - Придніпровський науковий вісник, 1997. - №43(54). - С.8-14.

6. Зиньковская Ю.С. Об устойчивости одной векторной задачи на графах со взвешенными вершинами и ребрами // Зб. наук. пр. ЗДУ, 1995.-5.-Ч.1.-С.31-34.

7. Бакурова А.В., Зиньковская Ю.С., Перепелица В.А. Исследование траекторных задач с нелинейными критериями в условиях неопределенности // РЖ "Математика",1996, 8Г88. - 24с. Деп. в ГНТБ 25.01.96г., №378-Ук96.

8. Зиньковская Ю.С. Вычислительная схема алгоритма для задачи компоновки на гиперграфе // РЖ "Математика", 1997, 3Г20. - 20с. - Деп. в ГНТБ 12.08.96г., №1679-Ук96.

9. Бакурова А.В., Зиньковская Ю.С., Перепелица В.А. Исследование устойчивости задач векторной дискретной оптимизации // Материалы конф. Второй Сиб.конгресс ИНПРИМ-96. - Новосибирск. - 1996. - С.132-133.

10. Бакурова А.В., Зиньковская Ю.С., Перепелица В.А. Исследование устойчивости одной задачи автоматизации проектирования электронной аппаратуры // Материалы конф. Ассоциация мат. програм. - Екатеринбург: ИМиМ УрОРАН. - 1995. - 5. - С.32-35.

11. Бакурова Г.В., Зіньковська Ю.С. Багатокритеріальні моделі задач на графах: аналіз стійкості // Тези допов. Всеукр. наук. конф. "Розробка та застосування математичних методів в науково-технічних дослідженнях". - Львів. - 1995. - С. 14.

12. Бакурова Г.В., Зіньковська Ю.С., Перепелиця В.О. Математична модель задачі компоновки конструктивних вузлів електронної апаратури // Там же.- Львів.-1995.- С. 13.

АНОТАЦІЇ

Зіньковська Ю.С. Дискретні екстремальні задачі в умовах невизначеності: питання стійкості. - Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні методи в наукових дослідженнях. - Запорізький державний університет, Запоріжжя, 1997.

Дисертацію присвячено питанням дослідження стійкості дискретних екстремальних задач. В дисертації розглянуто класи траєкторних задач на системах підмножин з векторною та інтервальною ваговими функціями. Для різних типів збурення вихідних даних доведено умови стійкості та одержано формули обчислення радіусу як кількісної характеристики стійкості. Досліджено на стійкість векторну задачу розбиття графу, у якого зважені вершини та ребра. Для такої нетраєкторної задачі пропоновано систему алгоритмів та знайдено їх оцінки обчислювальної складності.

Ключові слова: стійкість, радіус стійкості, збурення, збурююча множина, система підмножин, алгоритм, розбиття графу.

Зиньковская Ю.С. Дискретные экстремальные задачи в условиях неопределенности: вопросы устойчивости. - Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 - математическое моделирование и вычислительные методы в научных исследованиях. - Запорожский государственный университет, Запорожье, 1997.

Диссертация посвящена вопросам исследования устойчивости дискретных экстремальных задач. В диссертации рассмотрены классы траекторных задач на системах подмножеств с векторной и интервальной весовыми функциями. Для различных типов возмущения исходных данных доказаны условия устойчивости и получены формулы вычисления радиуса как количественной характеристики устойчивости. Исследована на устойчивость векторная задача разбиения графа, у которого взвешены вершины и ребра. Для такой нетраекторной задачи предложена система алгоритмов и найдены их оценки вычислительной сложности.

Ключевые слова: устойчивость, радиус устойчивости, возмущение, возмущающее множество, система подмножеств, алгоритм, разбиение графа.

Zin'kovskaya J.S. Discrete extreme problems in conditions of the indefiniteness: the stability questions. - Manuscript.

Thesis for a candidate of physical - mathematical sciences degree by speciality 01.05.02 - mathematical modeling and computational methods in scientific research, Zaporozhye state university, Zaporozhye, 1997.

Stability of the discrete extreme problems is under discussion. Dissertation covers classes of the trajectory problems on the systems of the subsets with vector and interval weighting functions. Stability conditions for different types of the given data perturbations have been proved. Formulae of calculation of the stability radius which are considered to be the quantitative characteristics of the stability have been obtained. Stability of the vector problem of the graph partition with weighted apices and edges has been investigated. The system of algorithms and the estimations of their computational complexity for the above mentioned nontrajectory problem have been proposed.

Key words: stability, stability radius, perturbation, perturbating set, system of subsets, algorithm, partition of graph.

Підписано до друку 12.11.97 р.
Заказ 2148 Тираж 100 прим.
Підрозділ оперативної поліграфії ЗЦНТЕІ
330002, м. Запоріжжя, пр. Леніна, 77