

ЗАПОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ВОЛОБУЄВА Тетяна Віталіївна

УДК 539.3:534.1

**НОРМАЛЬНІ ХВИЛІ У ПРЯМОЛІНІЙНО-ОРТОТРОПНИХ
ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛАХ.**

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук



Запоріжжя - 1997

539.3

ЛННБ України ім.В.Стефаніка



00751767 (X)

Дисертацією є рукопис

Робота виконана в Донецькому державному університеті, міністерство освіти України

Науковий керівник

Доктор технічних наук, професор Сторожев Валерій Іванович, Донецький державний університет, професор кафедри теорії пружності та обчислювальної математики

Офіційні опоненти:

Чл.- кор. НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор Шульга Микола Олександрович, Інститут механіки НАН України, завідувач відділу електропружності

Кандидат фізико-математичних наук, доцент Моїсеєнко Віктор Олексійович, Донбаська державна академія будівництва та архітектури, завідувач секцією прикладної математики та програмного забезпечення

Провідна установа

відділ прикладної математики та обчислювальних методів Інституту проблем машинобудування НАН України, м. Харків.

Захист відбудеться "18" грудня 1997 р. о "16" годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 08.04.02 при Запорізькому державному університеті за адресою: 330600, м. Запоріжжя, МСП - 41, вул. Жуковського, 66.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Запорізького державного університету за адресою 330600, м.Запоріжжя, МПС-41, вул. Жуковського,66.

Автореферат розісланий "14" листопада 1997 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради

Сисоєв Ю.О.

AB - 38, 814

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Проблеми теоретичного дослідження законів розповсюдження пружних хвиль в довгих деформівних тілах - хвилеводах з різноманітною геометрією перерізу та фізико-механічними властивостями, а також розробки ефективних чисельно-аналітичних методів таких досліджень є одними з сучасних актуальних проблем механіки деформівного твердого тіла. Це пов'язано як з внутрішньою логікою розвитку сучасних фундаментальних досліджень з динаміки деформівних середовищ, так і, насамперед, з прикладними потребами таких науково-технічних галузей, як ультраакустична дефектоскопія, акустoeлектроніка, геоакустика, машино- та приладобудування.

При досить значному обсягу досліджень та результатів за даною проблемою в цілому, вкрай маловивченими залишаються важливі в науковому та практичному відношенні проблеми теоретичного аналізу процесів розповсюдження хвиль в суттєво анізотропних низькосиметричних за фізико-механічними властивостями тілах із складною формою перерізу. Зокрема, у випадку врахування властивої кристалічним та композиційним матеріалам прямолінійної анізотропії для хвилеводів з перерізом кругової форми, проблема дослідження дисперсійних властивостей є майже відкритою актуальною науковою проблемою.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Проведені в дисертаційній роботі дослідження пов'язані з фінансованими Міністерством освіти України фундаментальними науково-дослідними роботами (нумери держреєстрації 0193U04484, 0193U0441487, 0196U007098), з фундаментальним науково-дослідним проектом 1/785 Фонду фундаментальних досліджень України, та проектом, що виконувався за грантом № K4G100 Міжнародного наукового фонду.

Мета і задачі дослідження полягають у створенні ефективних чисельно-аналітичних методик розв'язання задач дослідження спектрів

нормальних пружних хвиль в прямолинійно-ортотропних циліндричних тілах кругового перерізу із вільною або жорстко фіксованою боковою поверхнею; реалізації алгоритмів побудованих розв'язків на ЕОМ у вигляді комплексів програм; в розрахунку спектрів критичних частот нормальних хвиль, діаграм дисперсійних кривих, кінематичних та енергетичних характеристик хвильових рухів в циліндрах з ряду конкретних анізотропних матеріалів; в аналізі окремих закономірностей впливу фізико-механічних властивостей хвилеводів на характеристики нормальних хвиль, їх швидкості та форми.

Наукова новизна одержаних результатів дисертаційної роботи полягає у розробці методик інтегрування просторових хвильових рівнянь для прямолінійно-ортотропних тіл в рядах за неklasичними спеціальними вектор-функціями звичайних та узагальнених комплексних змінних та в рядах за частковими розв'язками експоненційного типу; в обґрунтуванні ряду властивостей спеціальних комплексних вектор-функцій; в побудові декількох варіантів рівнянь відносно критичних частот бігучих нормальних хвиль та дисперсійних рівнянь, що описують повні спектри вивчаємих хвиль; в одержанні на підставі чисельних досліджень ряду даних щодо розподілу критичних частот бігучих хвиль в прямолінійно-ортотропних циліндрах з вільною або жорстко фіксованою поверхнею, кінематичних та енергетичних характеристик хвильових рухів на критичних частотах; в побудові на підставі розрахунків дисперсійних спектрів нормальних хвиль в двох типах кристалічних циліндрів з фіксованою боковою поверхнею.

