

ХАРКІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

УДК 533.9

КИРИЧОК  
Олександр Віталійович



ВЗАЄМОДІЯ РОЗВИНЕНИХ СТРУКТУР РІЗНИХ МАСШТАБІВ У  
ПЛАЗМОВИХ ТА ГІДРОДИНАМІЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

( 01.04.08 – фізика плазми)

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 1997

АВ 39.065

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському державному технічному університеті будівництва та архітектури та Харківському державному університеті

Наукові керівники: доктор фізико-математичних наук, професор Панченко Іван Петрович, завідуючий кафедрою вищої математики ХДТУ

доктор фізико-математичних наук, професор Куклін Володимир Михайлович, фізико-технічний факультет, ХДУ.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук Яновський Володимир Володимирович, завідуючий теоретичним відділом інституту «Монокристал» НАН України;

доктор фізико-математичних наук Ткаченко Віктор Іванович, професор кафедри фізичних технологій, фізико-технічний факультет, ХДУ

Провідна установа: Інститут радіофізики та електроніки НАН України (м. Харків ), відділ теоретичної фізики

Захист відбудеться "25" листопада 1997 р. о 15 год. 00 хв. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 02.02.12 у Харківському державному університеті (адреса: 310108, м. Харків, просп. Курчатова, 31, ауд. 301 ).

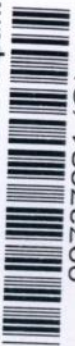
З дисертацією можна ознайомитися в Центральній науковій бібліотеці Харківського державного університету (адреса: 310077, м. Харків, пл. Свободи, 4).

Автореферат розісланий "21" листопада 1997 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради доктор фізико-математичних наук, професор

Азаренков М.О.

ЛНБ України ім.В.Стефаника



00737621 (Q)

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми:** Дисертація присвячена окремим питанням теорії дисипативних структур (ДС) у плазмі та плазмоподібних середовищах — напрямку сучасної фізики, що бурхливо розвивається в останні десятиріччя. Теорія ДС у плазмі є важливим розділом загальної теорії ДС, яка починає своє існування з робіт І. Пригожина та його школи та продовжених Г. Ніколісом, Г. Хакеном, В. Кринським та іншими. Велика кількість вирішених задач та методи, напрацьовані у різних галузях фізики, зокрема у фізиці плазми завдяки роботам Б.Б. Кадомцева, О.І. Ахієзера, Я.Б. Файнберга, О.Г. Сітенка, горьківської школи А.В. Гапонова-Грехова та інших, дозволяють робити такі узагальнення, які і утворюють предмет теорії ДС у плазмі.

В дисертації увага автора зосереджена на механізмах утворення та взаємодії структур різних просторово-часових масштабів у слабконерівноважних плазмових та гідродинамічних системах. *Актуальність* цієї проблеми обумовлена розповсюдженням фізичних ситуацій, до яких може бути застосований подібний аналіз, та можливістю докладно простежити динаміку структури з початку її формування (цей факт є наслідком слабкої нерівноважності).

Іншим *актуальним* питанням, розглянутим в дисертації, є аналіз можливості існування регулярного динамо-механізму у магнітній гідродинаміці. Ця задача привертає увагу внаслідок остаточного невирішення проблеми магнітогідродинамічного та гідродинамічного динамо.

Ще одна *актуальна* проблема, досліджена в дисертації, це побудова моделі турбулентно-хвильової нестійкості у плазмовій та гідродинамічних системах, і виведення рівнянь, що описують цей процес. Вперше ця проблема була розглянута в роботах Г. Шимонаса та далі розроблена у роботах Д. Фуа та С.С. Моїсеєва. Результати, отримані цими авторами, торкалися гідродинамічних систем та використовували для замикання турбулентних моментів гіпотези, що відносяться до розвинутої турбулентності. Тому залишались питання що до застосування цих результатів до турбулентності біля порогу її виникнення. У дисертації проаналізовано цю проблему на прикладі плазмової системи, використовуючи добре апробовані методи фізики плазми, та розглянуто слабконерівноважну гідродинамічну систему.

**Мета роботи.** Визначити деякі загальні механізми утворення та взаємодії ДС різних просторово-часових масштабів у слабконерівноважних плазмових та плазмоподібних системах.

Зокрема:

- аналіз нелінійної динаміки іонної ленгмюрівської хвилі у неізо-термічній плазмі з током, як дисипативної структури, що описується узагальненим рівнянням Гінзбурга-Ландау;
- виявлення механізмів та умов виникнення турбулентно-

хвильової нестійкості у плазмовій та гідродинамічній системах.

- встановлення плазмово-гідродинамічної аналогії між тонким плазмовим шаром з током, що знаходиться у поперечному магнітному полі, та конвективно нестійкою системою.
- виявлення механізмів формування та еволюції великомасштабних вихорів у конвективно нестійкій системі та встановлення параметрів системи, при яких можливе існування таких структур;

**Методи дослідження.** Використовуються методи розкладення нелінійних рівнянь за малим параметром (надпороговість) з урахуванням фазового синхронізму, метод багатомасштабних розкладень.

