

**Київський університет імені Тараса Шевченка**

**ЧУПОВ СЕРГІЙ ВІКТОРОВИЧ**

УДК 519.854

**ЛЕКСИКОГРАФІЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ В ЦІЛОЧИСЛОВОМУ  
ПРОГРАМУВАННІ**

**(пошук в області лексикографічних мажорант,  
локальне керування алгоритмами)**

**01.05.01 – теоретичні основи інформатики та кібернетики**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук**

**КИЇВ - 1997**



Дисертацію є рукопис.

Робота виконана на кафедрі обчислювальної математики  
Ужгородського державного університету.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук,  
професор Червак Ю.Ю.

Офіційні опоненти:

1. Кукса Анатолій Іванович, доктор фізико-математичних наук,  
зав. відділом Інституту програмних систем НАН України.
2. Мащенко Сергій Олегович, кандидат фізико-математичних  
наук, доцент кафедри ТАС факультету кібернетики Київського  
університету імені Тараса Шевченка.

Провідна організація:

Інститут кібернетики НАН, відділ математичних методів і  
програмних засобів прикладної інформатики.

Захист дисертації відбудеться “ 12 ” лютого 1998 р. о \_\_\_\_ г. на  
засіданні спеціалізованої вченої ради № Д 26.001.09 при Київському  
університеті імені Тараса Шевченка за адресою: 252127, м. Київ-127,  
пр. Глушкова, 2, корпус 6, факультет кібернетики, ауд. 40.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотечі Київського  
університету за адресою: м. Київ, вул. Володимирська, 58.

Автореферат розіслано “ 9 ” січня 1998 року.

Вчений секретар  
спеціалізованої ради

Шевченко В.П.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Багато важливих задач науки і техніки зводиться до задач оптимізації з змінними, які можуть приймати значення з деякої цілочислової множини (цілочислові змінні), або до задач в яких частина змінних є цілочисловими, а інша частина змінних є неперечною. На сьогоднішній час розроблено дуже багато підходів до розв'язання цих задач. Одним з основних підходів до знаходження оптимального розв'язку є метод послідовного аналізу та відсіву варіантів. Суть методу послідовного аналізу варіантів полягає у поступовому "звуженні" множини допустимих варіантів шляхом аналізу та відкидання безперспективних. Використання цього підходу до розв'язання задач дискретної оптимізації представлено в, наприклад, роботах Михалевича В.С., Волковича В.Л. (Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем.-М.: Наука, 1982.-286 с.), Емеличева В.А. (Емеличев В.А. Дискретная оптимизация. Последовательные схемы решения, I-II.-Кибернетика, 1971, №6, С. 2-6; 1972, №2, С. 72-75.) та інших. За своєю природою метод послідовного аналізу варіантів є методом напрямленого перебору. При використанні лексикографічного впорядкування векторів виникає можливість в побудові нових модифікацій методу напрямленого перебору. Методи пошуку лексикографічного екстремуму множини широко представлені в роботах Червака Ю.Ю., Гренджі В.І. (Червак Ю.Ю. Лексикографический поиск решений задач дискретного программирования: текст лекций.-Ужгород: Из-во Ужгородского у-та, 1977.-43 с.). Загальна ідея такого пошуку полягає в побудові лексикографічно спадної послідовності точок (варіантів). Кожна точка з такої послідовності відтинає лексикографічно більші за неї точки як такі, що гарантовано не можуть бути оптимальними. Алгоритми лексикографічного пошуку розв'язку задачі лінійного цілочислового програмування використовують специфічну

структуру такої задачі. Це дозволяє ефективно застосовувати ідею методу напрямленого перебору варіантів. Ефективність алгоритмів розв'язання задач цілочислової лінійної оптимізації, також, в значній мірі залежить від вигляду системи обмежень. Тому з названого класу задач (задач цілочислової оптимізації) виділяють підкласи, які допускають більш ефективні алгоритми пошуку оптимального розв'язку, ніж загальні.