Практичне значення одержаних результатів дисертаційної роботи полягає в можливостях застосування розроблених методик, програмних засобів їх чисельної реалізації та окремих результатів розрахунків при проектуванні конструктивних елементів з кристалічних та композиційних матеріалів в різних технічних пристроях; для розрахунків спектральних властивостей та робочих параметрів хвилеводних

компонентів акустоелектронних пристроїв; для обробки даних неруйнуючої ультразвуочної діагностики.

Запропоновані та апробовані в дисертаційній роботі чисельно-аналітичні методики побудови і аналізу нормальних пружних хвиль в прямолінійно-ортотропних циліндричних тілах кругового перетину доповнюють коло прикладних методик механіки деформівного тіла, створених для дослідження процесів розповсюдження нормальних хвиль в пружних хвилеводах. На підставі проведених конкретних чисельних досліджень визначені окремі характеристики процесів розповсюдження нормальних хвиль в розглядаємих тілах, які доповнюють наукові уявлення про закономірності хвильових процесів в пружних хвилеводах.

Апробація результатів дисертації. Основні результати проведених в дисертації досліджень доповідались на Всесоюзній науковій конференції "Інформаційні технології та системи. Технологічні задачі механіки суцільних середовищ" (Воронеж, 1992), на Другому Міжнародному симпозиумі інженерів-механіків у Львові (Львів, 1995), на Третій та Четвертій Міжнародних наукових конференціях ім. Академіка Кравчука, (Київ, 1994, 1995), на III Регіональній науково-технічній конференції (Маріуполь, 1995), на VII Українській конференції "Моделювання та дослідження стійкості систем" (Київ, 1996), на Міжнародній конференції "Математичні моделі фізичних процесів та їх властивості" (Таганрог, 1997), на Наукових конференціях професорсько-викладацького складу Донецького державного університету (Донецьк, 1993, 1995), на Об'єднаних наукових семінарах кафедри теорії пружності та обчислювальної математики, кафедри теоретичної та прикладної механіки Донецького державного університету та лабораторії прикладних проблем механіки суцільного середовища інституту прикладної математики та механіки НАН України (1992-1997), на науковому семінарі

"Актуальні проблеми прикладної математики й механіки" (Запоріжжя, 1997).

Публікації. З основних результатів досліджень, які викладені в дисертації, опубліковано 15 наукових праць.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох глав, висновку списку літератури із 185 найменувань та додатку. Робота викладена на 138 сторінках основного тексту, містить 30 рисунків та 10 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У вступі обґрунтовується актуальність теми дисертаційної роботи; сформульовано мету досліджень та основні наукові результати, що виносяться на захист; дана характеристика наукової новізни, теоретичної та практичної цінності, вірогідність одержаних результатів, зв'язку досліджень з планами наукових робіт; стисло наведено зміст роботи по главах.

В першому розділі викладено огляд стану досліджуємої проблеми та на його підставі зроблено детальне обґрунтування мети роботи. Відзначено, що в цілому науковий напрямок, пов'язаний з дослідженням хвильових процесів в пружних циліндричних хвилеводах, є широкою багатоплановою проблемою, що має велике теоретичне та практичне значення. Провідний вклад в її розв'язання по окремим аспектам та в формування сучасного рівня наукових знань в цій галузі внесено роботами В.А.Бабешка, В.М.Бабіча, О.М.Багна, О.В.Білокіня, А.О.Ватульяна, І.І.Воровича, І.П.Гетмана, Е.В.Глушкова, О.Я.Григоренка, В.Т.Гринченка, О.М.Гузя, В.І.Гуляєва, О.Ю.Жарія, В.Г.Карнаухова, Г.Л.Комісарової, О.С.Космодаміанського, П.Г. Махорта, В.В.Мелешка, В.О.Моїсеєнка, Л.А.Молоткова, О.М.Подліпенца, В.Л.Рвачова, В.С.Саркісяна, І.Т.Селезова, В.І.Сторожева, А.Ф.Улитка, Ю.А.Усти-

нова, М.О.Шульги, Ю.К. Енгельбрехта, J.D.Achenbach, B.A.Auld, C. Chree, D.S.Gazis, S.K.Datta, J.R.Hutchinson, P.C.Y.Lee, H.D.McNiven, R.D.Mindlin, I.Mirsky, Y.H. Pao, L.Pochhammer, N.Sugimoto, R.J.Talbot, T.Taya, R.N. Thurston, J.Zemanek та інших вчених. Проте коло досліджень, що стосуються розглядаємих в математично точній тривимірній постановці проблем розповсюдження хвиль в анізотропних циліндричних тілах, є суттєво більш вузьким. Що ж до проблеми дослідження хвильових процесів в циліндричних тілах, які володіють прямолінійною анізотропією, тобто у випадку, коли гранична поверхня хвилевода не є подібною за формою до геометрії напрямків пружної симетрії його матеріалу, то така проблема є майже повністю відкритою. Теоретичні чисельно-аналітичні дослідження подібного варіанту задачі для циліндричного тіла з монокристалу сапфіра проведені зокрема в роботах L.O.Wilson і базуються на можливостях використання однієї із пружних констант сапфіру як малого параметру, що дозволяє звести спектральну задачу до рекурентної послідовності задач, в яких фактично розглядається трансверсально-ізотропний циліндр.