**Наукова новизна.** Новим є підхід до аналізу динаміки нелінійної іонно-звукової хвилі у неізотермічній плазмі з током як до ієрархії нестійкостей.

В роботі вперше запропонований підхід до проблеми регулярного магнітогідродинамічного динамо як дисипативної структури, що утворюється внаслідок розвитку каскаду нестійкостей, та модуляції дрібномасштабних структур конвективного типу.

Вперше запропонована модель турбулентно-хвильової нестійкості у системі «плазма-пучок» та нова схема аналізу цієї нестійкості у гідродинамічній системі, яка дозволяє уникнути деяких недоліків моделей, розглянутих іншими авторами.

**Практична та теоретична цінність.** Результати дисертації є теоретичними та можуть бути використані іншими дослідниками для побудови фізичних моделей і вирішення прикладних задач.

Отримані результати аналізу можливості формування великомасштабних вихрових структур у регулярній плазмовій та гідродинамічній системах, де можливе існування дрібномасштабних періодичних структур конвективного типу, дозволяють по іншому подивитись на теорію турбулентного динамо-механізму, що активно розробляється на протязі останніх років різними авторами. Модель турбулентного динамо суттєво залежить від методу опису турбулентності, та до теперішнього часу не досить ясно у якій мірі одержані результати обумовлені обраною схемою замикання турбулентних моментів. Доведена у дисертації можливість існування динамо-ефекту у регулярній системі демонструє принциповий характер цього явища.

Запропонована у дисертації модель турбулентно-хвильової нестійкості у плазмовій та гідродинамічній системах дозволяє зробити висновок про можливість та умови існування цього явища у самих різноманітних системах. Зокрема ця нестійкість може бути відповідна за ініціювання катастрофічних сейсмічних процесів.

**Апробація роботи.** Результати дисертації доповідались автором на міжнародній конференції «Фізика в Україні» (Київ, ІТФ, 1993 р.), на XXIII конференції Європейського фізичного товариства «Controlled Fusion and Plasma Physics», (Київ, 1996), представлялись на VII-му міжнародному семінарі «MHD Flows and Turbulence» (Ізраїль, Єрусалим, 1993), на міжнародній конференції «IEEE International Conference On Plasma Science» (США, Санта-Фе, 1994), на конференції Європейського геофізичного товариства EGS-97 (Австрія, Відень, 1997).

**Публікації.** За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано 10 наукових праць, список яких подано в кінці автореферату.

**Структура і об'єм роботи.** Дисертаційна робота складається із вступу, трьох глав, розбитих на параграфи, висновків та списку літератури. Об'єм дисертації – 109 сторінок машинописного тексту. Бібліографія складає 94 найменування.

### ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** подано короткий огляд теми дисертації, її загальна характеристика та викладено основні результати.

**Перша глава** присвячена аналізу окремих механізмів утворення та взаємодії різномасштабних ДС у слабконерівноважних резонансних плазмових системах. Під резонансними (або хвильовими) розуміються системи, в яких для взаємодії окремих власних мод потрібне виконання умов просторово-часового синхронізму:  $\omega_1(\vec{k}_1) = \omega_2(\vec{k}_2) + \omega_3(\vec{k}_3) - \omega_4(\vec{k}_4)$ ,  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}_4$  (Тут і далі ми розглядаємо системи з кубічними нелінійностями). ДС, що утворюється на початку процесу як наслідок первинної нестійкості розглядається як дрібномасштабна. ДС, яка виникає у результаті модуляції дрібномасштабної ДС вважається великомасштабною

У §1.1. виведене рівняння, що описує динаміку іонних коливань плазми, збуджених током. Відомо, що сильно неізотермічна ( $T_e \gg T_i$ ) густа плазма с током, у якій електрони дрейфують відносно іонів зі швидкістю  $u$  є нестійкою відносно збудження іонно-звукових коливань. При цьому у короткохвильовій частині спектру  $k^2 r_{Di}^2 \gg 1$  збуджуються іонні ленгмюрівські коливання  $\omega^2 \approx \omega_{pi}^2$ .

В дисертації виведене рівняння для амплітуди нелінійної іонної ленгмюрівської хвилі поблизу порога нестійкості:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \gamma A - 2i \frac{k_0^2}{\omega_{pi}} A |A|^2 - \frac{v_i k_0^2}{\omega_{pi}} A |A|^2 - 3i \frac{v_{Ti}}{\omega_{pi}} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}, \quad (1)$$

де  $k_0 = k_{пор}$ , а  $\beta = \frac{16}{81} \left( \frac{\pi m T_i^3}{2 M T_e^3} \right)^{1/2} \frac{v_{Ti}^2}{\omega_{pi}} \left( \frac{u_0}{v_{Ti}} \right)^5$ ,  $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / M}$  – іонна ленгмюрівська частота,  $v_{Ti} = \sqrt{T_i / m}$  – тепла швидкість іонів,  $v_e$  – частота

зіткнень електронів з іонами або нейтральними атомами,  $v_i = v_{i0}$  — частота зіткнень іонів з нейтральними атомами у слабоіонізованій плазмі та  $v_i = \frac{8}{3} v_{i0} k^2 v_{Ti}^2 / \omega_{pi}^2$  — у повністю іонізованій. Нелінійне рівняння (1) являє собою узагальнене рівняння Гінзбурга-Ландау.