В зв'язку з цим виникає проблема виділення для кожного алгоритму того підкласу задач, які розв'язуються цим алгоритмом більш ефективно. Для визначення ефективності розв'язання задачі деяким алгоритмом цілочислової (частково-цілочислової) оптимізації можливо оцінювати залежність між розмірністю задачі, що розв'язується, та часом її розв'язання цим алгоритмом, або залежність між кількістю задач з певного класу, що розв'язано таким алгоритмом, з середнім часом відшукування оптимального розв'язку. Очевидно, що наведені значення можуть бути використані, як одні з критеріїв оцінки роботи алгоритму. Під час розв'язання задачі значення ефективності може змінюватись, що може приводити до зміни алгоритму пошуку розв'язку задачі.

Задача локального керування алгоритмами полягає в тому, щоб описати методи вибору алгоритму на черговому кроці розв'язання задачі, який є найбільш ефективним для даного підкласу задач.

**Мета роботи.** Розробка нових алгоритмів лексикографічного пошуку для розв'язання певних підкласів задач лінійної цілочислової (частково-цілочислової) оптимізації. Опис критеріїв співставлення підкласу задач лінійної оптимізації з цілочисловими (частково-цілочисловими) змінними алгоритму, який є найбільш ефективним з певного переліку алгоритмів. Створення програмного забезпечення для автоматичного керування лексикографічними алгоритмами розв'язання задач лінійного цілочислового (частково-цілочислового) програмування.

**Методи дослідження** базуються на алгоритмах дискретної лексикографічної оптимізації та процедурах автоматичного збору інформації про алгоритми та їх ефективність при розв'язанні виділених підкласів задач. Розроблені алгоритми дозволяють здійснювати віднесення задачі до певного підкласу, який однозначно визначає алгоритм розв'язання, а також збір інформації про ефективність алгоритму при розв'язанні конкретної задачі, що дозволяє коректувати сам алгоритм керування.

#### **Наукова новизна результатів роботи:**

- Загальна схема лексикографічного пошуку оптимального розв'язку для задач дискретної оптимізації застосована до розв'язання задач лінійної цілочислової (частково-цілочислової) оптимізації;
- враховуючи особливості певних підкласів задачі лінійного цілочислового програмування, розроблені модифіковані схеми пошуку цілочислового лексикографічного максимуму (мінімуму) множини, яка задається системою лінійних нерівностей;
- побудовано формальні методи класифікації задач цілочислової (частково-цілочислової) оптимізації з точки зору ефективності їх розв'язання алгоритмами лексикографічного пошуку;
- для одного підкласу багатовимірних задач про ранець запропоновано нові методи, ефективність яких є на порядок вище ніж відомих до цього часу;
- розроблено програмне забезпечення для реалізації процедури локального керування алгоритмами лексикографічного пошуку;
- досліджені характеристики ефективності побудованих алгоритмів.

**Теоретична та практична цінність результатів.** В дисертації розроблено нові схеми лексикографічного пошуку. Запропоновано формальні методи класифікації задач цілочислової лінійної оптимізації з точки зору ефективності їх розв'язання за допомогою відомих та розроблених алгоритмів лексикографічного пошуку. На основі досліджених властивостей одного підкласу багатовимірних задач про ранець, запропоновано методи отримання

оптимального розв'язку. Для алгоритмів, які побудовано за стандартною схемою, доведено оцінку кількості елементарних операцій, яка витрачається на роботу одного кроку алгоритму.

Практична цінність дисертації полягає в доведенні того факту, що всі описані в роботі алгоритми, є точними алгоритмами, тобто гарантовано отримання кінцевого результату. Досліджені схеми алгоритмів використовують об'єм пам'яті, що наближається до мінімального об'єму, який необхідно для алгоритму повного перебору. Це дозволяє розв'язувати практичні задачі великої розмірності. Використання тільки початкової інформації в значній мірі дозволяє уникати помилок заокруглення при здійсненні чергового кроку. Проведено експериментальне дослідження ефективності алгоритмів лексикографічного пошуку.

Всі наукові положення, що виносяться на захист, отримані автором самостійно.

**Зв'язок роботи з науковими темами.** Дисертаційна робота виконана в межах держбюджетних тем:

1. "Методи лексикографічної оптимізації", № ДР - 0186.0119323, згідно плану АН УРСР, 1986-1990 рр.
2. "Автоматизація управління алгоритмами лексикографічного пошуку в дискретній оптимізації", № ДР - 01.9.10037534, згідно плану АН УРСР, 1991-1993 рр.
3. "Моделі і методи парето-лексикографічної оптимізації", № ДР - 0194U038509, Мін. освіти України, 1994-1996 рр.