Відсутність результатів досліджень за цією складною і водночас важливою проблемою визначає мету дисертаційної роботи.

Далі в першій главі викладено фізико-механічну і математичну постановку проблем досліджуємого класу. Визначення спектру нормальних хвиль в нескінченному прямолінійно-ортотропному циліндрі кругового перерізу зводиться до аналізу спектральної задачі, яка включає лінійні рівняння динамічного деформування

$$\tilde{L}(\partial_1, \partial_2, \partial_3, \partial_t) \vec{U}(x_1, x_2, x_3, t) = 0 \quad (1)$$

відносно компонентів вектору динамічних переміщень $\vec{U} = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3)$ з матричним оператором

$$\bar{L} = \|L_{ij}\|, \quad (2)$$

$$L_{11} = c_{11}\partial_1^2 + c_{66}\partial_2^2 + c_{55}\partial_3^2 - \rho \frac{R_*^2}{C_*} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \dots, L_{23} = L_{32} = (c_{23} + c_{44})\partial_2\partial_3,$$

а також крайові умови на боковій поверхні, що в узагальненій операторній формі мають вигляд

$$\left(\tilde{G}_{1j}\tilde{u}_j + \tilde{G}_{2j}\tilde{u}_2 + \tilde{G}_{3j}\tilde{u}_3\right)_{r=1} = 0 \quad (j = \overline{1,3}). \quad (3)$$

$$\tilde{G}_{mj} = \tilde{G}_{mj}(\partial_1, \partial_2, \partial_3).$$

Розв'язок системи рівнянь (1) з відповідними граничними умовами типу (3) відшукується у вигляді хвилі, що розповсюджується вздовж осі Ox_3 циліндру

$$\tilde{u}_j(\bar{x}, t) = \operatorname{Re}\left(u_j(x_1, x_2) \exp(-i(\omega t - kx_3))\right) \quad (j = \overline{1,3}). \quad (4)$$

Внаслідок підстановки (4) в (1), (3) виникає спектральна задача відносно амплитудних функцій $u_j(x_1, x_2)$ вектору переміщень в нормальній хвилі яка має вигляд

$$\bar{L}_n \bar{u}(x_1, x_2) = 0 \quad \bar{L}_n(\partial_1, \partial_2) = \bar{L}(\partial_1, \partial_2, ik, -i\omega), \quad (5)$$

$$\left(G_{1j}u_j + G_{2j}u_2 + G_{3j}u_3\right)_{r=1} = 0 \quad (6)$$

$$G_{mj} = \tilde{G}_{mj}(\partial_1, \partial_2, ik),$$

та підлягає дослідженню.

В останньому параграфі першої глави викладено обрану концепцію дослідження, що полягає у побудові дисперсійних співвідношень із крайових умов (3) на боковій поверхні циліндру на підставі попереднього аналітичного визначення системи частинних розв'язків хвильових рівнянь (1) і апроксимації нормальних хвиль рядами за цими розв'язками. В такому разі дисперсійні функції мають форму визначників матриць нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розкладів хвильових полів в ряди за частинними розв'язками. Зазначені алгебраїчні системи будуються на підставі декількох

засобів алгебраїзації функціональних рівнянь, що впливають із граничних умов на боковій поверхні циліндричних хвилеводів. Корені одержаних таким чином дисперсійних рівнянь визначаються за допомогою чисельних методів.

В другому розділі у відповідності з обраною концепцією дослідження реалізовано побудову двох спеціальних класів частинних розв'язків амплітудних рівнянь (5) та досліджені окремі властивості таких розв'язків.

Множина частинних розв'язків першого типу побудована у вигляді спеціальних неklasичних вектор-функцій звичайних та узагальнених комплексних змінних.