У §1.2. аналізується динаміка формування та еволюції ДС, що описується узагальненим рівнянням Гінзбурга-Ландау з довільними коефіцієнтами:

$$i \frac{\partial A}{\partial t} + iv_A A + P \Delta A - Q(1 + i\Gamma) |A|^2 A = 0. \quad (2)$$

Методом аналізу є Фур'є-перетворення рівняння (2), та виділення найбільших мод, зв'язаних умовами просторово-часового синхронізму.

На лінійній стадії процесу внаслідок нестійкості, яку ми будемо називати первинною, найбільш швидко зростає центральна мода з  $k = k_0$ , та намагається досягнути максимальної амплітуди  $u_{0\max} \approx [v_0/T |\sin \Theta|]^{1/2}$

( $v_0 = v(k_0)$ ,  $T = Q\sqrt{1 + \Gamma^2}$ ,  $\Theta = \arg(1 + i\Gamma)$ ). Далі, за виконанням умови  $\Delta_k T \cos \Theta < 0$  ( $\Delta_k = 2\omega(k_0) - \omega(k_0 + k) - \omega(k_0 - k)$ ) становиться можливим розвиток вторинної (модуляційної) нестійкості внаслідок якої починають зростати бокові моди (сателіти). Найбільший інкремент

$(\text{Im } \omega)_{\max} \approx v_k + T u_0^2 (1 + 2 \sin \Theta)$  мають моди з частотною розстройкою  $\Delta_k = -2T u_0^2 \cos \Theta$ . Динаміка вторинної нестійкості суттєво залежить від знаку  $v_k$ . Коли  $v_k > 0$ , сателіти знаходяться у зоні первинної нестійкості і зростають одночасно з центральною модою. В протилежному випадку

$v_k < 0$  вторинна нестійкість має пороговий характер та розвивається лише після досягнення центральною модою певного порогового значення

$u_0^2 > u_{0\text{пор}}^2 = \frac{v_k \sin \Theta}{v_0 (1 + 2 \sin \Theta)} u_{0\max}^2$ . Подальший розвиток вторинної нестійкості веде до перерозподілу енергії коливань таким чином, що енергія центральної моди зменшується до стаціонарного значення:

$$u_{0\infty} \approx \sqrt{\frac{v_k + \frac{3}{2} v_0 \sin \Theta}{T \left( 1 + 2 \sin \Theta + \frac{3}{2} \sin^2 \Theta \right)}}$$

а амплітуди сателітів досягають величини

$$u_{k\infty} = \sqrt{\frac{v_0}{2T} \left( 1 - \frac{u_{0\infty}^2}{u_{0\max}^2} \right)}$$

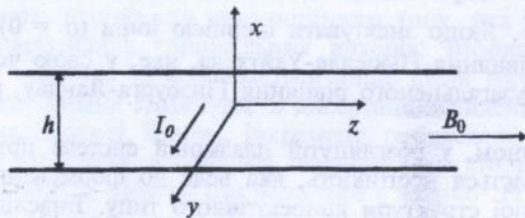
Таким чином, з початку в системі формується первинна дрібномащштабна структура (іонно-звукова хвиля з  $k_0 = k_{\text{пор}}$ ), а потім, внаслідок вторинної нестійкості модуляційного типу — вторинна великомасштабна ДС — огинаюча іонно-звукової хвилі.

У §1.3. отримані у попередньому параграфі результати застосовані для аналізу динаміки нелінійної лентмюрівської іонної хвилі, що описує-

ться рівнянням (1). Ця динаміка визначається, взагалі, двома основними параметрами  $\Gamma = v_i/2\omega_{pi} \ll 1$  та  $\mu \equiv (T_e/T_i)\sqrt{m_e/M} \geq 10^{-1}$ . Показано, що основним механізмом обмеження амплітуди центральної моди є модуляційний розпад на сателіти, що лежать в області затухання. При цьому амплітуда насичення центральної моди менша аніж амплітуда насичення внаслідок власної нелінійності.

**Друга глава** присвячена дослідженню деяких механізмів утворення та взаємодії різномасштабних ДС у слабконерівноважних нерезонансних плазмових та гідродинамічних системах. Під нерезонансними (або нехвильовими) розуміються системи, в яких для взаємодії окремих власних мод потрібне виконання тільки умов просторового синхронізму:  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}_4$  (на відміну від резонансних систем). Цей факт зовсім не виключає можливості розповсюдження хвиль у таких середовищах, але хвильові рухи не беруть участі у фізичних процесах, що розглядаються.