**Апробація роботи.** Основні результати роботи доповідалися на загальноросійських конференціях "Математическое программирование и приложения" (Екатеринбург, 1995, 1997 р.р.), на конференції "Оптимизация вычислений" (Київ, 1995 р.), на міжнародній конференції "Питання оптимізації обчислень" (Київ, 1997 р.) на семінарах кафедри обчислювальної математики та 47-й - 51-й наукових конференціях

професорсько-викладатського складу Ужгородського державного університету. Результати дисертаційної роботи впроваджено в навчальний процес при викладанні курсів: с/к "Комбінаторні методи лексикографічної оптимізації", с/к "Методи лексикографічної оптимізації", "Лабораторія спеціалізації".

**Публікації.** Основні результати дисертації опубліковано у 5-и роботах, які наведено у списку публікацій за темою дисертації.

**Об'єм та структура роботи.** Дисертація складається з вступу, дев'яти параграфів, висновків та списку літератури, який налічує 45 найменувань. У додатку наведено результати чисельних експериментів. Загальний обсяг роботи – 126 сторінок.

## ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми, проведено короткий огляд літератури, яка пов'язана з темою роботи, а також викладено зміст дисертації.

В першому параграфі розглядаються задача цілочислового програмування:

$$\text{максимізувати} \quad x_0 = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (1)$$

$$\text{за умов} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i=1, \dots, m, \quad (2)$$

$$\alpha_j \leq x_j \leq \beta_j, \quad j=1, \dots, n, \quad (3)$$

$$x_j - \text{цілі}, \quad j=1, \dots, n_1 \leq n. \quad (4)$$

Якщо  $n_1$  дорівнює  $n$ , то задачу (1) - (4) називатимемо повністю цілочисловою задачею. Якщо ж  $n_1$  строго менше за  $n$ , то цю задачу називатимемо частково-цілочисловою. Множину точок в просторі  $\mathbb{R}^n$ , координати яких задовільняють обмеженням задачі (2) - (4),

назвемо допустимою множиною задачі; позначимо її через  $G^d$ . Описано загальну схему лексикографічного пошуку оптимального розв'язку задачі на основі відшукування лексикографічних екстремумів множини. Обґрунтовується можливість застосування апарату лексикографічної оптимізації до розв'язання цілочислових задач лінійного програмування.

Другий параграф присвячено алгоритмам пошуку лексикографічних екстремумів множин для повністю цілочислового випадку. Представлені загальні схеми напрямленого лексикографічного перебору для множин, які задано системою лінійних нерівностей. Ефективність та швидкість роботи кожного алгоритму в значній мірі залежить від введення в структуру алгоритму різного роду додаткових обчислень, які при незначному ускладненні схеми алгоритму, значно прискорюють процес знаходження оптимального розв'язку. Один з алгоритмів ( $AMMax31(G^d)$ ) використовує наступну теорему для паралельного обчислення на кожному кроці лексикографічно максимальних точок множин:

$$G_k^t = \{x \in G^d \mid x_j = \bar{x}_j, j = 1, 2, \dots, t-1, x_t \leq \lfloor \bar{x}_t \rfloor\}, k \leq m.$$

**Теорема 1** Якщо існує такий максимальний індекс  $t$ ,  $1 \leq t \leq n$ , для якого множина  $G_k^t$  не порожня, то лексикографічно максимальна точка  $x^t$  цієї множини є також лексикографічним максимумом множини:

$$\{x \in G^d \mid x \leq \bar{x}\}.$$

Серед знайдених таким чином точок обирається лексикографічно мінімальна.

У третьому параграфі розглянуто алгоритми знаходження частково-цілочислового лексикографічного екстремуму множини. У зв'язку з частково-цілочисловістю розглядуваного випадку, усі алгоритми напрямленого перебору, які були представлені в попередньому параграфі, модифіковані. Запропоновані нові способи відшукування лексикографічних екстремумів частково-цілочислової множини. Алгоритм  $AMMax31(G^d)$  використовує ідею поєднання лексикографічного комбінаторного алгоритму

з лексикографічним симплекс-алгоритмом. Якщо на деякому кроці ми дістанемо, що змінна з якої треба розпочинати побудову чергової точки є цілочислова, тоді використовуємо комбінаторний алгоритм, в супротивному випадку знаходимо лексикографічний максимум за допомогою симплекс-алгоритму. Ця модифікація дозволяє уникнути представлення неперервної змінної у вигляді дискретної з деяким фіксованим кроком розбиття.