Вводиться вектор-функція $\bar{\Psi} = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3)$, пов'язана з амплітудними функціями переміщення співвідношеннями

$$u_j(x_1, x_2) = \partial_j \Psi_j(x_1, x_2) \quad (j=1,2), \quad u_3(x_1, x_2) = i\Psi_3(x_1, x_2).$$

і рівняння (5) записуються у вигляді

$$\bar{L}_\phi \bar{\Psi} = \bar{M} \bar{\Psi}, \quad (7)$$

де $\bar{L}_\phi(\partial_1, \partial_2) = \|\alpha_{ij}\| \partial_1^2 + \|\beta_{ij}\| \partial_2^2$,

$$\|\alpha_{ij}\| = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ c_{12} + c_{66} & c_{66} & 0 \\ k(c_{13} + c_{55}) & 0 & c_{55} \end{bmatrix}, \quad \|\beta_{ij}\| = \begin{bmatrix} c_{66} & c_{12} + c_{66} & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 \\ 0 & k(c_{23} + c_{44}) & c_{44} \end{bmatrix},$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} -\Omega_1^2 & 0 & k(c_{13} + c_{55}) \\ 0 & -\Omega_2^2 & k(c_{23} + c_{44}) \\ 0 & 0 & -\Omega_3^2 \end{bmatrix},$$

$$\Omega_1^2 = \Omega^2 - c_{55}k^2, \quad \Omega_2^2 = \Omega^2 - c_{44}k^2, \quad \Omega_3^2 = \Omega^2 - c_{33}k^2.$$

Визначення частинних розв'язків (7) реалізується за ітераційним алгоритмом з переходом до класичних та узагальнених комплексних змінних

$$\bar{\Psi}(z, z_m) = \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\Psi}_k(z, z_m)$$

$$\bar{L}_\phi \bar{\Psi}_0 = 0, \quad \bar{L}_\phi \bar{\Psi}_k = \bar{M} \bar{\Psi}_{k-1} \quad (k \geq 1) \quad (8)$$

$$z_m = x_1 + \mu_m x_2 \quad (m = \overline{1, 3}), \quad \det \|\alpha_{ij} + \mu_m \beta_{ij}\| = 0.$$

Обираючи на підставі теореми Рунге в якості повної множини початкових наближень функції $\bar{\Psi}_0^{(p,m)} = \bar{G}_0^{(0,p,m)} z_m^p / \Gamma(p+1)$,

$$\text{де } G_{10}^{(0,p,m)} = 1, \quad \bar{L}_\phi(1, \mu_m) \bar{G}_0^{(0,p,m)} = 0,$$

одержуємо із послідовності неодорідних рівнянь (8) при $k \geq 1$

$$\bar{\Psi}_k^{(p,m)} = \sum_{s=0}^p \bar{G}_s^{(k,p,m)} z_m^{2k+s} z_m^{p-s} / ((2k+s)! \Gamma(p-s+1)). \quad (9)$$

Векторні коефіцієнти $\bar{G}_s^{(k,p,m)}$ визначаються із рекурентного матричного співвідношення

$$\bar{G}_s^{(k,p,m)} = \bar{M}_{1m}^{-1} \bar{M} \bar{G}_s^{(k-1,p,m)} - \bar{M}_{1m}^{-1} \bar{M}_{2m} \bar{G}_{s-1}^{(k,p,m)} - \bar{M}_{1m}^{-1} \bar{M}_{3m} \bar{G}_{s-2}^{(k,p,m)}$$

$$(s = \overline{0, p}; \quad k = \overline{1, \infty}),$$

$$\bar{G}_s^{(k,p,m)} = 0 \quad (s > p; \quad s < 0).$$

Таким чином, частинні розв'язки першого типу визначаються вектор-функціями

$$\bar{\Psi}^{(p,m)} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{s=0}^p \bar{G}_s^{(k,p,m)} z_m^{2k+s} z_m^{p-s} / ((2k+s)! \Gamma(p-s+1)) \quad (10)$$

Досліджені окремі властивості функцій (10); зокрема доказана абсолютна збіжність за нормою рядів, якими представлені ці функції; обґрунтовано повноту їх множини у просторі регулярних розв'язків (7).

Далі в другій главі викладено побудову та методику використання множини експоненційних частинних розв'язків системи рівнянь (5) для дослідження спектральних характеристик нормальних хвиль. Такі розв'язки побудовані у вигляді

$$\bar{u}_q(x_1, x_2) = \bar{A}_q \exp(iv_{1q}x_1 + iv_{2q}x_2).$$

Тут v_{1q}, v_{2q} - пари параметрів, пов'язаних співвідношенням

$\det \|L_{ja}^{(q)}\| = 0$, де $\|L_{ja}^{(q)}\| = \bar{L}_q(iv_{1q}, iv_{2q})$, а A_{1q}, A_{2q} - компоненти вектору

$\bar{A}_q = (A_{1q}, A_{2q}, 1)$, що визначаються із системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$L_{11a}^{(q)} A_{1q} + L_{12a}^{(q)} A_{2q} = -L_{13a}^{(q)}, \quad L_{21a}^{(q)} A_{1q} + L_{22a}^{(q)} A_{2q} = -L_{23a}^{(q)}.$$