У §2.1. демонструється плазмово-гідродинамічна аналогія між ДС, що утворюються у тонкому замагніченому плазмовому шарі з током та конвективними періодичними ДС, що утворюються у тонкому горизонтальному шарі рідини з вертикальним градієнтом температури (мал. 1).



Мал. 1.

Плазмова система є нестійкою коли число Гартмана  $Na = (I_0 h^2/c)\sqrt{4\pi/\rho_0 v_m}$  ( $v_0$  і  $v_m$  — кінематична та магнітна в'язкості) перевищує деяке критичне значення  $Na_c$ . У результаті цієї нестійкості починають зростати збурення з  $\vec{k} = (0, k_c, 0)$ . У гідродинамічній системі аналогом числа Гартмана є число Релея  $Ra$ .

Лінійна стадія процесу, що розглядається, описується наступною системою рівнянь:

$$\frac{1}{Pr_m} \left( \frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} + J(\psi, \Delta \psi) \right) = \nabla^4 \psi + \frac{1}{4\pi} Na^2 \frac{\partial B_z}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} + J(\psi, B_z) = 4\pi \frac{\partial \psi}{\partial y} + \Delta B_z + \alpha \left( \nabla^4 \psi + \frac{Na^2}{4\pi} \frac{\partial B_z}{\partial y} \right), \quad (4)$$

де  $\psi$  — вектор-потенціал швидкості,  $Pr_m = \nu/v_m$  — магнітне число Прандтля

для (число Бетчелора),  $\alpha = Mc^2 \sqrt{e h^2 I_0}$  — коефіцієнт, що враховує інерцію іонів («холодна дисперсія»),  $J(a, b) = \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y}$ ,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . Система (3)-(4) доповнюється граничними умовами:

$$\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = B_z = 0, \quad (x = 0, 1).$$

При  $\alpha = 0$  система (3)-(4) співпадає з точністю до позначень з системою, що описує гідродинамічну конвекцію. Але на відміну від останньої, в плазмі відсутнє виродження за напрямком у  $\vec{k}$ -просторі. Це пов'язано з наявністю у системі виділеного напрямку (зовнішнього магнітного поля).

В дисертації побудована нейтральна крива  $Na(k)$ , яка розділяє області стійких та нестійких рішень, знайдені критичні значення  $Na_c = 3\sqrt{8}\pi^2/2 \approx 25,6$  та  $k_c = \pi/\sqrt{2}$ , інкремент нестійкості. За допомогою метода багатомасштабних розкладань виведене нелінійне рівняння для амплітуди дрібномасштабної первинної структури  $W(Y, T)$  у випадку малого перевищення порогу:

$$\frac{1 + Pr_m - i\tilde{\alpha}}{Pr_m} \frac{\partial W}{\partial T} - 4 \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} = \frac{\pi^2}{2} \left( 3 - \frac{3i\tilde{\alpha}}{\pi^2} - WW^* \right) W, \quad (5)$$

де  $\tilde{\alpha} = 9\alpha^2/8\sqrt{2}$ . Якщо знехтувати інерцією іонів ( $\alpha = 0$ ), рівняння (5) переходить у рівняння Ньюелла-Уайтхеда, яке, у свою чергу, є частковим випадком узагальненого рівняння Гінзбурга-Ландау, розглянутого у §1.2.

Таким чином, у розглянутій плазмовій системі при перевищенні порогу, розвивається нестійкість, яка веде до формування періодичної дрібномасштабної структури конвективного типу. Внаслідок нелінійних ефектів виникає великомасштабна модуляція. Урахування інерції іонів веде до того, що у системі зникає стаціонарний стан, та з'являється осциляторна складова.

У §2.2. вивчається механізм утворення великомасштабних тороїдальних вихорів у регулярній конвективній системі. Ця проблема тісно пов'язана з проблемою магнітогідродинамічного та гідродинамічного динамо. Відомо, що в основі динамо-механізму лежить взаємодія між тороїдальною та полоїдальною складовими швидкості, яка виникає завдяки адвективному члену у рівнянні Нав'є-Стокса  $Pr^{-1}(\vec{u}V)\vec{u}$ . Існуючи теорії динамо-механізму будуються у межах двох основних підходів — турбулентного і регулярного (ламінарного) динамо. У першому випадку стверджується, що для отримання позитивного зворотного зв'язку необхідне порушення дзеркальної симетрії у системі. Джерелом енергії великомасштабних вихрових рухів є як енергія турбулентності, так і енергія нерівноважності, яка підтримує турбулентність у системі. У другому випадку труднощі пов'язані із суттєвою тривимірністю і нелінійністю цього ефекту.