В четвертому параграфі розглянуто застосування лексикографічних алгоритмів до розв'язання частково-цілочислової та повністю цілочислової задачі лінійного програмування, постановку якої наведено вище. Загальна схема такого пошуку полягає у побудові лексикографічно монотонної послідовності лексикографічних мажорант  $\{x^r\}$ ,  $r=0,1,\dots$ . На кожному кроці  $r$  формується множина спеціального вигляду, яка є перетином множини обмежень задачі, що розв'язується, з обмеженням за цільовою функцією. Далі відшукується лексикографічний максимум або мінімум такої множини. При цьому обмеження за цільовою функцією матиме вигляд:

- якщо цільова функція  $f_0(x)$  не задовільняє умові цілочисловості

$$f_0(x) \geq g_0^{k-1} + a(f_0(x^{r-1}) - g_0^{k-1}),$$

( $g_0^{k-1}$  - верхня межа значень цільової функції на  $k$ -му кроці,  $0 < a < 1$ )

- якщо цільова функція  $f_0(x)$  задовільняє умові цілочисловості

$$f_0(x) \geq f_0(x^{r-1}) + 1.$$

Комбінування процедур знаходження лексикографічного максимуму і мінімуму дозволяє будувати різноманітні схеми пошуку. Один з алгоритмів використовує комбінування алгоритму напрямленого лексикографічного перебору з методом послідовного аналізу та відсіву варіантів. Це дозволяє значно зменшити кількість точок при побудові лексикографічно монотонної послідовності лексикографічних мажорант  $\{x^r\}$ .

П'ятий параграф присвячено алгоритмам розв'язання багатовимірної задачі про ранець.

максимізувати:

$$F(x) \equiv \sum_{j=1}^n c_j x_j.$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i=1,2,\dots,m,$$

$$x_j \in \{0,1,2,\dots,\beta_j\}, \quad j=1,2,\dots,n;$$

$$a_{ij}, c_j, b_i \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n, \quad i=1,2,\dots,m.$$

Розглянуто три алгоритми, два перші з них побудовано за однією схемою. Початкова задача розбивається на послідовність задач меншої розмірності. В залежності від кількості змінних, кожна задача з розглянутої послідовності розв'язується або одним з алгоритмів відтинань, або лексикографічним комбінаторним алгоритмом. Третій алгоритм розроблено для булевої задачі про ранець. За допомогою знаходження лексикографічних максимумів, певним чином визначених, множин, виявляються проміжки лексикографічно впорядкованих точок, які належать множині допустимих значень задачі. На цих проміжках легко знаходиться точка з найбільшим значенням цільової функції.

В шостому параграфі представлено алгоритм для розв'язання частково-цілочислової задачі лінійного програмування з обмеженнями ранцевого типу. Основна ідея даного алгоритма полягає у розбитті початкової задачі на повністю цілочислову задачу і задачу тільки з неперервними змінними. Почергове розв'язання таких задач дає значний вигравш у ефективності пошуку розв'язку.

У сьомому параграфі вивчені властивості одного підкласу багатовимірних задач про ранець. Коефіцієнти матриці обмежень таких задач можуть приймати лише значення з скінченної множини  $\{a, a+1\}$ , де  $a$  - будь-яке фіксоване натуральне число. Спеціальний вигляд обмежень дозволяє швидко отримувати оптимальний розв'язок задачі. Для цього початкова задача розбивається на підзадачі в яких коефіцієнти матриці обмежень мають значення 0 або 1. Зауважимо, що розглядувані підзадачі

розрізняються між собою тільки значеннями координат вектора вільних членів.

Послідовність таких задач представляється так:

$$\begin{aligned} \text{максимізувати} \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j . \\ \text{За умов} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i - ah, i = 1, 2, \dots, m-1, \\ & \sum_{j=1}^n x_j = h, \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n, \\ & \left[ \frac{\min(b_i)}{a+1} \right] \leq h \leq \left[ \frac{\min(b_i)}{a} \right], h\text{-ціле.} \end{aligned}$$

Де  $a_{ij} \in \{0,1\}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ,  $j=1,2,\dots,n$ .  $b, a$  - фіксовані натуральні числа,  $[a]$  - ціла частина числа  $a$ . Полідовне розв'язання описаних вище задач дозволяють не тільки швидко отримати оптимальний розв'язок початкової задачі, але і знаходити оптимальні розв'язки задач, які відрізняються від початкової вектором вільних членів.