Описано також конструювання дійснозначних частинних розв'язків експоненційного типу, що характеризуються певною парністю відповідно до симетрії форм рухів в хвилях досліджуємого типу. Показано, що ефективність використання розкладів за експоненційними частинними розв'язками для побудови дисперсійних співвідношень обумовлена наявністю ортогональних розкладів

$$\left(\exp(iv_{1q}x_1 + iv_{2q}x_2) \right)_{r=1}^{\infty} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q_k(iv_{1q}, iv_{2q}),$$

де $Q_k(v_{1q}, v_{2q}) = J_k(v_{2q}) \left((v_{2q} + iv_{1q}) / v_{2q} \right)^k$, $v_{12q} = (v_{1q}^2 + v_{2q}^2)^{1/2}$.

У третьому розділі викладено методику та результати дослідження множин критичних частот нормальних хвиль в ортотропному циліндрі кругового перерізу з жорстко фіксованою або вільною граничною поверхнею, тобто частот, які відповідають початковим точкам дійсних гілок дисперсійного спектру на осі $O\Omega$. В разі, коли мода бігучих хвиль не має проміжку, що відповідає зворотній хвилі, критична частота хвилі співпадає з частотою її запирання. Виділені хвилі двох типів, які при виникненні на критичній частоті відповідно є волнами зсуву, поляризованими в площині перерізу циліндру або волнами, що характеризуються переміщеннями вздовж вісі циліндру.

Критичні частоти хвиль першого типу визначаються із спектральної задачі, що має вигляд

$$L_{j1}^{(k)}u_1 + L_{j2}^{(k)}u_2 = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (11)$$

$$(G_{1j}u_1 + G_{2j}u_2)_{r=1} = 0.$$

Для дослідження критичних частот хвиль першого типу розроблена методика, що ґрунтується на використанні базисної системи частинних розв'язків рівнянь (11), побудованої за допомогою алгоритму, подібного до викладеного у другій главі. Рівняння відносно критичних частот хвиль цього типу одержано у формі рівності нулю редуційованого нескінченного визначника з елементами, що обраховуються через введені комплексні вектор-функції. Використовуємий підхід дозволяє також обраховувати форми пружних переміщень в перерізі хвильоводу на критичних частотах. Для чисельної реалізації даної методики розроблено орієнтований на ПЕОМ комплекс прикладних програм. Розроблена методика використана для розрахунку критичних частот нормальних хвиль в циліндрах з фіксованою боковою поверхнею із модельного матеріалу кубічного класу, що має змінного показника анізотропії, а також в фіксованих по боковій поверхні циліндрах із орторомбічних монокристалів топазу та сірчанокислового стронцію. Досліджені форми коливань перерізу хвильовода з фіксованою боковою поверхнею із монокристала топазу на критичних частотах першого типу.

Критичні частоти хвиль другого типу визначаються із спектральної задачі, яка включає узагальнене метагармонічне рівняння

$$(c_{55}\partial_1^2 + c_{44}\partial_2^2 + \Omega^2)u_3 = 0 \quad (12)$$

та крайові умови одного з типів $(u_3)_{r=1} = 0$ або $(\sigma_{r3})_{r=1} = 0$.

Рівняння відносно критичних частот хвиль другого типу одержані за методикою, першим етапом якої є інтегрування (12) в рядах за циліндричними функціями полярних координат в афінно-перетвореній області

$$u_3 = \sum_{(n)} A_n J_n^{(1)}(\Omega r) e^{in\varphi},$$

де $\xi_1 = x_1$, $\xi_2 = x_2 / (c_{44} / c_{55})^{1/2}$, $r e^{i\varphi} = \xi_1 + i\xi_2$,

а другий етап полягає в алгебраїзації однорідних граничних умов із застосуванням ортогональних граничних розкладів

$$(u_3)_\Gamma = \sum_{(n)} \sum_{(p)} A_n Q_{np}^{(1)} e^{ip\theta},$$

$$(\sigma_{r3})_\Gamma = \sum_{(n)} \sum_{(p)} A_n \lambda_{np}^{(1)} e^{ip\theta}$$

в яких

$$Q_{np}^{(1)} = \delta_{np} J_{(n+p)/2}(\Omega|\eta_1|) J_{(n-p)/2}(\Omega|\eta_2|) \tilde{\eta}_1^{(n+p)/2} \tilde{\eta}_2^{-(n-p)/2},$$

$$\lambda_{np}^{(1)} = \frac{\Omega}{2} R \left(Q_{n-1,p-1}^{(1)} (\gamma_1 - i\gamma_2) + Q_{n+1,p-1}^{(1)} (-\bar{\gamma}_1 + i\bar{\gamma}_2) + \right. \\ \left. + Q_{n-1,p+1}^{(1)} (\gamma_1 + i\gamma_2) + Q_{n+1,p+1}^{(1)} (-\bar{\gamma}_1 - i\bar{\gamma}_2) \right).$$