В дисертації розглядається механізм формування тороїдальних ви-

хорів у результаті великомасштабної модуляції дрібномасштабної ДС (конвективних ячіюк). Аналіз проведений у рамках моделі Проктора-Сівашинського-Письмена (модель ПСП), яка описує конвекцію у тонкому горизонтальному шарі рідини з жорсткими границями, що погано проводять тепло. Ця модель незважаючи на свою двовимірність зберігає такий суттєво тривимірний ефект як взаємодія  $\vec{u}_{tor}$  і  $\vec{u}_{pol}$  (векторна нелінійність у (6)-(7)).

Модель ПСП описується системою рівнянь:

$$\dot{\Phi} = -(1 + \beta V^2 + \nabla^2)\Phi + \frac{1}{3}\nabla(\nabla\Phi|\nabla\Phi|^2) + \frac{\gamma}{2}\nabla\Phi \times \nabla\Psi, \quad (6)$$

$$\Delta\Phi = \nabla V^2\Phi \times \nabla\Phi, \quad (7)$$

де  $\nabla a \times \nabla b = \partial_a a \partial_b b - \partial_a b \partial_a a$ ,  $\Phi(\xi, \eta, \tau)$  — функція, що описує, з точністю до числового коефіцієнта, двовимірне температурне поле,  $\Psi(\xi, \eta, \tau)$  — тороїдальний потенціал швидкості ( $\vec{u}_{tor} = \text{rot}(\vec{e}_z\Psi)$ ),  $\beta = \sqrt{1 + \varepsilon^2}$ ,  $\gamma = \text{Pr}^{-1}$ .

Первинна нестійкість (лінійний доданок у (6)), веде до утворення квадратних конвективних ячіюк (полоїдальних вихорів), які є дрібномасштабною первинною ДС. У дисертації показано, що за певними умовами (число Прандтля менше ніж деяке критичне значення) у системі можлива вторинна нестійкість модуляційного типу, яка і веде до утворення великомасштабних тороїдальних вихорів. Вторинна нестійкість має пороговий характер та розвивається лише після того, як первинна структура досягне певної амплітуди. В дисертації знайдені умови розвитку вторинної нестійкості, її зона, інкремент, побудовано нелінійну теорію, обчислені амплітуди насичення первинної та вторинної структур. Показано, що сумарна енергія, що міститься у велико- та дрібномасштабних структурах, зберігається у процесі розвитку вторинної нестійкості. Тому, вторинна структура може розглядатися як розподілений дефект первинної структури. Введено параметр дефектності. Наведено результати числового аналізу початкової системи (4)-(5), які підтверджують отримані аналітичні висновки. Джерелом енергії великомасштабних рухів є енергія нерівноважності.

Таким чином знайдений механізм утворення великомасштабних вихорів у конвективному середовищі є аналогом динамо-механізму, хоча і не може бути безпосередньо застосований для аналізу цього фізичного явища. Разом з тим отримані результати демонструють принципову можливість регулярного динамо. Уявне протиріччя з відомою теоремою Моффата (спіральність системи зберігається, якщо в системі не порушена дзеркальна симетрія) знімається тим, що, як показано в дисертації, в результаті вторинної нестійкості вихорі утворюють четвірки, в яких два мають завихрення, спрямоване вверх, а два — вниз. Таким чином, сумарне завихрення не дорівнює нулю змінюється. В реальній системі, під впливом, наприклад, сили Коріоліса, один, або два вихра з четвірки можуть отримати перевагу у розвитку, і сумарне завихрення системи буде зростати.

Третя глава присвячена аналізу такого фізичного явища, як турбулентна-хвильова нестійкість у плазмовій та гідродинамічній системах. Це явище було виявлене при дослідженні ряду гідродинамічних задач і привертає чималий інтерес у зв'язку із проблемою посилення хвильових збурень кінцевої амплітуди, що розповсюджуються крізь критичні зони (зони граничних напружень) нерівноважних середовищ поблизу порога генерації турбулентності.

Фізичний механізм турбулентно-хвильової нестійкості полягає у наступному. Крізь нерівноважне середовище, що знаходиться поблизу порога генерації турбулентності, розповсюджується великомасштабне хвильове збурення, що модулює управляючий параметр середовища (наприклад, число Рейля у конвективній системі), відповідальний за розвиток нестійкості. В результаті, виникають просторові області (турбулентні плями), в яких даний управляючий параметр перевищує своє критичне значення і де починає генеруватися турбулентність. Через те що турбулентні плями мають просторовий період, що співпадає із періодом хвилі може виникнути позитивний зворотний зв'язок, який веде до підсилення хвилі.