Восьмий параграф присвячено проблемам вибору та комбінювання алгоритмів в процесі отримання оптимального розв'язку. Робота кожного алгоритму оцінюється певними критеріями. В процесі розв'язання деякої кількості тестових прикладів (процес "навчання"), для кожного алгоритму  $A_i$ ,  $i=1,2,\dots,m$  будується вектор-зображення  $a_i$ , яке характеризує цей алгоритм з точки зору обраних критеріїв. Після кожного кроку по розв'язанню задачі лінійного частково-цілочислового програмування, що здійснюється за алгоритмом  $A_s$ , дістаємо вектор  $u$ , компонентами якого є значення критеріїв оцінки ефективності роботи алгоритму. Шляхом аналізу цього вектора, здійснюється вибір алгоритму  $A_p$  для роботи чергового кроку. Представлено три способи віднесення вектора  $u$  до одного з векторів-зображень  $a_i$ ,

$i=1,2,\dots,m$  (вибору алгоритму  $A_i$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ). Перший спосіб базується на лексикографічному впорядкуванні критеріїв, де визначається мінімальна лексикографічна різниця між вектором  $u$  та векторами-зображеннями. Другий - використовує детермінований підхід, де віднесення вектора  $u$  до зображення  $a_j$  здійснюється на підставі визначення максимального скалярного добутку між вектором  $u$  та векторами-зображеннями  $a_j$ ,  $i=1,2,\dots,m$ . Третій спосіб використовує імовірностний підхід, де вектор  $u$  відноситься до  $i$ -го вектор-зображення, якщо умовна щільність зображення  $a_j$  є максимальною серед усіх інших. Кожний  $k$ -ий крок полягає у виборі певної процедури  $A_i$  з множини процедур  $A=\{A_1, A_2, \dots, A_m\}$  для знаходження цілочислової лексикографічно екстремальної точки опуклої обмеженої множини та застосуванні її до знаходження такої точки. На кожному  $k$ -му кроці вибір процедури з множини  $A$  здійснюється за схемою:

Маємо вектор  $u$  - зображення задачі, що розв'язується, після здійснення  $k$ -го кроку алгоритмом  $A_s$ .  $a_j$ ,  $i=1,2,\dots,m$  - еталонні зображення, які представляють певні алгоритми  $A_i$  з множини  $A$ . Згідно одного з методів локального керування (лексикографічний, детермінований, імовірностний), обчислюємо "відстані" між вектором  $u$  та векторами-зображеннями  $a_j$ ,  $i=1,2,\dots,m$  і серед них вибираємо мінімальну. Той алгоритм, якому відповідає мінімальне значення "відстані" є алгоритмом, який буде використано на наступному кроці. Для алгоритму,  $A_s$ , який використовувався на  $k$ -му кроці визначаємо вектор  $h$ :

$$h_j = \begin{cases} 0, & |y_j - a_{ij}| > \delta_j, \\ 1, & |y_j - a_{ij}| \leq \delta_j, \end{cases} \quad j=1,2,\dots,n.$$

$\delta_j$ - параметр збіжності еталонного значення критерія з відповідним значенням координати вектора  $u$ .

Уточнюємо значення еталонного зображення  $a_s$  за формулою

$$a_{sj}^{new} = \frac{p+1-h_j}{p+1} a_{sj}^{old} + \frac{h_j}{p+1} y_j, j=1,2,\dots,n.$$

де  $p$  - кількість кроків, коли використовувався алгоритм  $A_S$ .

Переходимо до одержання необхідної точки обраним алгоритмом. Після роботи одного кроку алгоритму знову отримуємо значення критеріїв, що становлять вектор  $y$ .