Побудовані таким чином частотні рівняння для хвильоводів з фіксованою або вільною поверхнею відповідно мають вигляд

$$\det \| Q_{np}^{(1)} \| = 0 \quad \det \| \lambda_{np}^{(1)} \| = 0 \quad (n, p = \overline{-N, N}).$$

Чисельне дослідження одержаних рівнянь для хвильоводів з фіксованою та вільною поверхнею із матеріалів, показник анізотропії яких $\lambda = (c_{44} / c_{55})^{1/2}$ змінюється в межах $0 \leq \lambda \leq 1,25$, дозволило побудувати відповідні діаграми розподілу декількох гілок спектру критичних частот і, зокрема, описати ефект "подвоєння" значень критичних частот для окремих мод неосесиметричних нормальних хвиль в прямолінійно-ортотропному циліндрі. Побудовані також рівняння відносно критичних частот хвиль з певною симетрією амплітудних зміщень в досліджуємих хвильових рухах. Проведено аналіз форм хвильових рухів та

енергетичних характеристик коливань в перерізі фіксованого хвилеводу на критичних частотах нормальних хвиль другого типу.

В четвертому розділі роботи побудовані дисперсійні рівняння загального вигляду для ортотропних циліндричних хвилеводів з вільною або фіксованою боковою поверхнею. Дисперсійні функції одержані за використанням частинних розв'язків амплітудних рівнянь динамічних рухів (5) в спеціальних комплексних вектор-функціях та в вектор-функціях експоненційного типу і представлені нескінченими функціональними визначниками. Алгоритми побудови та чисельного розв'язання дисперсійних рівнянь для циліндрів з фіксованою боковою поверхнею реалізовані в комплексах орієнтованих на ПЕОМ прикладних програм. З їх допомогою розраховані дисперсійні спектри нормальних хвиль для фіксованих по боковій поверхні циліндричних хвилеводів з монокристалів топазу та сірчанокиислого стронцію. Розраховані також діаграми розподілу значень фазових швидкостей бігучих нормальних хвиль в циліндрі із монокристала топазу.

В висновках сформульовані основні результати проведених в дисертаційній роботі досліджень.

1. Реалізовано побудову, дослідження та обґрунтування ряду властивостей спеціальних вектор-функцій класичних та узагальнених комплексних змінних, які утворюють базисні системи регулярних частинних розв'язків рівнянь просторових стаціонарних хвильових рухів для областей внутрішнього типу в прямолінійно-ортотропних циліндричних тілах.

2. Створено методику побудови та дослідження систем частинних розв'язків експоненційного типу для тривимірних рівнянь стаціонарної динаміки прямолінійно-ортотропного середовища стосовно до задач аналізу хвилеводних властивостей прямолінійно-ортотропних циліндричних тіл одностов'язного перерізу.

3. Розроблено чисельно-аналітичну методику визначення критичних частот двох типів бігучих нормальних хвиль в прямолінійно-ортотропних кругових циліндрах, які при виникненні відповідно характеризуються переміщеннями в площині перерізу хвильовода або в його вісьовому напрямку. Рівняння відносно критичних частот побудовані в формі рівностей нулю нескінчених функціональних визначників, що підлягають редукції при чисельних дослідженнях.
4. Досліджені множини критичних частот, кінематичні та енергетичні характеристики хвильових рухів на критичних частотах в декількох типах ортотропних циліндрів. Описан ефект "подвоєння" значень окремих критичних частот у порівнянні з їх множиною для ізотропного циліндру, що саме обумовлений прямолінійною анізотропією матеріалу хвильовода.
5. Розроблено методику побудови дисперсійних функцій загального вигляду для нормальних хвиль в прямолінійно-ортотропних циліндричних хвильоводах кругового перерізу з вільною або фіксованою боковою поверхнею. Такі функції мають форму нескінчених функціональних визначників і підлягають редукції при конкретних дослідженнях.
6. За результатами чисельних досліджень побудовані діаграми дійсних та уявних гілок дисперсійних спектрів для фіксованих по боковій поверхні циліндричних хвильоводів із монокристалів топазу та сірчанокислого стронцію, а також діаграма розподілу фазових швидкостей бігучих хвиль для циліндру із монокристалу топазу.
7. Для чисельної реалізації побудованих в дисертаційній роботі методик розроблене програмне забезпечення у вигляді орієнтованих на ПЕОМ прикладних програм.