У § 3.1. досліджено взаємодію ленгмюрівської турбулентності, що збуджується одновимірним пучком заряджених частинок у неізотермічній плазмі ( $T_e \gg T_i$ ) з дисипацією, та іонно-звуковою хвилею. Ленгмюрівська турбулентність генерується пучком внаслідок пучково-плазмової нестійкості. Управляючим параметром є похідна функції розподілу частинок пучка за швидкістю  $\partial f_{e0}(v)/\partial v$ . У початковий момент система знаходиться трохи нижче порогу:

$$|\epsilon_0(v)| = \left| \frac{\frac{\partial f_{e0}}{\partial v} - \left(\frac{\partial f_{e0}}{\partial v}\right)_{cr}}{\left(\frac{\partial f_{e0}}{\partial v}\right)_{cr}} \right| \ll 1, \quad \left(\frac{\partial f_{e0}}{\partial v}\right)_{cr} = \frac{2\omega_{pe} m_e v_p}{4\pi^2 e^2} \frac{1}{v^2}.$$

Коли у такій системі розповсюджується іонно-звукова хвиля кінцевої амплітуди, вона модулює густину плазми та функцію розподілу пучка таким чином, що виникають області генерації ленгмюрівської турбулентності. В дисертації отримано систему рівнянь, що описує взаємодію хвилі та турбулентності:

$$\frac{\partial W_0}{\partial \tau} = -\bar{\epsilon}_0 W_0 + i\alpha(aW_1^* - aW_1) - \lambda(aW_1^* + aW_1) + \bar{q}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial \tau} = -\bar{\epsilon}_0 W_1 + i\alpha a W_0 + \lambda a W_0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} = -\mu W_1, \quad (10)$$

де  $W_0$ ,  $W_1$  — нульова та перша ( $\sim \exp(iK_s x - i\Omega_s t)$ ) гармоніки енергії турбулентності,  $K_s$ ,  $\Omega_s$  і  $a = A/A_0$  — хвильове число, частота та амплітуда

но-звукової хвилі,  $A_0$  — її початкова амплітуда,  $\lambda = \frac{eA_0}{2\pi v_s v_p}$ ,

$\mu = \frac{E_0 K_s^2 v_s}{2ev_p A_0 n_0}$ ,  $v_s$  — швидкість іонного звуку,  $\bar{q}$  — джерело спонтанної турбулентності.

Результати числового аналізу системи (8)–(10), наведені у дисертації, демонструють, що існує область параметрів системи ( $\lambda \sim 0,1$ ,  $\mu \sim 1$ ,  $\alpha \sim 5$ ), за якими має місце зростання амплітуди іонно-звукової хвилі у 2–7 разів та енергії турбулентності у 2,5–7 разів.

Показано, що у системі зберігається енергія, і тому, джерелом зростання хвилі та турбулентності є енергія нерівноважності.

У § 3.2. досліджується аналогічний механізм у гідродинамічній системі — зсувній стійко стратифікованій течії  $U_0(z)$ , де розповсюджується великомасштабна внутрішня гравітаційна хвиля. Управляючим параметром системи є число Річардсона  $Ri_0 = g\rho'_0(z)/(\rho_0 U_0'^2)$ . Коли число Річардсона менше ніж 1/4, течія втрачає стійкість. Проблема виникнення турбулентно-хвильової нестійкості в цій системі вивчалась іншими авторами. У цих роботах для вирішення відомої проблеми замкнення турбулентних моментів використовувались різні методи, але усі вони пристосовані для опису розвинутої турбулентності. У задачі, що розглядається, турбулентність тільки виникає біля порогу нестійкості. Тому у дисертації сформульована інша гіпотеза для замкнення турбулентних моментів: *для біляпорогової турбулентності між пульсаціями окремих величин (густина, швидкості, тиску) зберігаються ті ж самі співвідношення, що і на лінійній стадії нестійкості, яка спричиняє турбулентність*. Ця гіпотеза підтверджується численними дослідженнями нелінійної стадії слабконадпорогових систем. За допомогою цієї гіпотези, в дисертації виведена система рівнянь, що описує турбулентно-хвильову нестійкість в даній гідродинамічній системі. з точністю до позначень вона співпадає із системою (8)–(10), що є ще одним аргументом на користь запропонованої гіпотези, та дає підставу розглядати цю систему рівнянь як універсальну.

У § 3.3. наведені результати числового рішення нелінійної системи (8)–(10), які показують що за певними значеннями числових параметрів існує можливість значного взаємного посилення хвилі та турбулентності.

### Висновки та основні результати

1. Досліджений процес утворення та еволюції дисипативних структур у нерівноважних слабконелінійних системах з дисипацією на прикладі динаміки нелінійної лентгмюрівської іонної хвилі, збуджуваною струмом у неізотермічній плазмі, що описується узагальненим рівнянням Гінзбурга-Ландау. Знайдені умови, при яких у системі розвивається каскад нестійкостей. Показане, що динаміка системи і розподіл енергії

структури по масштабам, в основному, визначається параметрами надпороговості первинної і вторинної нестійкостей.