В останньому параграфі представлено оцінки кількості операцій лексикографічних алгоритмів для задач цілочислового програмування. Показано, що задача частково-цілочислового програмування може бути перетворена у задачу повністю цілочислового вигляду, що дає змогу використовувати ці оцінки і для частково-цілочислових задач. На підставі загальної схеми лексикографічного комбінаторного пошуку розв'язку задачі лінійного цілочислового програмування з використанням методу дихотомії за значенням цільової функції, доводиться оцінка кількості операцій у алгоритмах, які використовують цю схему:

$$K = \lceil \log_2 \frac{\varepsilon}{Mnc} \rceil * (n-1) \frac{(2 + m(n+2))}{2} * K^e,$$

де  $K^e$  - максимальна кількість етапів при здійсненні одного кроку,  $M = \max\{\beta_j | j=1,2,\dots,n\}$ ,  $c = \max\{|c_j| | j=1,\dots,n\}$ ,  $\varepsilon$  - параметр завершення пошуку.

У додатку представлено результати експериментального дослідження ефективності роботи лексикографічних алгоритмів по розв'язанню трьох класів задач:

- багатовимірна булева задача про ранець;
- цілочислова багатовимірна задача про ранець;
- частково-цілочислова задача з обмеженнями ранцевого типу.

## ВИСНОВКИ

В дисертації отримано нові науково обґрунтовані результати, які в сукупності вирішують важливе як з теоретичної так і з практичної точки зору завдання лексикографічного пошуку оптимального розв'язку задачі лінійного цілочислового (частково-цілочислового) програмування, що має суттєве значення для галузі дискретної оптимізації. Результати роботи дають можливість створення ефективної системи локального керування алгоритмами лексикографічного пошуку для розв'язання задачі лінійного цілочислового програмування.

Основними результатами даної дисертаційної роботи є:

1. Розроблено алгоритми лексикографічного пошуку для розв'язання цілочислових та частково-цілочислових задач лінійного програмування. Досліджені схеми алгоритмів використовують об'єм пам'яті, що наближається до мінімального об'єму, який необхідно для алгоритму повного перебору. Це дозволяє розв'язувати практичні задачі великої розмірності. Використання тільки початкової інформації в значній мірі дозволяє уникати помилок заокруглення при здійсненні чергового кроку.
2. Розроблено нові алгоритми лексикографічного пошуку для розв'язання багатовимірних булевих та цілочислових задач про ранець. Результати чисельних експериментів, що представлено в додатку, підтверджують ефективність запропонованих алгоритмів.
3. Для частково-цілочислової задачі лінійного програмування з лінійними обмеженнями ранцевого типу розроблено і досліджено алгоритм, який дозволяє знаходити точний розв'язок задачі без розбиття неперервного проміжку на дискретні значення.
4. Розглянуто один специфічний підклас багатовимірної задачі про ранець. В таких задачах коефіцієнти матриці обмежень можуть приймати значення лише з скінченної множини  $\{a, a+1\}$ , де  $a$  - будь-яке фіксоване натуральне число. Для знаходження оптимального розв'язку задачі з цього підкласу

запропоновано варіант методу декомпозиції в якому оптимальний розв'язок початкової задачі отримується за допомогою розв'язання послідовності задач більш простого вигляду. Вивчено властивості та зв'язок між оптимальними розв'язками задач з вказаної послідовності. Це дозволяє розв'язувати їх більш ефективно.

5. Розроблено методи локального керування алгоритмами лексикографічного пошуку в процесі знаходження оптимального розв'язку задачі цілочислового лінійного програмування. Використовуючи даний підхід, здійснюється збір інформації про ефективність роботи алгоритму при розв'язанні задачі цілочислової оптимізації з певного підкласу. Це дозволяє значно прискорювати процес знаходження оптимального розв'язку наступних задач з даного підкласу.

6. На підставі загальної схеми лексикографічного комбінаторного пошуку розв'язку задачі лінійного цілочислового програмування з використанням методу дихотомії за значенням цільової функції, доводиться оцінка кількості операцій у алгоритмах, які використовують цю схему. Проведена експериментальна перевірка ефективності роботи алгоритмів лексикографічного пошуку на основі порівняння з алгоритмом відтинань Гоморі.

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Червак Ю.Ю., Гренджа В.І., Кузка О.І., Куцик О.В., Чупов С.В. Система алгоритмів лексикографічного пошуку в дискретному програмуванні// Науковий вісник Ужгород. держ. ун-ту: Сер. "Математика". - Ужгород, 1994. - Вип. 1. - С. 122-129.