Конкретний особистий внесок автора в розробку результатів, які містяться в опублікованих по темі дисертації роботах.

Побудова та дослідження властивостей ефективно застосовуваних для одержання дисперсійних співвідношень множин частинних

розв'язків системи диференційних рівнянь відносно амплітудних функцій тривимірних нормальних хвиль в ортотропному циліндрі у вигляді спеціальних комплексних вектор-функцій [7, 13, 14] та у вигляді вектор-функцій експоненційного типу [5, 10].

Розробка методики визначення критичних частот нормальних хвиль [1, 6, 9]; аналіз кінематичних та енергетичних властивостей хвильових рухів на критичних частотах [1, 12]; дослідження ефекту "подвоєння" окремих критичних частот у випадку прямолінійно-ортотропних хвильоводів та залежності значень критичних частот від показників анізотропії [3, 6, 11].

Розробка методики одержання дисперсійних рівнянь загальної форми з використанням апаратів частинних розв'язків в комплексних вектор-функціях та в вектор-функціях експоненційного типу [4, 7, 8]; чисельне дослідження дисперсійних рівнянь та побудова дисперсійних спектрів для ортотропних монокристалічних циліндрів з фіксованою граничною поверхнею [2, 12, 15].

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Критические частоты распространяющихся волн в прямолинейно-ортотропных цилиндрических волноводах // Теорет. и прикл. механика. - 1996. - Вып. 26. - С. 87-95.
2. Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Дисперсия нормальных волн в прямолинейно-ортотропном круговом цилиндре с закрепленной боковой поверхностью // Теорет. и прикл. механика. -1996. - Вып. 26. - С. 96-99.
3. Бутко С.Б., Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Нормальные волны в ортотропных пластинах и призматических телах с тонкими покрытиями граней // Теорет. и прикл. механика. - 1995. - Вып. 25. - С. 90-97.
4. Волобуева Т.В. Нормальные волны в цилиндрических телах из прямолинейно-анизотропных материалов // Научная конференция профессорско-преподавательского состава ДонГУ по итогам научно-ис-

- следовательской работы. Естественные дисциплины (Донецк, апрель, 1993). Тез. докл. - Донецк, ДонГУ, 1993. - С.7.
5. Волобуева Т.В. Метод рядов по экспоненциальным решениям в задачах описания спектра нормальных волн для прямолинейно-ортотропных цилиндров // Научная конференция профессорско-преподавательского состава ДонГУ по итогам научно-исследовательской и методической работы: математика, физика (Донецк, апрель, 1995). Тез. докл. - Донецк, ДонГУ, 1995. - С. 213.
6. Волобуева Т.В. Анализ частот запираения нормальных волн в прямолинейно-ортотропных цилиндрах кругового сечения // Тез. докл. III Региональной научно-технической конференции (Мариуполь, май 1996). Том 2 "Машиностроение". - Мариуполь, Приазовский гос. техн. ун-т, 1995. - С. 61.
7. Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Численно-аналитический метод исследования нормальных волн в прямолинейно-ортотропном цилиндрическом волноводе // Деп. в ГНТБ Украины 10.03.94, № 500 - УК 90. - 21 с.
8. Волобуєва Т.В., Сторожев В.І., Шлак В.А. Просторові проблеми розповсюдження пружних хвиль у низькосиметричних анізотропних пластинах і циліндрах // 2-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові (Львів, 4-6 травня 1995). Тез. доп. - Львів, Львівська політехніка, 1995. - С. 19.
9. Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Определение частот запираения для нормальных волн в прямолинейно-ортотропных цилиндрических волноводах // Деп. В ГНТБ Украины 02.10.95, № 2212 -Ук 96. - 23 с.
10. Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Анализ волновых свойств прямолинейно-анизотропных цилиндров методом рядов по базисным частным решениям экспоненциального типа // Деп. В ГНТБ Украины 01.12.95, № 2536. - Ук 95. - 11 с.

11. Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Полный спектр нормальных волн в прямоугольном волноводе орторомбического класса с тонкими нерастяжимыми покрытиями граней // Деп. В ГНТБ Украины 22.04.96, № 1029. - Ук. 96. - 17 с.
12. Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Численно-аналитический анализ моделей распространения упругих волн в прямолинейно-ортотропном цилиндрическом волноводе // Тез. Украинской конференции Моделирование и исследование устойчивости систем (Киев, 1996). Тез. докл. - Киев, КГУ, 1996. - С. 42.
13. Волобуева Т.В. Розв'язки хвильових рівнянь для анізотропного середовища в спеціальних вектор-функціях комплексних змінних та їх застосування до теорії пружних хвиль в анізотропних тілах // III Міжнародна наукова конференція ім. Акад М.Кравчука (Київ, 1994). Тез. Доп. - Київ, КПІ, 1994. - С. 31.
14. Волобуева Т.В., Медведев С.Ф., Сторожев В.І. Інтегрування систем двовимірних диференціальних рівнянь еліптичного типу в спеціальних вектор-функціях комплексних змінних і застосування розв'язків в задачах розповсюдження хвиль // IV Міжнародна наукова конференція ім. Акад. М.Кравчука (Київ, 1995). Тез. Доп. - Київ, КПІ, 1995. - С. 61.
15. Бутко С.Б., Волобуева Т.В., Копычко О.Н., Сторожев В.И., Шпак В.А. Исследования теоретических моделей возбуждения и распространения упругих волн в пластинчатых, призматических и цилиндрических волноводах орторомбического класса // Межд. Конференция. Математические модели физических процессов и их свойства (Таганрог, 1997). Тез. докл. - Таганрогский гос. педагогический институт, 1997. - С. 19.

АНОТАЦІЯ

Волобуєва Т.В. Нормальні хвилі в прямолінійно-ортотропних циліндричних тілах. - Рукопис.

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла, Запорізький державний університет, Запоріжжя, 1997.

Дисертація присвячена теоретичному дослідженню дисперсії нормальних пружних хвиль у протяжних циліндрах кругового перерізу із прямолінійно-ортотропних матеріалів. У роботі побудована та реалізована чисельно-аналітична методика одержання та дослідження рівнянь із крайових умов на граничній поверхні циліндру на основі попереднього інтегрування хвильових рівнянь. Основні результати полягають у побудові систем частинних розв'язків амплітудних рівнянь, поданих комплексними вектор-функціями та експоненційними вектор-функціями, одержання та дослідження рішень відносно критичних частот розглядаємих хвиль, побудові дисперсійних функцій загального вигляду у формі редуційованих нескінчених визначників; розрахунку характеристик дисперсійних спектрів для двох типів кристалічних циліндрів з фіксованою поверхнею. Результати мають фундаментальне значення для розвитку наукових уявлень про розповсюдження хвиль в анізотропних середовищах та прикладне значення для акустоелектричної дефектоскопії, машинобудування.

Ключові слова: прямолінійно-ортотропні циліндричні тіла, дисперсійні співвідношення, моди нормальних хвиль, критичні частоти, фазові швидкості.

Волобуєва Т.В. Нормальные волны в прямолинейно-ортотропных цилиндрических телах. - Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела. - Запорожский государственный университет, Запорожье, 1997.

Диссертация посвящена теоретическому исследованию дисперсии нормальных упругих волн в протяженных круговых цилиндрах из прямолинейно-ортотропных материалов. В работе построена и реализована численно-аналитическая методика получения и исследования дисперсионных уравнений из условий на граничной поверхности цилиндра на основе предварительного интегрирования волновых уравнений. Основные результаты состоят в построении систем частных решений амплитудных уравнений, представленных комплексными вектор-функциями и экспоненциальными вектор-функциями; получении и исследовании уравнений относительно критических частот рассматриваемых волн; построении дисперсионных функций общего вида в форме редуцированных бесконечных определителей; расчете характерис-

тик дисперсионных спектров для дворов с фиксированной поверхностью. Результаты имеют фундаментальное значение для развития научных представлений о распространении волн в анизотропных средах и прикладное значения для акустоэлектроники, ультразвуковой дефектоскопии, машиностроения.

Ключевые слова: прямолинейно-ортотропные цилиндрические тела, дисперсионные соотношения, моды нормальных волн, критические частоты, фазовые скорости.

Volobueva T.V. Normal Waves in a Rectilinear-Orthotropic Cylindrical Bodies. - Manuscript.

Dissertation on the degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 01.02.04 - Mechanics of Deformable Rigid Body, Zaporozhiye State University, Zaporozhiye, 1997.

The thesis is devoted to theoretical investigation of normal elastic waves dispersion in extensive cylinder of circular section from linear-orthotropic materials. Numerical-analytical methods of obtaining and investigation of dispersion equations from conditions on the cylinder boundary surface on the basis of preliminary integration of wave equations is formed and realized in the present work. Basic result consist in the structure of systems of particular solutions of amplitude equations, represented by complex vector-functions and exponential vector-functions; equation obtaining and investigation relative to critical frequencies of the waves under consideration, formation of dispersion function of general type in the form of reduced infinite determinants; estimate of dispersion spectra characteristics for 2 types of crystalline cylinders with flexical surface. The results are of fundamental importance for the development of scientific idea of waves propagation in anisotropic mediums and of applied importance for acoustic-electrical flaw detection, mechanical engineering.

Key words: rectilinear-orthotropic cylindrical bodies, dispersing relations, modes normal waves, critical frequencies, phase velocities.