2. Досліджена плазмово-гідродинамічна аналогія для тонкого плазмового шару із струмом у поперечному магнітному полі. Показане, що у цій системі за певними умовами виникає структура конвективного типу (двовимірні вали). Отримане нелінійне рівняння, що описує динаміку амплітуди цієї структури. У випадку зневаги інерцією іонів, це рівняння переходить у відоме рівняння Ньюелла-Уайтхеда.
3. У рамках модельних рівнянь, що описують конвекцію у тонкому горизонтальному шарі рідини з жорсткими границями, що слабо проводять тепло (модель Проктора-Сивашинського-Письмена) показане, що за числами Прандтля нижчими ніж деяке критичне значення, виникає нестійкість модуляційного типу, що веде до утворення великомасштабних вихорів на фоні розвинених квадратних конвективних ячіюк.
4. Фізичним механізмом, що зумовлює виникнення великомасштабних вихорів у даній системі, є взаємодія тороїдальної і полоїдальної компонент швидкості рідини. Даний процес є суттєво тривимірним ефектом.
5. Нестійкість, що веде до формування великомасштабних вихорів, є вторинною і має місце лише після того, як амплітуда первинної структури досягає певного кінцевого значення.
6. Проведений аналіз нелінійної стадії процесу, що досліджується, з якого випливає, що динаміка системи, в основному, визначається двома параметрами — надпороговістю первинної і вторинної нестійкостей.
7. Сумарна енергія, укладена у великомасштабній і дрібномасштабній структурах залишається постійною у ході розвитку вторинної нестійкості. Великомасштабна структура може розглядатися як розподілений дефект дрібномасштабної структури. Вводиться параметр дефектності, що пов'язаний із надпороговістю вторинної нестійкості.
8. Представлені результати чисельного моделювання динаміки системи на основі початкових нелінійних рівнянь, що підтверджують всі основні висновки аналітичного дослідження.
9. У нерівноважній плазмовій системі, що знаходиться поблизу (але нижче) порога розвитку нестійкості, яка призводить до виникнення ленгмюрівської турбулентності, та при проходженні великомасштабної іонно-звукової хвилі, можливий, за певними умовами, розвиток турбулентно-хвильової нестійкості, що веде до взаємного посилення хвилі та турбулентності.
10. Фізичний механізм виникнення і розвитку турбулентно-хвильової нестійкості є достатньо універсальним, що показане на прикладі плазми.

вої і гідродинамічної систем і може бути описаний однією системою рівнянь.

11. Запропонована гіпотеза: для біляпорогової турбулентності між пульсаціями окремих величин (густини, швидкості, тиску) зберігаються ті ж самі співвідношення, що і на лінійній стадії нестійкості, яка спричиняє турбулентність. Порівняльний аналіз плазмової і гідродинамічної систем підтверджує справедливість застосування даної гіпотези в ситуації, що розглядається.
12. Показане, що джерелом енергії для розвитку турбулентно-хвильової нестійкості служить енергія джерела нерівноважності системи.

### Основні положення, які винесені на захист

1. Амплітуда та глибина модуляції нелінійної іонної ленгмюрівської хвилі у неізотермічній плазмі з током, як дисипативної структури, що описується узагальненим рівнянням Гінзбурга-Ландау, цілком визначається рівняннями надпороговостей первинної та вторинної нестійкостей;
2. Досліджена фізична аналогія між тонким плазмовим шаром з током, що знаходиться у поперечному магнітному полі, та конвективно нестійкою гідродинамічною системою. У цих системах за певними умовами виникають ДС типу періодичних двовимірних валів. Отримане нелінійне рівняння, що описує динаміку амплітуди цієї структури.
3. У регулярній конвективно нестійкій системі — тонкому горизонтальному шарі рідини з жорсткими границями, що слабо проводять тепло, на фоні дрібномасштабних конвективних ячіюк за певними умовами формуються великомасштабні вихори;
4. У плазмовій та гідродинамічній системах, що знаходяться біля (але нижче) порогу генерації турбулентності при проходженні великомасштабної хвилі можливе виникнення турбулентно-хвильової нестійкості. Виведена універсальна система рівнянь, що описує таку нестійкість.
5. У нерівноважних слабконелінійних системах з дисипацією, як резонансних (плазма), так і нерезонансних (конвективні середовища), де можливе існування ієрархії нестійкостей, вторинні нестійкості черпають енергію з структур, що сформувалися у результаті розвитку попередніх (первинних) нестійкостей. Динаміка та параметри структур, що утворюються в результаті, визначаються, в основному, рівняннями перещення порогів відповідних нестійкостей.