2. Червак Ю.Ю., Гренджа В.І., Чупов С.В. Лексикографічна оптимізація в дискретному програмуванні// Міжнар. конф. "Питання оптимізації

обчислень" (Київ, 6-9 жовтня 1997р.).- Праці/ НАН України.-Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова, 1997.- С. 317-319.

3. Бублик С.Б., Чупов С.В. Про один клас задач цілочислового програмування// Вісник Київського ун-ту.-Київ, 1995.- Сер. фіз.-мат. наук, № 1.-С. 235-238.

4. Чупов С.В. Модифікований алгоритм лексикографічного пошуку для булевої задачі про ранець// Збірник наукових праць з обчислювальної математики.- Ужгород, 1997.- С. 39-43.

5. Чупов С.В. Лексикографічний алгоритм розв'язання частково-цілочислової задачі лінійного програмування з лінійними обмеженнями ранцевого типу// Збірник наукових праць з обчислювальної математики.- Ужгород, 1997.- С. 44-49.

В роботі [1] автором проведено реалізацію алгоритму лексикографічного пошуку для булевої багатовимірної задачі про ранець та здійснено експериментальне дослідження ефективності його роботи.

В роботі [2] науковому керівнику належить постановка задачі та загальна ідея лексикографічного пошуку, другому співавторові належить застосування лексикографічних відтинань, автором реалізовано метод напрямленого лексикографічного перебору, система локального керування алгоритмами лексикографічного пошуку та здійснено експериментальні дослідження.

В роботі [3] співавтором здійснено експериментальні дослідження.

Чупов С.В. Лексикографічна оптимізація в цілочисловому програмуванні (пошук в області лексикографічних мажорант, локальне керування алгоритмами).- Рукопис.

Дисертація на здобуття вченого ступеня кандидата фізико-математичних наук з спеціальності 01.05.01 – теоретичні основи інформатики та кібернетики.- Київський університет імені Тараса Шевченка, Київ, 1997.

Описується загальна схема лексикографічного пошуку розв'язку задач лінійного цілочислового та частково-цілочислового програмування. Розглядаються алгоритми лексикографічного пошуку та властивості для деяких підкласів задач лінійного цілочислового та частково-цілочислового програмування. Досліджується проблема керування алгоритмами на кожному кроці їх роботи.

Ключові слова: задача цілочислового лінійного програмування, лексикографічний пошук, лексикографічна мажоранта, лексикографічне обмеження, локальне керування алгоритмами.

Чупов С.В. Лексикографическая оптимизация в целочисленном программировании (поиск в области лексикографических мажорант, локальное управление алгоритмами).- Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.01 – теоретические основы информатики и кибернетики. - Киевский университет имени Тараса Шевченко, Киев, 1997.

Описывается общая схема лексикографического поиска решений задач линейного целочисленного и частично-целочисленного программирования. Рассматриваются алгоритмы лексикографического поиска и свойства для некоторых подклассов задач линейного целочисленного и частично-целочисленного программирования. Исследуется проблема управления алгоритмами на каждом шаге их работы.

Ключевые слова: задача целочисленного линейного программирования, лексикографический поиск, лексикографическая

мажоранта, лексикографическое ограничение, локальное управление алгоритмами.

Chupov S.V. The Lexicographic Optimization In The Integer Programming (The Lexicographic Majorants Region's Search, Local Control Of Algorithms).- Manuscript.

Thesis for degree of Candidate of Science (Ph.D) in Physics and Mathematics, specialty 01.05.01 – Theoretical Bases of Computer Science and Cybernetics.- The Taras Shevchenko Kiev University, Kiev, 1997.

The general scheme for lexicographical search of solutions to linear integer and mixed integer problem are describes. Lexicographical algorithms and properties for some subclasses of linear integer and mixed integer problem are considered. The problem of control algorithms is investigated on each working step.

Key words: the linear integer problem, lexicographical search, lexicographic majorants, lexicographical bound, local control of algorithms.

Підписано до друку 24.12.97.  
Формат 60х90/16. Друк. арк. 1,0.  
Замовлення 3042. Тираж 100.

---

Відкрите акціонерне товариство "Патент".  
294013, м. Ужгород, вул. Гагаріна, 101.

AB 39.329