- [1] *Киричок А.В., Куклин В.М., Панченко И.П., Моисеев С.С., Письмен Л.М.* Динамика образования крупномасштабных вихрей в режиме конвективной неустойчивости. // Сборник трудов межд. конф. "Физика в Украине" — Киев, ИТФ, 1993. — С.76-80.
- [2] *Fedutenko E. A., Kirichok A.V., Lapshin V.I.* The onset of the Alfvén wave turbulence and nonlinear MHD-flows in incompressible plasmas and liquids with the current. // Abstracts of The Seventh International Beer Sheva Seminar on MHD Flows and Turbulence. — Jerusalem, Israel, 1993. — P.51.
- [3] *Загородний А.Г., Киричок А.В., Куклин В.М., Панченко И.П.* Динамика формирования диссипативных структур в неравновесных системах (волновые среды). // Препринт ИТФ-94-4Р — Киев, 1994. — С.28.
- [4] *Киричок А.В., Корсунский С.В., Куклин В.М.* Пример турбулентно-волновой неустойчивости в неравновесной плазме. // Доклады АН Украины — 1994. №11. — С. 85-89.
- [5] *Kuklin V.M., Kirichok A.V.*, The mechanism of wave-turbulent instability in nonequilibrium systems. // Thesis of IEEE Intern. Conf. On Plasma Science. — Santa Fe, USA, 1994.
- [6] *Kuklin V.M., Kirichok A.V., Panchenko I.P., Vorob'ev V.M.* // Spatial structures in nonlinear nonequilibrium plasma. — Thesis of IEEE Intern. Conf. On Plasma Science. — Santa Fe, USA, 1994.
- [7] *Babaskin A., Kirichok A., Mouharov S.* // Development of a field-medium polarization coherence and a field envelope evolution in a traveling wave laser. — Bulgarian Journal of Physics. — 1994. — v.21, n.3-4. — P.19-29.
- [8] *Kuklin V.M., Kirichok A.V.* Distributed defects in mature dissipative structures. — Phys. Scripta. — 1995. — v.52. — P.492-497.
- [9] *Kuklin V.M., Kirichok A.V., Kirichok S.V.* Wave-Turbulence Instability in System «Beam-Plasma» // Proceedings of XXIII Conf. Of Europ. Phys. Soc. «Controlled Fusion and Plasma Physics». — Kiev, Ukraine, 1996. — P. 231.
- [10] *Киричок А.В., Куклин В.М., Панченко И.П.* К вопросу о возможности динамомеханизма в регулярированной конвективно неустойчивой среде. // Доклады НАН Украины, 1997. — №4. — С. 87-92.

Киричок О. В. Взаємодія розвинених структур різних масштабів у плазмових та гідродинамічних середовищах.

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04. 08 - фізика плазми, Харківський державний технічний університет будівництва та архітектури, Харківський державний університет, Харків, 1997.

Розглянуті питання формування та взаємодії різномасштабних дисипативних структур у плазмових і плазмоподібних системах. Аналізується динаміка нелінійної ленгмюрівської іонної хвилі у плазмі із струмом, як ієрархія нестійкостей. Вивчена плазмово-гідродинамічна аналогія між тонким плазмовим шаром у магнітному полі із струмом та конвективно нестійким горизонтальним шаром рідини. Досліджений механізм формування великомасштабних вихорів у регулярній конвективній системі. Побудована модель турбулентно-хвильової нестійкості у плазмовій і гідродинамічній системах.

**Ключові слова:** плазма, дисипативні структури, конвективні середовища, турбулентно-хвильова нестійкість.

Киричок А.В. Взаимодействие развитых структур разных масштабов в плазменных и гидродинамических средах.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.08 - физика плазмы, Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры, Харьковский государственный университет, Харьков, 1997.

Рассмотрены вопросы формирования и взаимодействия разномасштабных диссипативных структур в плазменных и плазмоподобных системах. Анализируется динамика нелинейной ленгмювской ионной волны в плазме с током, как иерархия неустойчивостей. Изучена плазменно-гидродинамическая аналогия между тонким плазменным слоем в магнитном поле с током и конвективно неустойчивым горизонтальным слоем жидкости. Исследован механизм формирования крупномасштабных вихрей в регулярной конвективной системе. Построена модель турбулентно-волновой неустойчивости в плазменной и гидродинамической системах.

**Ключевые слова:** плазма, диссипативные структуры, конвективные среды, турбулентно-волновая неустойчивость.

Kirichok A.V. Interaction of mature structures of various scales in plasma and hydrodynamic media.

Dissertation for a Ph.D. degree at field 01.04.08 - plasma physics. Kharkov State Technical University of Construction and Architecture, Kharkov State University, Ukraine, Kharkov, 1997.

It is considered the problems of formation and interaction of various-scale dissipative structures in plasma and like-plasma systems. Dynamics of a nonlinear Lengmuir ion wave in plasma with a current is analyzed as hierarchy of instabilities. The plasma-hydrodynamic analogy between a thin plasma layer with a current in magnetic field and a horizontal convective unstable layer of fluid is studied. It is investigated mechanism of large-scale vortices formation in regular convective system. The model of turbulent-wave instability in plasma and hydrodynamic systems is constructed.

**Keywords:** plasma, dissipative structures, convective media, wave-turbulence instability.

АВ 39.065  
**АВ 39.065**

Підп. до друку 12.11.97 р.  
Формат А5  
Ум.-друк. арк. 0,7  
Папір ксероксний 80 г/м<sup>2</sup>  
Тираж 100 прим.  
Замовлення № 2353